



# La formation mathématique des futurs ingénieurs

Avenilde Romo Vázquez

## ► To cite this version:

Avenilde Romo Vázquez. La formation mathématique des futurs ingénieurs. domain\_other. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2009. Français. NNT: . tel-00470285

**HAL Id: tel-00470285**

**<https://theses.hal.science/tel-00470285>**

Submitted on 5 Apr 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UFR de Mathématiques**

**ECOLE DOCTORALE Savoirs scientifiques : épistémologiques, histoire des sciences,  
didactique des disciplines**

**THESE**

Pour obtenir le titre de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS 7**

**SPECIALITE : DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES**

**Avenilde ROMO-VAZQUEZ**

La formation mathématique des futurs ingénieurs

**Thèse dirigée par Mme Michèle ARTIGUE et Mme Corine CASTELA**

Soutenue publiquement le 29 Septembre 2009

***Membres du Jury :***

Michèle ARTIGUE, Professeur, Université Paris 7, directrice de thèse  
Yasmina BESTAOU, Maître de Conférences, Université d'Evry, examinatrice  
Corine CASTELA, Maître de Conférences, IUFM de Rouen, codirectrice  
Viviane DURAND GUERRIER, Professeur Université Montpellier II, examinatrice  
Alain MERCIER, Professeur, INRP, rapporteur  
Asuman OKTAÇ, Professeur, Cinvestav – IPN México, rapporteuse

Cette recherche a été financée grâce à la bourse AlβAN (Programme de bourses d'études de haut niveau de l'Union Européenne destiné à l'Amérique Latine) et à la bourse CONACyT du gouvernement mexicain.

## **Remerciements**

La thèse est une expérience qui marque profondément et qui est faite de partages ; je voudrais remercier dans cette page toutes les personnes qui ont échangé avec moi et l'ont rendu possible.

Je tiens à remercier profondément ma directrice de thèse Mme Michèle Artigue, qui a été toujours d'une disponibilité et d'une qualité humaine remarquables. Je la remercie depuis le premier jour pour son implication, son exigence et sa motivation qui m'ont permis de me lancer dans ce projet complexe, de le développer avec confiance et de le terminer dans la joie. Elle m'a beaucoup appris en ce qui concerne la didactique et sa dimension humaine.

Je remercie également ma codirectrice de thèse Mme Corine Castela, qui m'a fait rentrer dans les arcanes de la théorie anthropologique du didactique. Je la remercie pour toutes les discussions, les échanges et conseils si riches.

Je remercie mes rapporteurs M. Alain Mercier et Mme Asuman Oktaç pour la lecture de mon travail. Merci également à Mme Viviane Durand-Guerrier et Mme Yasmina Bestaoui qui m'ont fait l'honneur d'être membres de mon jury de thèse.

Je suis également très reconnaissante à Mme Asuman Oktaç de m'avoir initié à la Didactique et de m'avoir soutenue pour venir en France.

Je tiens à remercier Messieurs Francis et Vincent Artigue qui m'ont permis de réaliser mon travail expérimental à l'IUP d'Evry. Je les remercie pour toute leur aide, leur générosité et leur disponibilité. Je remercie également M. Gérard Porcher, Mme Yasmina Bestaoui et M. Vincent Loret pour leurs collaborations si précieuses. Un grand merci à tous les étudiants de l'IUP d'Evry qui m'ont permis d'observer leurs pratiques et m'ont consacré du temps afin de m'expliquer leurs démarches.

Je remercie aussi M. Marc Artigue pour sa lecture et ses commentaires enrichissants.

Je remercie l'équipe André Revuz de l'Université Paris 7 pour son accueil chaleureux pendant ces années. Un merci tout particulier à Christophe et Fabrice pour leur amitié. Merci aussi à l'équipe de jeunes chercheurs de Paris 7, Andrea, Eric, Fernand, Mariam, Minh, Pablo, Pascal et Julie pour leur sympathie. Un grand merci à Caroline pour tous les moments partagés ensemble lors de colloques, pour ses encouragements et son amitié. Merci à Elizabeth avec laquelle nous avons partagé la même expérience. Merci aussi à Christine pour toutes les discussions autour de la TAD et pour ses encouragements. Merci à Anne Cécile, Audrey, Hussein, Joris, Jean Philippe, Nicolas Pelay et Nicolas Grenier-Boley pour toutes les corrections. A Carolina et Raquel pour leur soutien pendant cette dernière année.

Un grand merci à Martine, Nadine et Nicole pour toutes les chemises, les impressions, les appels, les rappels, les cafés etc. ! Pour leur soutien et leur amitié au quotidien. Merci à Sébastien puis à Jérôme pour leur accueil gentil et leur aide précieuse lors de mes nombreuses visites à la bibliothèque. Merci à Karim Latouche pour son aide et ses dvd. Merci également à Vincent pour son aide et son amabilité.

Je remercie mes collègues du bureau 5C06, Adrian, Alexandre, Christine, Frank, Lionel, Luis, Matteo qui m'ont fait une place dans le monde des logiciens. Un merci particulier à Yann pour toutes ses relectures et les discussions qui ont dû attendre ! A David pour sa pointilleuse esthétique du format et pour son sens de l'humour ; à Rémi qui m'a toujours prêté sa chaise et il m'a appris la discipline ! A Brice pour les traductions et relectures ; à Víctor pour son rythme latino et son amitié ; à Fares d'avoir supporté l'inexplicable ; à Laura pour son cahier. Merci aussi à Ana, Clément, Karim et Gonenç pour les bons moments partagés ensemble.

Je remercie aussi mes voisins de bureau, Joseph qui m'a mis en contacte avec ses amis ingénieurs, Marc qui a fait marcher mon imprimante, et Idris et Thomas pour leur aide et pour avoir fait de nos déjeuners de petites fêtes quotidiennes.

Un chaleureux merci à Sœur Marie-Anna et Sœur Françoise qui m'ont permis de rester ces années dans le foyer Marie Moisan. Un merci à la troupe latino qui m'a reçu Pedro, Paola, Johann et Mónica. A Alexander pour le cordon d'alimentation qui a fait fonctionner mon ordinateur jusqu'à la dernière ligne et pour son amitié. A tous les amis qui m'ont accompagné dans cette expérience, Agnès, Adèle, Anastasia, Capucine, Claudia, Carlos, Carolina Maier, Carolina Rincón, Eleonora, Erika, Elisa, Fatia, Gabriel, Georgina, Homayra, Isabelle, Marinella, Marilia, Mariam, Martha, Melina, Mélodie, Mélanie, Nahoual, Natalia, Pauline, Père Albert, Javier, José, Johanna, Olda, Rhita, Verónica, Zolaïkha, Zoraya.

Un immense merci enfin à Efraïn, Karmen, José, Rebeca et Israel qui m'ont toujours soutenue avec amour, confiance et complicité. Merci également à Hugo et André qui comptent beaucoup pour moi.

Merci aussi à tous ceux dont les noms échappent à ma mémoire, mais qui ont contribué à ce travail.



# TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION.....	1
-------------------	---

## CHAPITRE 1

LA PLACE DES MATHEMATIQUES DANS LA FORMATION DES FUTURS INGENIEURS : PERSPECTIVE HISTORIQUE .....	5
---	---

I INTRODUCTION.....	5
---------------------	---

II LES PREMIERS MODELES DE LA FORMATION D'INGENIEURS. LE CAS DE L'ECOLE POLYTECHNIQUE .....	6
---	---

II.1 LE PREMIER MODELE DE FORMATION « ENCYCLOPEDISTE » .....	6
--	---

II.2 DU MODELE DE MONGE AU MODELE DE LAPLACE .....	7
--	---

II.3 LE MODELE DE LE VERRIER.....	9
-----------------------------------	---

II.4 CONCLUSION .....	10
-----------------------	----

III LA CIEM, REFORMES ET FORMATION D'INGENIEURS AU XX <sup>E</sup> SIECLE.....	11
--	----

III.1 DEBATS AUTOUR DE LA PLACE DES APPLICATIONS DANS L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE ET UNE REFORME UNIVERSITAIRE IMPULSEE PAR DES INGENIEURS.....	11
---	----

III.2 LA CONFERENCE INTERNATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT MATHEMATIQUE.....	13
--	----

III.2.1 Formation mathématique des ingénieurs dans différents pays.....	14
---	----

III.2.2 Le rôle des mathématiques dans les Sciences de l'ingénieur, conférence de Maurice d'Ocagne ....	15
---	----

III.3 CONCLUSION .....	19
------------------------	----

IV CONCLUSION GENERALE.....	20
-----------------------------	----

## CHAPITRE 2

LA FORMATION ET LA PROFESSION DES INGENIEURS DANS LE CONTEXTE ACTUEL .....	23
--	----

I INTRODUCTION.....	23
---------------------	----

II LES MATHEMATIQUES COMME DISCIPLINE DE SERVICE : APPLICATIONS / MODELISATION.....	25
---	----

III LES MATHEMATIQUES DANS LES PRATIQUES PROFESSIONNELLES : UNE VISION GENERALE .....	28
---	----

III.1 LA RECHERCHE DEVELOPPEE PAR NOSS, HOYLES ET POZZI : DES MODELES IMPLICITES, LOCAUX, VISANT L'EFFICACITE DANS UN CONTEXTE DONNE .....	28
--	----

III.1.1 La méthodologie .....	28
-------------------------------	----

III.1.2 Les caractéristiques.....	29
-----------------------------------	----

III.2 LA PRATIQUE DE GENIE CIVIL : DIVISION DU TRAVAIL MATHEMATIQUE, COMMUNAUTES D'USAGERS, COMPREHENSION A TRAVERS L'USAGE.....	33
--	----

III.2.1 Division du travail mathématique .....	34
--	----

III.2.2 Rôle différencié des ingénieurs.....	35
--	----

III.2.3 Compréhension à travers l'usage.....	36
III.3 CONCLUSION .....	37
<b>IV LA MODELISATION MATHEMATIQUE : CONSTRUCTION / ADAPTATION .....</b>	<b>38</b>
IV.1 LA CONSTRUCTION DE MODELES MATHEMATIQUES : DEUX APPROCHES .....	38
IV.2 LA SELECTION ET L'ADAPTATION DES MODELES DANS LA PRATIQUE .....	39
IV.3 LA SIMPLIFICATION DES MODELES : INGENIEURS VS MATHEMATICIENS .....	41
IV.4 DU MODELE MATHEMATIQUE AUX METALANGAGES : DES ADAPTATIONS AUX BESOINS PRATIQUES .....	42
IV.5 CONCLUSION.....	45
<b>V L'EVOLUTION DES FORMATIONS .....</b>	<b>46</b>
V.1 KENT ET NOSS : LA REACTION DU SYSTEME A L'EVOLUTION DES PRATIQUES.....	46
V. 2 LA RECHERCHE DE PRUDHOMME : DES LOGIQUES D'ENSEIGNEMENT DIFFERENTES .....	49
<b>VI VERS UNE REDEFINITION DE LA PROBLEMATIQUE DE LA THESE.....</b>	<b>50</b>

## CHAPITRE 3

<b>CADRE THEORIQUE.....</b>	<b>53</b>
<b>I INTRODUCTION.....</b>	<b>53</b>
<b>II LA THEORIE ANTHROPOLOGIQUE DU DIDACTIQUE.....</b>	<b>54</b>
II.1 INSTITUTION .....	54
II.2 NOTION DE PRAXEOLOGIE .....	54
<i>Bloc practico-technique.....</i>	<i>55</i>
<i>Bloc technologico-théorique.....</i>	<i>56</i>
II.3 MULTI-LOCALISATION INSTITUTIONNELLE DES PRAXEOLOGIES.....	56
II.4 LES ASSUJETTISSEMENTS INSTITUTIONNELS .....	58
II.5 MOMENTS DE L'ETUDE .....	60
<b>III ELARGISSEMENT DE LA NOTION DE TECHNOLOGIE .....</b>	<b>62</b>
III.1 LA COMPOSANTE PRATIQUE DE LA TECHNOLOGIE .....	62
III.2 LES FONCTIONS DE LA TECHNOLOGIE D'UN BLOC PRACTICO-TECHNIQUE .....	63
III.3 PRATIQUES ET INSTITUTIONS INSTITUTIONNALISANTES.....	67
<b>IV CONTEXTE DE LA THESE .....</b>	<b>69</b>
IV.1 CIRCULATION ENTRE INSTITUTIONS ET PROCESSUS TRANSPOSITIFS .....	69
IV.2 LES INSTITUTIONS ETAPES : PARCOURS TRANSPOSITIFS INTERINSTITUTIONNELS .....	69
IV.3 LES ASSUJETTISSEMENTS AUX INSTITUTIONS DE REFERENCE .....	71
<b>V CONCLUSION.....</b>	<b>72</b>

## CHAPITRE 4

<b>CONTEXTE ET METHODOLOGIE DE LA RECHERCHE.....</b>	<b>75</b>
<b>I INTRODUCTION.....</b>	<b>75</b>
<b>II CONTEXTE DE LA RECHERCHE .....</b>	<b>77</b>
II.1 LES IUP ET LE MODELE DE FORMATION ASSOCIE.....	77
II.2 LES PROJETS D'INGENIERIE AU SEIN DE L'IUP D'EVRY.....	78
II.2.1 Une activité connectant deux institutions .....	79
II.2.2 La démarche de réalisation des projets .....	80
II.2.3 Documents produits .....	83
<b>III METHODOLOGIE D'ETUDE DES PROJETS.....</b>	<b>84</b>
III.1 LA SELECTION DES PROJETS .....	85
III.2 LES DONNEES RECUEILLIES SUR LES PROJETS CHOISIS LES DEUX ANNEES .....	88
III.3 L'ANALYSE DES DONNEES ISSUES DES PROJETS .....	90
III.3.1 Entretiens de contact et questionnaires .....	90
III.3.2 Rapports intermédiaires et entretiens de suivi.....	92
<b>IV AU-DELA DES PROJETS .....</b>	<b>92</b>
ANALYSE DES COURS .....	92
<b>V REFLEXION SUR LES POTENTIALITES ET LIMITES DE LA METHODOLOGIE.....</b>	<b>93</b>

## CHAPITRE 5

<b>ANALYSE PRAXEOLOGIQUE DES PROJETS .....</b>	<b>97</b>
<b>I INTRODUCTION.....</b>	<b>97</b>
<b>II ANALYSE DE PROJET 1.....</b>	<b>100</b>
II.1 PRESENTATION DU PROJET 1 .....	100
II.1.1 Division du travail.....	101
II.1.2 Tâches à développer par les étudiants .....	101
II.2 ANALYSE DES TACHES CHOISIES .....	101
II.3 SOLUTION PROFESSIONNELLE EXPERTE .....	102
II.3.1 Etude des lames et capteurs à jauge extensométriques.....	102
II.3.2 Détermination de la vitesse dans la gaine.....	104
II.3.3 Caractéristiques de la solution experte.....	104
II.4 SOLUTIONS REALISEES PAR LES ETUDIANTS.....	105
II.4.1 Détermination de la vitesse .....	105
II.4.2 Dimensionnement de lames rectangulaires.....	110
II.4.3 Dimensionnement des lames en triangle .....	124

II.5	UNE SITUATION DE CONFLIT : LAMES RECTANGLE/TRIANGLE .....	130
II.5.1	<i>Le choix initial et le passage à des lames en triangles.....</i>	<i>130</i>
II.5.2	<i>Les calculs erronés font revenir à la solution des lames en rectangle.....</i>	<i>131</i>
II.5.3	<i>La soutenance orale .....</i>	<i>132</i>
II.6	CONCLUSION DE L'ANALYSE DU PROJET 1 .....	134
<b>III</b>	<b>ANALYSE DE PROJET 2.....</b>	<b>136</b>
III.1	PRESENTATION DU PROJET 2 .....	136
III.1.1	<i>Division du travail.....</i>	<i>137</i>
III.1.2	<i>Tâches à développer.....</i>	<i>137</i>
III.2	ANALYSE DES TACHES CHOISIES .....	138
III.3	ETUDE THEORIQUE DES PHENOMENES DE VIBRATION .....	139
III.3.1	<i>Tâche 1. Etude simplifiée avec un cylindre et transposition à l'aile d'avion.....</i>	<i>139</i>
III.3.2	<i>Présentation synthétique de l'analyse dimensionnelle .....</i>	<i>142</i>
III.3.3	<i>Analyse des éléments technologiques explicités par les étudiants concernant la tâche 1. ....</i>	<i>146</i>
III.4	PARTIE 2. TRAVAIL SUR LE LOGICIEL ANSYS .....	151
III.4.1	<i>Déformation d'une poutre .....</i>	<i>152</i>
III.4.2	<i>Calcul de la déformation d'une aile d'avion.....</i>	<i>154</i>
III.5	CONCLUSION DE L'ANALYSE DU PROJET 2 .....	161
<b>IV</b>	<b>ANALYSE DU PROJET 3.....</b>	<b>163</b>
IV.1	PRESENTATION DU PROJET 3 .....	163
IV.1.1	<i>Division du travail.....</i>	<i>163</i>
IV.1.2	<i>Tâches à développer.....</i>	<i>164</i>
IV.2	ANALYSE DES TACHES CHOISIES .....	164
IV.3	CHOIX DU MOTEUR .....	165
IV.4	MODELISATION DU MOTEUR A COURANT CONTINU (MCC) SOUS FORME DE « SCHEMA BLOC ».....	169
IV.5	SIMULATION DU SYSTEME DE CONTROLE DE LA VITESSE D'UN MCC DANS LE LOGICIEL MATLAB ...	178
IV.6	POINT DE VU DU PROFESSIONNEL SUR LA REALISATION DE CES TACHES .....	189
IV.7	DIMENSIONNEMENT DU MOTEUR .....	190
IV.8	CONCLUSION .....	194
<b>V</b>	<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>196</b>
 <b>CHAPITRE 6</b>		
<b>AU DELA DES PROJETS : ANALYSE DES COURS.....</b>		<b>201</b>
<b>I INTRODUCTION.....</b>		<b>201</b>
<b>II TRANSFORMEE DE LAPLACE : UN CONCEPT CLE DANS LE DEVELOPPEMENT THEORIQUE DE L'AUTOMATIQUE.....</b>		<b>204</b>
<b>III OUTILS D'ANALYSE DE LA TRANSPOSITION DIDACTIQUE RELATIVEMENT AUX INSTITUTIONS DE REFERENCE.....</b>		<b>206</b>

III.1	DISTANCE A P(M) .....	207
III.2	DISTANCE AUX P(DI) ET A LA PROFESSION IP .....	208
<b>IV</b>	<b>ANALYSE DE COURS D'AUTOMATIQUE E(DIG).....</b>	<b>210</b>
IV.1	ANALYSE DU COURS 1 .....	211
IV.1.1	<i>L'introduction du cours.....</i>	<i>211</i>
IV.1.2	<i>Notion de linéarité.....</i>	<i>212</i>
IV.1.3	<i>La transformée de Laplace.....</i>	<i>214</i>
IV.1.4	<i>Fonction de transfert.....</i>	<i>216</i>
IV.1.5	<i>Etude de réponses.....</i>	<i>218</i>
IV.1.6	<i>Synthèse du cours 1 .....</i>	<i>221</i>
IV.2	ANALYSE DU COURS 2 .....	223
IV.2.1	<i>Introduction du cours .....</i>	<i>223</i>
IV.2.2	<i>Notion de linéarité.....</i>	<i>225</i>
IV.2.3	<i>Transformée de Laplace.....</i>	<i>225</i>
IV.2.4	<i>Fonction de transfert.....</i>	<i>235</i>
IV.2.5	<i>Etude de réponses.....</i>	<i>237</i>
IV.2.6	<i>Synthèse du cours 2 .....</i>	<i>242</i>
IV.3	ANALYSE DU COURS 3 .....	244
IV.3.1	<i>L'introduction du cours.....</i>	<i>245</i>
IV.3.2	<i>Notion de linéarité.....</i>	<i>245</i>
IV.3.3	<i>Fonctions / distributions.....</i>	<i>246</i>
IV.3.4	<i>Transformée de Laplace.....</i>	<i>251</i>
IV.3.5	<i>Fonction de transfert.....</i>	<i>254</i>
IV.3.6	<i>Etude des réponses .....</i>	<i>256</i>
IV.3.7	<i>Synthèse du cours 3 .....</i>	<i>258</i>
IV.4	TABLEAUX RECAPITULATIFS .....	259
<b>V</b>	<b>CONCLUSION.....</b>	<b>266</b>
<b>VI</b>	<b>ANALYSE D'UN COURS DE MATHEMATIQUES E(M) .....</b>	<b>268</b>
VI.1	INTRODUCTION .....	268
VI.2	PRESENTATION DU COURS .....	269
VI.3	LA TRANSFORMEE DE LAPLACE .....	269
VI.3.1	<i>Introduction à la transformée de Laplace .....</i>	<i>269</i>
VI.3.2	<i>Définition de la transformée.....</i>	<i>271</i>
VI.3.3	<i>Propriétés de la transformée .....</i>	<i>272</i>
VI.3.4	<i>Notion de convolution.....</i>	<i>274</i>
VI.3.5	<i>Comportement aux bornes et petit dictionnaire .....</i>	<i>276</i>
VI.3.6	<i>La transformée de Laplace inverse .....</i>	<i>278</i>
VI.3.7	<i>Applications de la transformée.....</i>	<i>281</i>
<b>VII</b>	<b>CONCLUSION.....</b>	<b>283</b>

VIII CONCLUSION GENERALE.....	284
-------------------------------	-----

## CHAPITRE 7

CONCLUSIONS GENERALES.....	287
----------------------------	-----

I LE ROLE DES DISCIPLINES INTERMEDIAIRES : UN PONT ENTRE THEORIE ET PRATIQUE .....	287
--	-----

II LES BESOINS MATHEMATIQUES DANS LES PROJETS ET LES RESSOURCES UTILISEES POUR LES SATISFAIRE...	289
--	-----

III RECONSTRUCTION DES TECHNIQUES ET TECHNOLOGIES : ELEMENTS METHODOLOGIQUES CLES .....	290
---	-----

IV LES EFFETS D'UN CONTRAT MIXTE .....	291
--	-----

V UN CADRE D'ANALYSE DU PROCESSUS TRANSPOSITIF PRENANT EN COMPTE L'EXISTENCE DE PLUSIEURS	
---	--

INSTITUTIONS DE REFERENCE, DISCIPLINES INTERMEDIAIRES ET MATHEMATIQUES.....	292
---	-----

<i>V.1 Le cadre d'analyse</i> .....	293
-------------------------------------	-----

<i>V.2 Synthèse de l'analyse des quatre cours étudiés</i> .....	294
---	-----

<i>V.3 Les choix effectués en termes de distances à <math>P(M)</math>, <math>P(DI)</math> et <math>Ip</math></i> .....	295
--	-----

<i>V.4 Eléments sous jacents aux choix d'élaboration</i> .....	296
--	-----

VI DECALAGES ENTRE DEUX INSTITUTIONS POLES : MATHEMATIQUES ET PRATIQUE .....	297
--	-----

VII LA CONTRIBUTION DU MODELE ELARGI DE LA TECHNOLOGIE .....	298
--	-----

VIII SYNTHESE GENERALE ET PERSPECTIVES .....	299
--	-----

BIBLIOGRAPHIE.....	302
--------------------	-----

ANNEXES.....	305
--------------	-----

# INTRODUCTION

La recherche que nous avons menée dans le cadre de la préparation de cette thèse a été initialement motivée par le travail de mémoire du master que nous avons réalisé au CINVESTAV<sup>1</sup> à Mexico qui portait sur la conception d'un outil d'analyse des concepts mathématiques mis en œuvre dans la pratique des ingénieurs (Romo, 2003). La pratique étudiée constituait en fait un cas très particulier. Elle était développée dans le cadre d'une formation d'ingénieurs de niveau master 2. Les ingénieurs réalisant ce master étaient des professionnels travaillant en entreprise et l'objectif de leur mémoire de master était de résoudre un problème posé dans l'entreprise où ils travaillaient. L'objectif de notre mémoire qui s'appuyait sur la distinction entre type de pensée théorique et type de pensée pratique (Sierpinska, et al., 2002) visait à analyser en ces termes les mathématiques utilisées par ces ingénieurs dans leur mémoire. Plus précisément, le travail avait consisté en l'analyse de quatre mémoires portant sur des problématiques différentes mais faisant tous intervenir des mathématiques de manière explicite. Notre mémoire, tout en apportant des éléments intéressants, nous a confronté aux limites de la catégorisation effectuée, fondée sur une analyse essentiellement mathématique, pour prendre en compte les caractéristiques épistémologiques des pratiques étudiées. Et ceci a motivé notre engagement dans un travail de thèse ayant l'ambition d'étudier de façon plus approfondie les besoins mathématiques professionnels des ingénieurs, les différents types de savoirs pouvant contribuer à la satisfaction de ces besoins, leurs origines et les transpositions subies, ainsi que leur place dans la formation des ingénieurs. Nous avons alors décidé de préparer notre thèse en France. Deux raisons principales ont motivé ce choix. La première concerne la longue tradition de formation institutionnelle des futurs ingénieurs qui y existe et accorde aux mathématiques une place importante. La seconde est celle de l'existence au sein de la didactique des mathématiques développée en France de cadres théoriques pour étudier les formations et les pratiques, notamment ceux de la théorie anthropologique du didactique qui nous semblaient a priori pouvoir nous aider à surmonter les limites théoriques que nous avons rencontrées.

Pour préciser la problématique de la thèse, nous nous sommes d'abord située dans une perspective historique, cherchant à comprendre la façon dont la question des besoins mathématiques de la formation des ingénieurs avait été posée et quelles réponses y avaient été apportées. Nous nous sommes appuyée pour cela sur plusieurs sources : des travaux relatifs à l'histoire de la formation à l'Ecole Polytechnique et ceux menés au sein de la Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique au début du XX<sup>e</sup> siècle. Les résultats de cette première analyse sont présentés dans le chapitre 1. Nous en sommes ensuite venue aux contextes récents et actuels, examinant l'évolution des débats sur la formation à partir des années cinquante, et les recherches notamment didactiques qui se sont développées plus récemment à la fois sur l'analyse des pratiques des ingénieurs et sur les questions de

---

<sup>1</sup> Centre d'Investigation et d'Etudes Avancées de l'Institut National Polytechnique.

formation. Ces analyses préliminaires ont attiré notre attention sur la permanence des difficultés rencontrées dans l'établissement de rapports satisfaisants entre théorie et pratique dans la formation des ingénieurs et nous ont conduite dans la thèse à nous centrer plus précisément sur ces rapports, sur les différents types de savoirs qui les concernent, leur circulation et leur articulation dans l'institution de formation. Elles nous ont aussi incitée à choisir pour contexte expérimental un type de formation d'ingénieurs mettant particulièrement l'accent sur les relations avec la pratique et s'adressant à des étudiants eux-mêmes souvent issus de formations technologiques et ayant donc un rapport aux mathématiques différent de celui des étudiants des Grandes Ecoles passés par les classes préparatoires : la formation des ingénieurs-maîtres dans les Instituts Universitaires Professionnalisés mise en place au début des années 90. Cette partie de notre travail est présentée dans le chapitre 2.

Dès le départ, notre intention était de nous appuyer, sur le plan théorique, sur la théorie anthropologique du didactique et d'en étudier les potentialités pour ce type de recherche. Les résultats des analyses préliminaires nous ont montré l'importance de prendre en compte différents types ou niveaux de discours technologique pour arriver à faire sens au sein de cette théorie de la diversité que nous entrevoyions dans les rapports institutionnels aux mathématiques développés dans les différentes disciplines de formation ; le rôle médiateur entre théorie et pratique des disciplines intermédiaires que constituent les sciences de l'ingénieur, et de comprendre les raisons des décalages souvent soulignés entre formation et pratique. Nous nous sommes donc appuyée à la fois sur les outils d'analyse classique fournis par cette théorie et notamment la notion de praxéologie, et sur les extensions récemment proposées par Corine Castela qui enrichissent les catégories de description des discours technologiques au sein de cette approche. Nous présentons le cadre théorique qui en résulte pour la thèse dans le chapitre 3.

Le contexte expérimental de la thèse est, comme nous l'avons précisé plus haut celui de la formation d'ingénieurs-maîtres en IUP. Plus précisément, nous nous sommes intéressée à une pratique innovante mise en place à l'IUP d'Evry, de type projet, cherchant à recréer à l'intérieur de l'institution de formation les contraintes du monde professionnel. Pendant deux ans, nous avons suivi ces projets, en adoptant une méthodologie d'immersion. Nous la décrivons ainsi que le contexte expérimental dans le chapitre 4.

Dans le chapitre 5, nous présentons les résultats de ce suivi et des analyses associées, en nous centrant sur trois projets. Ceci correspond aux choix que nous avons opérés la seconde année d'expérimentation, après avoir été confrontée à la difficulté d'identifier les besoins mathématiques réels des étudiants et leur rapport avec la formation, tant ils apparaissaient imbriqués dans des complexes de savoirs divers ou dans des artefacts logiciels qui tendaient à les rendre invisibles, et tant ils étaient mal perçus par les étudiants eux-mêmes. Les projets sélectionnés l'ont été parce qu'ils faisaient intervenir des mathématiques de façon explicite, que les mathématiques y intervenaient à travers des contenus et pratiques différentes, en relation avec des disciplines de formation elles aussi différentes, mais qu'il se regroupaient en



dépit de ces différences au sein d'une thématique commune de projets liés à l'étude de phénomènes aérodynamiques en soufflerie.

L'analyse de ces projets a confirmé l'attention nécessaire à apporter aux disciplines intermédiaires de formation et pour approfondir la réflexion dans cette direction, nous avons choisi une question rencontrée dans l'analyse d'un des projets qui nous semblé en un sens emblématique : celle de l'enseignement de la transformée de Laplace. Nous l'avons approchée par la comparaison de différents cours sur cette notion portés par différentes institutions, celle du cours d'automatique de l'IUP d'Evry qui visiblement avaient servi de référence pour le projet concerné mais aussi d'autres enseignements d'automatique et de mathématiques de cette notion en IUT, université et école d'ingénieur. Les résultats de cette analyse sont présentés dans le chapitre 6.

Finalement, dans le chapitre 7, nous présentons de façon synthétique les résultats de notre travail, en pointons les potentialités et les limites, et précisons quelques pistes de recherche qui s'en dégagent.

Dans les annexes, nous présentons des documents complémentaires au corps du texte. Notamment, un bilan de la pré-expérimentation dont les données obtenues ne font pas l'objet d'une analyse approfondie. Cependant nous y présentons des résultats qui ont guidé notre expérimentation. Nous présentons également les données issues des entretiens menés auprès des étudiants et des enseignants lors du développement des projets, qui constituent des éléments substantiels pour l'analyse des projets.



---

# CHAPITRE I

---

## LA PLACE DES MATHÉMATIQUES DANS LA FORMATION DES FUTURS INGÉNIEURS : PERSPECTIVE HISTORIQUE

### **I Introduction**

La question de la place à accorder aux mathématiques dans la formation des ingénieurs, des contenus qui doivent être abordés dans cette formation et de la façon dont ils doivent être abordés et articulés avec les autres domaines de la formation, est une question que l'on voit posée dès la mise en place de telles formations. Dans la première partie de ce chapitre, nous le mettons en évidence en nous appuyant d'une part sur le cas de l'Ecole Polytechnique, d'autre part sur des enquêtes et réflexions menées sur ce thème et plus généralement sur celui de la place à accorder aux applications dans l'enseignement des mathématiques, au début du XX<sup>e</sup> siècle, par la Commission Internationale de l'Enseignement des Mathématiques (CIEM dans la suite). Dans la seconde partie, nous mettons en regard cette perspective historique avec la façon dont ces mêmes questions sont abordées aujourd'hui soulignant d'une part la continuité des préoccupations mais aussi la façon dont l'évolution scientifique, technologique et professionnelle modifie les approches.

## II Les premiers modèles de la formation d'ingénieurs. Le cas de l'Ecole polytechnique

Comme annoncé ci-dessus, nous débutons l'analyse par le cas de l'Ecole Polytechnique, en nous appuyant sur l'ouvrage (Belhoste, Dahan-Dalmedico & Picon, 1994). Le choix de cette école est dû à son statut emblématique dans la culture française, même si, comme nous le verrons dans la suite, sa vocation est loin d'être la seule formation des ingénieurs.

Comme le montre l'article de Belhoste dans l'ouvrage mentionné ci-dessus, plusieurs modèles de formation ont été mis en place successivement au sein de cette institution afin de constituer la formation la plus adaptée aux besoins professionnels des futurs ingénieurs. Il nous semble intéressant d'analyser la façon dont ces modèles ont été conçus et les débats auxquels cette conception ainsi que les changements de modèle ont donné lieu. En fait, trois modèles vont se succéder de la création de l'Ecole en 1794 au Second Empire, portés respectivement par les idées de Monge, de Laplace, d'Arago et de Le Verrier.

Dans les choix effectués aux différentes époques se combinent des considérations académiques, professionnelles et sociales. L'école est par exemple créée dans la foulée de la Révolution et donc dans un contexte d'exception. Elle est héritière des idéaux encyclopédistes du siècle des Lumières. Elle est portée dans ses débuts par l'essor de la science française à cette époque. Ce contexte historique joue un rôle décisif dans l'élaboration du premier modèle de formation. Par la suite, des contraintes propres à l'Ecole telles que le recrutement sur concours et l'« examen de sortie », basés notamment sur les connaissances mathématiques, vont déséquilibrer ce modèle et montrer la difficulté d'élaborer un modèle en accord avec la vocation de l'Ecole, une vocation par ailleurs en permanence en débat : « l'Ecole Polytechnique doit-elle être une école d'ingénieurs ou une école de haute science ? » (Ibid. p.2)

### II.1 Le premier modèle de formation « encyclopédiste »

L'Ecole Polytechnique, comme le signale Belhoste, est l'héritière « sur le plan intellectuel »<sup>2</sup> de l'Ecole du génie de Mézières, laquelle « recrutait ses élèves sur concours et donnait un enseignement formel très structuré ». Cet enseignement formel donnait aux mathématiques le rôle d'outil théorique, une base pour ériger la formation professionnelle de manière systématique. « Les études proprement théoriques, en mathématiques et sciences physiques, y sont sans doute moins élevées qu'on ne l'a dit parfois, mais la formation professionnelle, en dessin et fortification, repose sur un corps de doctrine systématique, à base de géométrie ». (Ibid. p.10). Cette formation repose sur un modèle qui divise la formation en formation théorique et formation pratique, la première étant à la charge d'un professeur de

---

<sup>2</sup> « Sur le plan institutionnel cependant, l'Ecole Polytechnique est l'héritière en ligne directe de l'ancienne Ecole de Ponts et Chaussées » (Belhoste 1994, p. 10)

mathématiques et de sciences physiques et la deuxième à la charge de techniciens et d'officiers des Corps.

C'est sur la base de son expérience comme professeur à Mézières que Gaspar Monge va concevoir le premier modèle de formation de l'Ecole Polytechnique. Il est basé sur les connaissances mathématiques et physiques mais ce qui le caractérise c'est sa proximité avec l'idéal encyclopédiste d'une alliance possible entre les Sciences et les Arts. A cette époque, les Sciences correspondent en effet à la théorie pure et les Arts aux applications. Ce sont ces dernières qui ont un rôle privilégié dans le premier modèle. En effet, « c'est le principe d'application qui hiérarchise les sciences et les arts et qui détermine l'organisation du cursus » (Ibid. p.12) Ainsi, « la géométrie descriptive réunit l'ensemble des applications de la méthode des doubles projections ; l'analyse est étudiée dans ses applications à la géométrie et à la mécanique ». (Ibid. p.12)

La géométrie occupe une place prédominante dans ce modèle de formation et le métier de l'ingénieur est vu comme l'application de méthodes générales. L'importance de la géométrie et des connaissances mathématiques plus généralement est légitimée par la généralité des méthodes offertes qui garantit leur applicabilité dans des contextes divers. Cette vision est confirmée par le modèle pédagogique : l'enseignement de la théorie des sciences et des applications a lieu dans des cours magistraux donnés par des chercheurs de l'Académie des Sciences, à la suite de quoi les connaissances associées doivent être mises en pratique dans les salles et les laboratoires sous la direction d'élèves plus avancés.

## II.2 Du modèle de Monge au modèle de Laplace

Le premier déséquilibre que doit affronter très rapidement ce modèle est provoqué par la création des écoles d'application en 1795. En effet, ces écoles vont demander à l'Ecole Polytechnique de supprimer les cours d'application, considérant que ces derniers sont de leur ressort. Or, comme nous l'avons exposé précédemment, les mathématiques avaient une place très haute dans la hiérarchie des enseignements mais une place légitimée par l'importance des applications dans les enseignements théoriques tels que la mécanique comme dans les enseignements d'application tels que le cours de fortification. La suppression des cours initiaux d'application et la mise en place de nouveaux cours spéciaux pour les remplacer, dénommés cependant encore « d'application », causent alors un déséquilibre et questionnent le rôle accordé aux mathématiques, en particulier à la géométrie descriptive, que les cours d'application nourrissaient. Comme le souligne Belhoste :

« Mais à ces cours spéciaux<sup>3</sup>, qui ne jouent d'ailleurs qu'un rôle secondaire, manque une véritable unité organique : la référence à la géométrie descriptive, sans être abandonnée, est devenue largement factice » (ibid. p.18).

---

<sup>3</sup> Ces cours spéciaux, correspondent aux cours dits « d'application », parmi ceux, il y avait le cours de machines, enseigné d'un point de vue descriptif.

Un deuxième déséquilibre est provoqué par la création, la même année, de l'examen de sortie qui va décider de l'entrée dans les écoles d'application.

« Ces examens, cruciaux pour les élèves dont ils conditionnent la carrière, exercent aussitôt une influence déterminante sur la scolarité et imposent de manière durable leur logique au curriculum ». (ibid. p.19).

Parmi les examinateurs, on retrouve par exemple Laplace et Bossut, ce qui peut expliquer que les examens portent en grande partie sur les connaissances mathématiques. Le modèle est ainsi affecté « ...en réduisant le rôle de la pratique, sur laquelle on n'interroge pas, au profit de la théorie ». Si, de plus, on prend en compte le fait que l'examen qui, au départ, donne lieu à plusieurs classements suivant l'école choisie, est ensuite unifié en un seul examen de sortie, la sélection de l'école d'application étant soumise au classement résultant de celui-ci, la place des mathématiques dans la formation va devenir la plus importante, créant « une hiérarchie des enseignements selon les points de classement qui disloque, au seul bénéfice des mathématiques » (ibid. p.21).

Quelles sont les mathématiques qui vont bénéficier de ces déséquilibres ? L'analyse en fait va s'imposer par rapport à la géométrie descriptive parce que porteuse d'une généralité supérieure à cette dernière. Comme Belhoste le souligne :

« Pour Lagrange, l'analyse est une méthode générale qui s'applique à la géométrie et à la mécanique, et, sur ce point, il est en accord avec Monge. Mais, alors que pour Monge, ce sont les applications qui donnent la vérité de la méthode – conception qui est à la base de son réalisme géométrique – le programme de Lagrange consiste à réduire toute la mécanique et la géométrie à l'analyse, elle-même réduite à un calcul purement algébrique, et sa réalisation, tant pédagogique que scientifique, passe par une réflexion approfondie sur les principes ». (ibid. p. 22)

Mais ce n'est pas Lagrange qui va causer la rupture majeure avec le modèle de Monge, c'est Laplace en mettant en place un cours « complet » d'analyse différent du cours de mécanique, et en soulignant que les élèves de l'Ecole sont faibles en mathématiques. On peut en déduire que Laplace considérait qu'une connaissance approfondie de l'analyse fournissait aux élèves une « base » solide, qui leur permettrait de maîtriser ultérieurement la géométrie, la mécanique et les enseignements d'application.

Ces derniers prennent progressivement un rôle secondaire et la rupture avec le modèle de Monge devient évidente. L'analyse en revanche prend un rôle dominant dans l'enseignement de l'Ecole et, dans la réorganisation de 1816, cette évolution est évidente. Les méthodes analytiques pénètrent les enseignements de la mécanique, la physique, la théorie de machines, la géodésie et les probabilités. Cependant, l'emprise de l'analyse sur les applications, loin de s'établir définitivement, va s'affaiblir avec le cours d'analyse de Cauchy, qui impose une rigueur mathématique propre à la discipline mathématique. Comme l'écrit Belhoste :

« Comme Lagrange, Cauchy part de l'idée que les applications, en mécanique et en géométrie, ne sont que des conséquences bien conduites des principes et que c'est donc sur les principes que doit porter l'effort de clarification. Mais là où Lagrange tentait de réduire formellement

l'analyse à l'algèbre, avec ses fonctions analytiques, et de reconstruire ainsi l'édifice de la science sur l'usage universel du calcul algébrique, Cauchy, après avoir montré les limites de l'entreprise lagrangienne, réinvente, avec une nouvelle exigence de rigueur, tous les concepts et les méthodes classiques du calcul infinitésimal » (ibid. p. 23).

Les apports de Cauchy à l'analyse favorisent grandement le développement de la science française mais, du point de vue de la formation d'ingénieurs, son cours reste très abstrait, un outil théorique qui risque de ne pas être utilisé, éloigné des applications et des besoins pratiques. Cette situation est dénoncée par les écoles d'application qui expriment leur désaccord via la critique suivante :

« L'Ecole Polytechnique tend à perdre de vue l'utilité de son enseignement. Les mathématiques risquent de devenir le latin des ingénieurs, moyen de sélection scolaire et de distinction sociale, que l'on s'empresse d'oublier sitôt passé l'examen de sortie » (ibid. p. 24)

Dans un contexte international où la révolution technique et industrielle se développe à grande vitesse, la France ne peut rester à l'écart. Une pression sociale se fait sentir, portée par des industriels qui demandent des professionnels capables de faire face aux nouveaux besoins de l'industrie. Afin de satisfaire ces derniers, en 1829, une Ecole privée : l'Ecole Centrale des arts et manufactures, sera créée. Elle sera comme Belhoste le souligne : « celle de Monge, adaptée aux temps nouveaux ». Dans cette institution va se mettre en place un nouveau modèle de formation, dont la marque sera l'enseignement de la « science industrielle ». L'analyse n'est pas enseignée et l'enseignement de la géométrie descriptive, de la mécanique et de la physique ne sont pas basés sur la théorie mais plutôt sur les applications.

L'enseignement de « science industrielle » va être le précurseur d'un enseignement technologique qui n'est pas encore constitué comme tel à ce moment-là. C'est le premier essai effectué en vue de constituer une nouvelle science qui parvienne à équilibrer les tensions entre l'abstraction pure et des applications dénuées de référence théorique. L'Ecole Polytechnique, sous la direction d'Arago, devient consciente de la nécessité d'une réforme de l'enseignement qui permettrait d'incorporer un enseignement proche du modèle établi à l'Ecole centrale des arts et manufactures. Elle dispose alors des conditions pour le faire : elle a été libérée de la tutelle militaire et le pouvoir est maintenant entre les mains des professeurs. L'Ecole restera cependant sans modification importante d'organisation de la formation pendant vingt ans. Auguste Comte dénonce la dégradation de la situation en termes virulents, écrivant :

« L'Ecole monoteknique et ses mathématiciens spéciaux, sans talent pour l'enseignement » (cité en Belhoste, p. 26). Contrastant avec cette inertie, les Ecoles d'application, convaincues de l'obsolescence des anciens modèles, se réforment en privilégiant des enseignements d'application et des enseignements technologiques : « Dès la Restauration, de nouveaux cours de sciences appliquées sont créés, tels les cours de mécanique de Poncelet à Metz ou de Navier aux Ponts ; sous la monarchie de Juillet, s'ajoutent d'autres enseignements à caractère technologique, toujours plus spécialisés » (ibid. p. 26).

### **II.3 Le modèle de Le Verrier**

L'Ecole attendra une attaque violente de la part des ingénieurs civils qui trouve des échos à l'Assemblée Nationale et au gouvernement, pour entreprendre une réforme profonde

du modèle de formation. Cette mission est confiée à l'astronome Le Verrier en 1850 qui, avec l'aide d'une « commission mixte »<sup>4</sup> conçoit en quatre mois une réforme qui porte tant sur l'enseignement de l'Ecole que sur l'enseignement préparatoire à l'admission à l'Ecole. Cette réforme comporte en particulier, une évolution de l'examen d'admission qui va comporter des épreuves orales du premier degré pour l'admissibilité, du second degré pour le classement et des épreuves écrites à valeur informative. Par ailleurs, les candidats devront être titulaires d'un baccalauréat ès sciences, ce qui motive des transformations de l'enseignement secondaire telle que :

« la bifurcation, qui institue à partir de la classe de troisième une section de sciences parallèle à la section des lettres, et donnant accès au baccalauréat ès sciences » (ibid. p. 27)

Pour ce qui est de la réforme faite à l'intérieur de l'Ecole, la pratique devient l'axe organisateur des enseignements :

« le seul critère est l'utilité pour les applications, et tout développement de pure théorie sera systématiquement écarté » (ibid. p. 28).

D'autre part, le modèle pédagogique est lui aussi modifié et par la suite, ces enseignements sont en priorité confiés à des ingénieurs en activité. Le cours de mécanique appliquée, créé en fusionnant les cours de mécanique et de machines devient l'enseignement central de l'Ecole.

Ce nouveau modèle de formation comme le signale Belhoste est éloigné du modèle laplacien mais ce n'est pas non plus un modèle encyclopédiste comme celui de Monge. Il s'agit plutôt d'un modèle éclectique dont :

« le plan d'études ne prétend pas soumettre l'ensemble des applications, qui tendent à s'y multiplier, à quelques méthodes générales, mais plutôt à fournir aux élèves des outils scientifiques et techniques pouvant répondre aux besoins multipliés de la pratique. » (ibid. p. 29).

Une des conséquences immédiates de cette réforme est que l'Ecole de 1850 n'est plus une école de haute science, mais elle ne se constitue pas pour autant en une école formatrice d'ingénieurs pour l'industrie, elle continue à former des personnes qui accéderont aux grands corps de l'état.

## **II.4 Conclusion**

L'Ecole Polytechnique est certainement un cas particulier et l'on ne saurait généraliser à partir de ce cas particulier, même s'il est emblématique. Le devenir de ses élèves dans les grands corps de l'état, la tension qui est à l'œuvre entre une vocation de formation d'ingénieurs et une vocation de formation de scientifiques, éléments rappelés ci-dessus, illustrent bien ces spécificités. Cependant, les questions qui sous-tendent l'établissement des modèles de formation et les changements de modèle, de Monge à Laplace puis à Le Verrier,

---

<sup>4</sup> composée des représentants des services publics. (Belhoste, p. 27)



sont les questions fondamentales des rapports entre science et application de la science, de rapports entre science et technologie. Dans les deux premiers modèles : ceux de Monge et de Laplace, les mathématiques sont centrales mais ce ne sont pas les mêmes domaines mathématiques qui sont dominants : on bascule de la géométrie à l'analyse. De plus, la vision des rapports entre mathématiques et applications est différente. Dans le premier modèle, les mathématiques sont importantes mais légitimées par leur rôle dans les applications et les deux sont étroitement liés dans l'enseignement. Dans le second modèle, les mathématiques forment un corpus autonome pourvoyeur de connaissances générales qui sont ensuite réinvesties dans des enseignements d'application. Le lien avec les applications se distend et permet à chaque enseignement de se développer avec sa logique propre. Le troisième modèle résulte en quelque sorte de la dynamique d'écartement favorisée par le précédent. L'utilité des mathématiques fondamentales n'est plus reconnue, on verse dans un modèle basé sur un rapport utilitaire aux mathématiques. On voit aussi l'avènement des enseignements technologiques comme venant combler un vide, en réponse à une demande de la pratique. Tout ceci nous semble porteur de leçons qui dépassent le seul cas de l'Ecole Polytechnique. Les facteurs qui gouvernent cette dynamique sont eux aussi intéressants à souligner. On note certes les effets de l'évolution scientifique dans le basculement entre géométrie et analyse, mais au-delà on voit l'influence d'une conjonction de facteurs d'origine sociale, le poids des héritages culturels et des changements de structure.

Avançant dans l'histoire, nous allons dans la partie suivante, nous situer au début du XX<sup>e</sup> siècle. Ce début de siècle est marqué comme Furinghetti le souligne (Furinghetti, 2003), d'une part par une apogée du développement des mathématiques pures et appliquées, d'autre part par la constitution de systèmes nationaux d'instruction dans différents pays. Dans ce cadre scientifique et social, est créée en 1908 à Rome, la Commission Internationale de l'Enseignement des Mathématiques (CIEM). Cette dernière s'intéresse, dès sa création, à la question de la place à accorder aux applications des mathématiques dans l'enseignement, comme signalé dans l'introduction de ce chapitre et, pour comprendre les débats qui concernent la formation des ingénieurs, il nous semble intéressant de les inscrire dans le champ plus vaste des débats plus larges que reflète la commission sur la place des applications dans l'enseignement des mathématiques en général. Pour cela, nous allons considérer plus particulièrement deux événements : les réformes de l'enseignement secondaire menées dans différents pays au début du XX<sup>e</sup> siècle et la Conférence Internationale de l'enseignement mathématique qui a lieu à Paris en 1914.

### **III La CIEM, reformes et formation d'ingénieurs au XX<sup>e</sup> siècle**

#### **III.1 Débats autour de la place des applications dans l'enseignement secondaire et une réforme universitaire impulsée par des ingénieurs**

La CIEM et la revue *L'enseignement Mathématique*, qui en est l'organe officiel depuis sa création, reflètent l'esprit de réforme de l'enseignement qui souffle sur l'enseignement des

sciences en général et sur l'enseignement des mathématiques en particulier aux débuts du XX<sup>e</sup> siècle, suscité par l'évolution scientifique d'une part et la révolution industrielle d'autre part.

A partir des contributions parues dans *L'enseignement Mathématique*, Nabonnand (2003), analyse les débats autour de la place des applications mathématiques qui ont orienté et façonné la réforme de l'enseignement secondaire. Celle-ci a été menée suivant les cas par deux voies différentes : d'une part, une voie qui propose « une adaptation à une nouvelle définition de la culture générale », d'autre part, une voie utilitariste qui considère qu'une finalité importante de l'enseignement est la formation d'utilisateurs de la science pour les besoins de l'industrie. Pour cette dernière, notamment, le rôle des applications athématiques est prépondérant. Les arguments développés, les exemples fournis ne concernent pas uniquement l'enseignement secondaire. Ils portent aussi sur les formations d'ingénieurs qui nous concernent plus directement.

Une réforme, menée en Angleterre et présentée par C. Godfrey à l'occasion du congrès international des mathématiciens de Rome illustre ce qui précède. Godfrey signale que, l'institution universitaire n'arrivant pas à se réformer, cette réforme a été impulsée par les utilisateurs des mathématiques, en particulier, par les ingénieurs. Ceux-ci, conscients de l'importance de la formation scientifique pour leur corps affirment alors « qu'on ne peut pas savoir trop de mathématiques pourvu que ce soit de bonnes mathématiques » (cité par Nabonnand, p. 234), en défendant l'idée que de bonnes mathématiques sont aussi des mathématiques utiles dans la pratique.

Godfrey prend appui sur cet exemple, montrant comment une formation d'ingénieurs complètement théorique, celle d'une section d'ingénieurs à l'Université de Cambridge, ayant un enseignement mathématique « sans base pratique », s'est trouvée fortement questionnée et réformée, et il en tire des conclusions plus générales :

« Ce mouvement amena la formation de divers comités qui comparèrent les opinions des hommes de métier et des maîtres d'école et trouvèrent que l'accord était possible sur la plupart des points. Les professeurs reconnurent que des sujets utiles pouvaient être aussi éducatifs que les futilités conventionnelles qui avaient fini par s'identifier avec les mathématiques enseignées dans les écoles. De même que les mathématiques supérieures pures gagnent en valeur et en intérêt par un contact plus intime avec les problèmes posés par les physiciens et deviennent en revanche irréelles et sans but quand elles sont séparées de leurs applications, de même les mathématiques élémentaires ont trouvé leur salut dans l'introduction des applications sans nombre fournies par la vie industrielle moderne. » (Godfrey, 1908, p.462) cité en (ibid. p. 235)

Soulignons que l'on retrouve dans cet exemple une réforme réalisée par un comité composé de professeurs et d'hommes de métier, ce que l'on peut mettre en relation avec la commission mixte qui a conçu le modèle dit de Le Verrier décrit plus haut à l'Ecole Polytechnique. De même, l'exemple de Godfrey montre bien qu'au cœur de ces réformes il y a une nécessité et un effort pour concilier la théorie et la pratique, en mettant en valeur les applications des mathématiques tant pour les services qu'elles rendent aux autres disciplines scientifiques, en particulier à la physique, que pour les services qu'elles rendent dans des contextes plus pratiques tels que ceux des milieux industriels. Pour les réformateurs

« utilitaristes », l'applicabilité des mathématiques et le caractère formateur pour l'esprit de ces dernières ne s'opposent pas, au contraire, et ceci les conduit à orienter l'enseignement à tous les niveaux vers ce qui est susceptible d'être utile. Pour eux, le choix des contenus d'enseignement doit être conditionné strictement à leur potentiel de service. C'est le point de vue par exemple de Bourlet quand il écrit :

« Il faut donc écarter de l'enseignement de mathématiques tout ce qui n'aura pas une utilité plus ou moins directe dans les applications » (ibid, p. 239) et assure par la suite, que ce choix ne risque pas de diminuer les contenus mathématiques parce que, « si l' on fait un tableau complet des connaissances strictement indispensables à un ingénieur ordinaire, on s'aperçoit aussitôt que le champ ainsi borné est encore immense » (ibid, p. 239).

Cette justification met en évidence une autre contrainte à considérer : l'amplitude des connaissances mobilisées par un ingénieur dans sa pratique. Nabonnand ne traite pas cette contrainte dans son analyse mais, nous voudrions la souligner, en constatant que le choix de privilégier les applications mathématiques dans une formation technique ou d'ingénieur ne suffit à déterminer cette formation. Vu l'ampleur des connaissances potentiellement en jeu dans la pratique, il sera nécessaire de faire des choix, en se demandant quelles sont les mathématiques appliquées les plus nécessaires.

Revenons au débat initial. Nous avons présenté ci-dessus des arguments développés par des réformateurs utilitaristes. Mais il existait aussi des réformateurs s'opposant à cette orientation, argumentant par exemple, que les applications des mathématiques, dénuées de rigueur, ne peuvent servir de base à une formation en mathématiques. Parmi ces derniers, on trouve A. N. Whitehead, qui souligne que, même lorsque l'enseignement mathématique s'adresse à des personnes dont la formation mathématique sera élémentaire et courte, celle-ci « doit viser deux objectifs : développer la faculté d'abstraction et développer la faculté de raisonnement logique. Aussi l'enseignement des mathématiques doit-il être d'une rigueur logique sans concession. ». (ibid, p. 241). Il est tout aussi catégorique sur la nécessité de la rigueur dans un enseignement mathématique à vocation professionnelle et écrit par exemple :

« Il est important pour les physiciens et ingénieurs d'avoir un esprit entraîné mathématiquement (*mathematically trained mind*) et on ne peut pas se contenter d'une connaissance quasiment mécanique en vue des applications. (ibid. p. 242).

On voit donc une grande cohérence entre les arguments développés pour ou contre un enseignement des mathématiques centré sur les applications dans l'enseignement et dans la formation des ingénieurs même si, comme le souligne Bourlet :

« la question d'un enseignement de mathématiques appliquées est à la fois beaucoup plus cruciale et plus simple à résoudre pour les formations supérieures d'ingénieurs ou de physiciens que dans l'enseignement secondaire même technique » (ibid. p. 245)

## III.2 La Conférence Internationale de l'Enseignement Mathématique

La CIEM s'est réunie à Paris en 1914 pour aborder deux questions :

- 1) Les résultats obtenus dans l'introduction du calcul différentiel et intégral dans les classes supérieures de l'enseignement moyen.
- 2) La place et le rôle des mathématiques dans l'enseignement technique supérieur.

Les travaux de la conférence ont été préparés par des enquêtes menées dans les pays membres de la CIEM. Nous nous limiterons ici aux travaux concernant la seconde question. Le rôle des mathématiques dans la formation d'ingénieurs est abordée d'une part dans une séance consacrée à la présentation par Stäckel d'un rapport sur la préparation mathématique des ingénieurs dans différents pays, d'autre part dans une conférence de Maurice d'Ocagne consacrée au rôle des mathématiques dans ce qu'il dénomme les sciences de l'ingénieur.

### III.2.1 Formation mathématique des ingénieurs dans différents pays

Dans son rapport, Stäckel constate l'existence de deux systèmes de formation pour les ingénieurs. Dans la plupart des pays, la formation est assurée par des universités techniques tandis que, dans les autres, la formation théorique et la formation technique sont respectivement à la charge des universités et des sections techniques des universités ou des Ecoles d'application. Les mathématiques font partie de la formation théorique. Le calcul différentiel et intégral constitue le socle de l'enseignement des mathématiques mais il est souligné que celui-ci ne suffit plus et que les méthodes graphiques et numériques d'intégration des équations différentielles développées dans le dernier tiers du XIX<sup>ème</sup> siècle doivent être enseignées. Les mathématiques enseignées se veulent générales et autonomes vis-à-vis des « Sciences de l'ingénieur ». Même s'il est reconnu qu'elles doivent répondre aux besoins de ces dernières qui requièrent de plus en plus l'utilisation de méthodes mathématiques modernes, la responsabilité de l'adaptation est laissée aux enseignants. Il est également souligné que le rôle des enseignements mathématiques est de fournir aux élèves des connaissances mathématiques « suffisantes » pour leur permettre l'étude de la mécanique et de la physique. Le rôle attribué à l'enseignement des mathématiques pour la formation des ingénieurs qui transparaît dans ce rapport nous semble se rapprocher de celui qui est affecté à l'enseignement de l'analyse dans le modèle laplacien cité plus haut: un enseignement général, autonome, porteur d'une base de connaissances qui permet l'accès aux autres disciplines constituées, notamment la physique et la mécanique.

La question de la rigueur est elle aussi abordée dans le rapport et il est souligné qu'« il faut bien établir exactement les hypothèses sous lesquelles les déductions s'opèrent, mais qu'il ne faut pas enseigner l'axiomatique » (ibid. p.62)

Par ailleurs, on constate un grand développement des « Sciences de l'ingénieur », celles qui en 1829 apparaissent comme la nouveauté du modèle de formation de l'Ecole centrale des arts et manufactures en tant que « Science industrielle ». Elles occupent maintenant une place importante dans la plupart des formations d'ingénieurs, conduisant à une réduction du nombre d'heures affecté aux mathématiques et conduisant même certains ingénieurs à considérer que la formation mathématique et physique devrait être assurée au préalable.

### III.2.2 Le rôle des mathématiques dans les Sciences de l'ingénieur, conférence de Maurice d'Ocagne

Les avancées mathématiques ont joué un rôle fondamental dans ce développement. C'est ce que s'attache à montrer dans sa conférence Maurice d'Ocagne, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Professeur à l'Ecole Polytechnique et à l'Ecole des Ponts et Chaussées. Cette conférence a pour titre : « Le rôle des mathématiques dans les Sciences de l'ingénieur », et il la débute en s'excusant par avance de ne pas apporter de réelle nouveauté :

« Sur ce sujet que je suis appelé à traiter devant vous, tout a été dit, depuis si longtemps qu'il y a des ingénieurs et qui réfléchissent, et je viens trop tard pour garder quelque espoir de vous apporter du nouveau ». (Ocagne, p.211)

Il défend un rôle primordial de la théorie mathématique dans la pratique de l'ingénieur même si, au quotidien, les mathématiques considérées nécessaires sont des mathématiques très générales et relativement élémentaires, celles permettant l'utilisation de formules, de schémas et de méthodes graphiques. Comme il l'exprime :

« Si l'on se borne aux simples besognes de la pratique journalière, on peut évidemment se tirer d'affaire avec un coup d'œil et du bon sens lorsqu'on dispose d'un bagage de connaissances générales suffisant pour être à même, en s'inspirant d'exemples antérieurs, d'approprier à l'objet que l'on a en vue, les schémas et les formules qui se rencontrent dans les recueils spéciaux. » (ibid. p.211)

Il souligne cependant que ce que l'on attend d'un ingénieur n'est pas une utilisation aveugle de formules empiriques obtenues par simple tâtonnement :

« Autre chose est non plus de savoir se servir d'une formule, mais d'être en mesure, par une juste critique, d'en apprécier la valeur et, si besoin est, d'en proposer une nouvelle » (ibid. p. 211-212).

Pour cela, selon lui, la théorie mathématique est souvent utile sinon nécessaire et il l'illustre en fournissant de nombreux exemples de problèmes d'ingénierie dont la résolution a nécessité l'application de la théorie mathématique « la plus avancée ».

Le premier exemple donné est celui de la télégraphie sous-marine. D'Ocagne souligne que la solution trouvée par lord Kelvin relevait de « la théorie pure » et que ce travail mathématique théorique lui a montré «, en particulier, que pour éviter la confusion à l'arrivée des signaux expédiés, il était utile de faire suivre toute émission de courant d'une émission égale et contraire qui ramène la ligne à l'état primitif. D'ailleurs, l'étude du même système d'équations linéaires aux dérivées partielles [...] permet encore de discuter les conditions de fonctionnement des lignes de transport de force à grande distance. » (ibid. p.212)

Et revenant sur le rôle exact joué par les mathématiques dans l'activité de l'ingénieur, il ajoute :

« Le rôle des mathématiques consiste à fournir une interprétation rationnelle de faits réductibles à la notion de mesure, et la question qui se pose est de savoir jusqu'à quel point la théorie de forme mathématique est susceptible de servir de guide dans les [...] faits expérimentaux. » (ibid. p. 213)

Ce rôle donné aux mathématiques nous semble très proche de celui conféré aujourd'hui à la modélisation mathématique.

Pour lui, théorie et pratique ne s'opposent pas mais se nourrissent mutuellement. Il l'affirme, en reprenant une citation de Marbec :

« La pratique, dit M. Marbec, donne la connaissance des faits, la théorie donne le moyen d'en tirer les conséquences lointaines. Un mécanicien complet doit posséder les deux » (ibid. 213)

Pour établir la pertinence de ce point de vue, il utilise plusieurs exemples dans lesquels un rapport étroit entre théorie et pratique a eu des conséquences productives, tant pour la Science que pour la technique. Les deux premiers exemples cités veulent montrer comment la théorie mathématique peut conduire à la découverte de faits expérimentaux et il cite le cas des ondes hertziennes « nées du besoin de soumettre au contrôle de l'expérience les conséquences de la théorie toute mathématique des ondes électromagnétiques », et celui des lois de l'électrostatique, découvertes par Green avant que Faraday ne les mette en lumière de façon expérimentale. Dans ces deux exemples, la théorie joue un rôle d'outil de prédiction. Elle permet d'anticiper ce que l'expérimentation va donner, et conduit à une production de connaissances « techniques ». Ocagne considère cela comme un service rendu par les mathématiques à la technique.

Il présente ensuite un autre type d'apport des théories mathématiques, selon lui plus indirect mais avec des conséquences tout aussi importantes pour la pratique :

« Niera-t-on la répercussion qu'a eu le développement de la thermodynamique sur les perfectionnements réalisés dans la construction et l'emploi industriel des machines thermiques ? Or, il semble bien difficile que l'on puisse atteindre à la pleine compréhension des principes si délicats de la thermodynamique sans une forte éducation mathématique. » (ibid, p.214)

Ici, des connaissances mathématiques permettent la compréhension d'un domaine de la physique, à savoir la « thermodynamique », qui contribue lui-même à la production technique. C'est un rôle analogue que jouent les mathématiques pures au service de la technique, en contribuant de façon cruciale au développement des « Sciences de l'ingénieur ». Pour le montrer, d'Ocagne introduit quatre autres exemples. Dans le premier, il montre comment de nouvelles connaissances mathématiques ont permis la résolution d'un problème qui restait ouvert depuis longtemps et que l'expérimentation n'avait pas permis de résoudre. Le problème cité est celui de la propagation des ondes liquides dans les tuyaux élastiques, résolu par Boulanger à partir de « l'étude d'une intégrale discontinue d'une équation aux dérivées partielles du second ordre, du type hyperbolique » (ibid. p. 215). Le deuxième exemple montre l'importance d'une notion mathématique, celle des ondes de choc, « purement analytique » due à Riemann, notion sur laquelle se fonde la théorie moderne des explosifs, développée par Hugoniot, Chapman et Jouguet. Les deux derniers exemples exposent l'utilité des « mathématiques supérieures » dans le traitement de questions « techniques ». La première question est celle des surintensités constatées lors des courts-circuits d'alternateurs. Boucherot, en utilisant « des équations différentielles linéaires dont les

coefficients sont des fonctions sinusoïdales du temps dans le cas d'alternateurs monophasés » (ibid. p.16), a déduit la manière de limiter ces surintensités et d'Ocagne souligne que l'intégration de ces équations n'a pas été obtenue seulement par la « voie des approximations » mais par des considérations théoriques. En dernier, il cite l'étude de l'effet Kelvin (*skineffect*) dans les conducteurs massifs en courants alternatifs et souligne « l'intérêt pratique » de cette étude réalisée via l'utilisation d'équations aux dérivées partielles. D'Ocagne se sert de ces exemples pour montrer comment des problèmes relevant de champs techniques divers ont été résolus grâce à l'intervention de connaissances mathématiques « pures » et comment leur résolution a contribué conjointement au développement des Sciences de l'ingénieur.

Par la suite, d'Ocagne cherche à resituer cette utilité des mathématiques « pures » et complexes dans un contexte plus général. Il cite le cas du calcul des quantités imaginaires, initialement conçu avec un objectif purement théorique mais qui a fait ensuite l'objet d'exploitations diverses, en particulier en électrotechnique. De même, il signale que des sciences techniques comme la *résistance des matériaux* et l'*hydraulique* sont restées longtemps « en enfance » parce qu'elles étaient portées seulement par les mathématiques élémentaires et qu'elles ont dû attendre la production de théories mathématiques plus élevées, ici celles de l'élasticité et l'hydrodynamique, pour évoluer. Pour d'Ocagne, ce processus de développement de théories mathématiques potentiellement applicables est continu. Il cite la théorie générale des corps déformables, les travaux théoriques sur la propagation d'ondes et les équations de l'hydrodynamique, encore très abstraits au moment de sa conférence mais qu'il estime potentiellement riches en applications. Même si un long chemin doit être encore parcouru avant d'atterrir dans le terrain des applications concrètes, elles offrent déjà selon lui de nouveaux horizons pour le technicien.

Dans la dernière partie de sa conférence, d'Ocagne va s'éloigner du terrain « théorique » de l'ingénieur : celui des méthodes générales, des Sciences de l'ingénieur, des problèmes fondateurs de ces dernières pour se situer sur le terrain « pratique », celui où la technique et l'expérience sont fortement sollicitées. Sur ce terrain même, il souligne que la théorie mathématique joue encore un rôle important en permettant, par exemple, d'effectuer des hypothèses simplificatrices, lors de ce qu'il appelle « l'analyse qualitative des phénomènes ». Cependant, il reconnaît que la seule théorie ne suffit pas à l'ingénieur pour conduire sa pratique et que, dans celle-ci, l'expérience joue un rôle essentiel :

« Pour arrêter les dispositions d'un projet, aboutir à une décision ferme, et si la théorie est impuissante à la dicter, c'est aux données de l'expérience, recueillies indépendamment de toute théorie *a priori*, qu'il ira les demander. » (p. 218).

L'expérience porte donc des connaissances pour la pratique qu'il est nécessaire de mettre en œuvre. Il précise que cette mise en œuvre se fait souvent à travers des formules. Celles-ci fournissent « une sorte de synthèse de forme encore mathématique » mais, contrairement à celles issues de la théorie, elles ne sont pas obtenues par la voie logique et de la déduction. A défaut d'une méthode systématique pour effectuer cette mise en forme, la

mise en œuvre des données de l'expérience s'effectue souvent empiriquement et il critique vigoureusement les dérives auxquelles cette situation conduit :

« ces formules purement et simplement empiriques, qui se rencontrent encore aujourd'hui en si grand nombre dans les aide - mémoires sans aucune indication ni de leur origine, ni des limites entre lesquelles on peut les tenir pour valables, et que je ne serais pas loin de regarder comme un scandale dans le domaine des sciences techniques. » (ibid. p.219).

Il propose de se servir de nouveau des mathématiques pour adapter et intégrer, de manière systématique, les résultats de l'expérience aux domaines de la technique, écrivant : « les mathématiques peuvent intervenir utilement pour fixer le mode rationnel d'expression analytique auquel il convient de recourir ; la détermination des valeurs numériques à adopter pour les coefficients sera ensuite tout ce que l'on demandera à l'empirisme » (ibid. p. 219). Ainsi, connaissances théoriques et expérimentales, toutes deux légitimes, pourraient guider la pratique de l'ingénieur, comme c'est le cas pour la prévision de marées :

« le principe de la gravitation universelle joint à la théorie du potentiel permettant de prévoir la forme du développement de la hauteur de la marée, les propriétés de la *série de Fourier* conduisent à la détermination, par l'analyse harmonique, des valeurs numériques des coefficients d'après le relevé expérimental de la courbe des hauteurs pendant un certain intervalle de temps ». (ibid. p. 220).

Cet exemple montre bien selon lui l'impossibilité de trouver une expression analytique « satisfaisante des variations, d'allure compliquée, que révèle un tel enregistrement expérimental », par une voie qui ferait abstraction de toute théorie pour s'appuyer purement empiriquement sur les données de l'expérience.

Tout ce qui précède montre la nécessité, selon lui, de continuer à développer les Sciences de l'ingénieur, qui grâce à l'incorporation de méthodes mathématiques ont à la fois résolu des problèmes généraux et développé la technique, fournissant de nombreux outils à l'ingénieur pour sa pratique. On voit bien le rôle d'intermédiaire qu'il fait jouer à ces Sciences entre une théorie mathématique autonome et abstraite et les problèmes réels que la pratique doit résoudre. Adossées à une base théorique, ces Sciences produisent aussi des outils théoriques mais elles le font dans un langage mathématique suffisamment proche des phénomènes de la pratique. Et il souligne bien la différence entre le travail du mathématicien et celui de l'ingénieur. Pour lui, le mathématicien, n'ayant pas un contact direct avec la pratique, développe des théories mathématiques « autonomes » des besoins de l'ingénieur, son intérêt est purement théorique. L'ingénieur, quant à lui, doit être capable de jouer le rôle d'emprunteur et de développeur de théories mathématiques pour la résolution de problèmes propres à l'ingénierie ou, autrement dit, pour la constitution de sciences de l'ingénieur. Pour mener à bien cette transposition et recontextualisation des mathématiques, il doit disposer d'une formation mathématique qui lui permette d'accéder au langage du mathématicien.

D'Ocagne termine sa conférence en réaffirmant sa conviction que les ingénieurs ont besoin d'une formation mathématique solide « pour rester capables de suivre, fût-ce même d'un peu loin, le mouvement de la science, de saisir le sens de ses nouveautés, d'en apprécier



la portée possible aux divers points de vue qui les intéressent et, le cas échéant, d'en réaliser eux-mêmes, sans maladresse, l'adaptation aux fins pratiques qu'ils se proposent d'atteindre. » (ibid. 222).

### **III.3 Conclusion**

La question de la place à accorder aux applications mathématiques, abordée au début de ce chapitre à travers les débuts d'une institution, celle de l'Ecole Polytechnique, a été traitée également au sein de la CIEM au début du XX<sup>e</sup> siècle. Cette Commission, comme signalé plus haut, situe sa réflexion dans un contexte international nécessairement divers mais marqué par une évolution technologique, sociale et culturelle qui pousse à la réforme des enseignements scientifiques et mathématiques dans les pays qui en sont membres.

L'analyse des débats concernant l'enseignement secondaire faite par Nabonnand, montre comment les formations d'ingénieurs ont joué un rôle important dans ces réformes, comme cause et effet. Comme cause, parce le développement scientifique et industriel requiert d'une part l'incorporation des nouvelles connaissances scientifiques, d'autre part une adaptation très rapide aux besoins industriels, et que l'évolution s'impose d'abord aux formations d'ingénieurs qui sont, dans l'institution scolaire, les premières touchées par l'évolution scientifique et industrielle. Comme effet, parce que l'enseignement secondaire qui doit assurer la préparation des étudiants susceptibles d'accéder ultérieurement à une formation d'ingénieurs, ne peut rester à l'écart de cette évolution. L'exemple de la section d'ingénieurs à l'université de Cambridge cité par Godfrey, dont la formation « théorique » est réformée par un comité composé par des professeurs et hommes de métier est de ce point de vue très intéressant. Il montre bien comment les besoins de réforme, face à un enseignement très théorique, sont portés par une vision utilitariste ; cette vision utilitariste n'oppose pas les valeurs d'utilité et de formation générale de l'enseignement des mathématiques, elle part au contraire du principe qu'en montrant l'utilité des mathématiques dans les disciplines comme la physique et leurs applications dans des situations industrielles, l'enseignement contribue à rendre les mathématiques plus formatrices parce qu'il les enrichit d'une dimension pratique. On voit également que si cette vision « utilitariste » prédomine dans la réforme, elle est aussi questionnée quant à la place accordée à la rigueur mathématique et à la théorie. Whitehead manifeste ainsi son opposition à une utilisation des applications mécanisée et dénuée de toute théorie.

La Conférence internationale de l'enseignement mathématique de 1914 porte, elle, directement sur les formations d'ingénieurs dont la structure commence à se rapprocher de celles que nous connaissons aujourd'hui, avec notamment la montée en puissance des disciplines intermédiaires que sont les sciences de l'ingénieur que nous avons vu juste commencer à apparaître à l'Ecole Polytechnique dans la période considérée. Le rapport de Stæckel expose l'état des lieux en matière de formation d'ingénieurs. A travers la distinction faite entre un mode de formation traditionnel celui de l'université, et celui que proposent les

nouvelles universités techniques, il montre bien qu'une spécificité s'institutionnalise. Par ailleurs, même si la description proposée reprend la distinction déjà à l'œuvre dans le modèle de Mézières entre formation théorique et formation pratique, et met l'accent sur le socle traditionnel de la formation mathématique que constitue le calcul différentiel et intégral, Stæckel pointe cependant des nouveautés comme les enseignements des méthodes graphiques et numériques d'intégration des équations différentielles. De plus, comme mentionné plus haut, les sciences de l'ingénieur prennent visiblement une place croissante, ceci se traduisant d'ailleurs par une diminution des horaires de mathématiques, et apparaît le souhait qu'une solide formation mathématique soit dispensée en amont de l'entrée dans les formations d'ingénieurs pour leur permettre de se consacrer davantage aux besoins mathématiques ou autres spécifiques de la profession.

Cette importance des sciences de l'ingénieur est affirmée aussi par d'Ocagne dans sa conférence, même si son objectif principal est de montrer le rôle primordial des mathématiques pures dans le métier de l'ingénieur. Même s'il concède que les mathématiques théoriques avancées ne font pas le quotidien du travail de l'ingénieur, il défend l'intérêt de leur connaissance pour l'ingénieur ordinaire, car elles sont pour lui indispensables à un rapport non purement empirique à l'expérience, souvent indispensables aussi à l'adaptation des techniques et à l'innovation. Il montre aussi très bien le rôle d'interface entre les mathématiques théoriques, abstraites et autonomes et la pratique qui est dévolu aux sciences de l'ingénieur et en illustre les différentes facettes à l'aide d'exemples. Des exemples où un travail théorique amène directement à la solution d'un problème d'ingénierie mais aussi des exemples de rapports plus dialectiques entre théorie et pratique, et des exemples où l'on voit bien une contribution des mathématiques à la technique médiée par les sciences de l'ingénieur et la contribution des mathématiques au développement des sciences de l'ingénieur. Et il souligne bien que, selon lui, une solide formation mathématique est nécessaire pour que l'ingénieur puisse comprendre et utiliser de façon non aveugle les connaissances produites par ces Sciences dans sa pratique.

## **IV Conclusion générale**

Ces considérations historiques sur la formation des ingénieurs, bien que très limitées, nous montrent que, dès les débuts de la formation des ingénieurs, sont débattues des questions toujours d'actualité portant sur les rapports entre théorie et pratique dans la formation, sur la place à donner aux mathématiques et, en particulier, aux théories mathématiques et aux applications de ces dernières. Dès cette époque aussi, divers modèles co-existent ou se succèdent, comme c'est le cas à l'Ecole Polytechnique avec les modèles dits de Monge, de Laplace et de Le Verrier.

A travers ces trois modèles de formation, on voit trois conceptions différentes des rapports entre théorie et pratique, et le poids exercé sur l'évolution des positions respectivement par le développement scientifique, le développement industriel et les contraintes propres à l'institution considérée.

Il semble y avoir consensus pour considérer, comme le fait d'Ocagne, que les ingénieurs doivent disposer d'une formation mathématique solide en prise sur les mathématiques de leur époque. Mais ce qui fait déjà débat, c'est la façon dont doit être assurée cette formation mathématique et le rôle que doivent y prendre les questions qualifiées d'utiles, c'est-à-dire les questions qui peuvent être reliées à un besoin de la pratique. Ces débats ne sont pas tranchés et, même si les positions dites utilitaristes sont portées par des scientifiques reconnus et mettent l'accent aussi sur la dimension de formation générale scientifique que doit assurer l'enseignement, on voit bien que les équilibres à trouver posent problème, que les formations universitaires installées peinent à évoluer.

Cette étude met bien aussi en évidence l'importance croissante prise par les sciences de l'ingénieur à côté des disciplines d'application classiques comme la physique et la mécanique. Ces sciences s'installent, comme nous l'avons souligné, comme disciplines intermédiaires entre les disciplines constituées et le champ de la pratique. Elles semblent permettre une communication de ces deux mondes qui ne saurait ou ne saurait plus exister directement.

Dans la deuxième moitié du XX<sup>e</sup> siècle, le contexte va évoluer :

- diversification des formations menant aux carrières d'ingénieur,
- évolution des pratiques d'ingénierie liée à l'évolution scientifique et surtout technologique,
- diversification et accroissement des connaissances prises en compte dans la formation des ingénieurs.

La profession, ses besoins mathématiques, les moyens de les satisfaire sont donc aujourd'hui très différents. Ce sont ces évolutions et leurs effets que nous allons essayer de cerner dans le chapitre suivant : en nous appuyant sur un certain nombre de travaux de recherche.



---

# CHAPITRE II

---

## LA FORMATION ET LA PROFESSION DES INGENIEURS DANS LE CONTEXTE ACTUEL

### **I Introduction**

La profession, ses besoins mathématiques, les moyens de les satisfaire sont comme nous l'avons souligné dans le chapitre précédent, aujourd'hui très différents de ce qu'ils étaient il y a un siècle ou même quelques décennies.

Pour apprécier ces évolutions et leurs effets, nous allons nous appuyer sur un certain nombre de travaux. Parmi ces travaux, figurent deux études ICMI : d'une part la troisième étude « Mathematics as a service subject », d'autre part la onzième étude, « The Teaching and Learning of Mathematics at University Level » dont les résultats ont été respectivement publiés en 1988 et 2001. Dans leur introduction, ces deux études soulignent l'évolution du contexte universitaire et notamment : l'importance du développement mathématique, scientifique et technologique, la diversification des formations dans lesquelles les mathématiques entrent en jeu comme discipline de service, l'augmentation du nombre des étudiants s'engageant dans une formation universitaire associée à une hétérogénéité croissante des connaissances des étudiants ; elles abordent les questions que ces nouvelles caractéristiques posent à l'enseignement universitaire. Cependant, si la première étude concerne très directement notre sujet, on remarque que, dans la seconde, l'accent reste mis sur les enseignements et apprentissages concernant les futurs mathématiciens et enseignants. Une des sections du livre est néanmoins consacrée aux relations entre mathématiques et autres

disciplines et deux chapitres : celui de Kent et Noss d'une part, celui de Kümmerer d'autre part, sont centrés sur la formation des ingénieurs.

Au-delà de ces deux ouvrages, nous nous appuyerons aussi sur un certain nombre de recherches didactiques récentes concernant non seulement la formation mais aussi plus largement l'étude des pratiques professionnelles des ingénieurs : Noss, Hoyles et Pozzi (2000), Kent et Noss (2002) et Kent (2007), Bissell (2002, 2004), Magajna et Monaghan (2003), Williams et Wake (2007). Ces recherches, encore peu nombreuses, montrent la nature des mathématiques utilisées dans la pratique, des mathématiques fortement contextualisées, re-signifiées et très souvent aussi encapsulées dans les logiciels employés. Tout ceci les rend difficilement visibles pour les chercheurs qui observent la pratique et sont d'un usage inconscient pour les utilisateurs eux-mêmes. Ces deux derniers résultats étaient déjà soulignés dans l'ouvrage de synthèse intitulé : *Education for Mathematics in the workplace* (2000), édité par Bessot et Ridgway à partir de contributions présentées sur ce thème au congrès ICME8 en 1996 et ils le sont aussi dans le cours de Strasser (2005) à la XIIIème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques.

De même, ces recherches montrent que l'évolution technologique a modifié considérablement la nature technique du travail des ingénieurs, rendant nécessaire une adaptation de la formation universitaire, notamment en mathématiques ; elles permettent également d'avoir un aperçu de l'évolution de ces formations.

Des lignes de force se dégagent de la lecture de ces travaux et c'est autour de ces dernières que nous allons structurer l'analyse. Nous aborderons successivement les points suivants :

- Les mathématiques vues comme discipline de service orientées vers les utilisateurs de mathématiques : ingénieurs et scientifiques.
- La transition du modèle de formation théorie-applications vers la modélisation mathématique, motivée par les besoins mathématiques d'autres disciplines et de la pratique.
- Le décalage entre les mathématiques de la pratique et de la formation, approché par des études des pratiques professionnelles.
- La remise en question des mathématiques de la formation par rapport aux besoins de la pratique ; l'évolution de ces formations.
- Une question vive : Quelle place accorder aux mathématiques dans la formation des ingénieurs dans le contexte actuel ?

## II Les mathématiques comme discipline de service : applications / modélisation

L'étude ICMI 3, mentionnée plus haut, est menée conjointement par ICMI et l'ICSU-CTS (the International Council of Scientific Unions' Committee on the Teaching of Science). Dans l'introduction, Howson, Kahane, Lauginie & Turckeheim affirment d'emblée la nécessité de considérer les mathématiques dans leur dimension de discipline de service :

« L'enseignement des mathématiques aux étudiants d'autres disciplines doit aujourd'hui être accepté comme un fait, un besoin social, mais aussi une source de problèmes relativement nouveaux. » (Howson et al. 1988, p.1).<sup>5</sup>

Ceci n'implique pas à leurs yeux un statut inférieur pour des mathématiques qui seraient réduites à un rôle utilitaire mais exprime la vie même des mathématiques et les liens étroits qu'elles ont avec un nombre croissant de disciplines comme avec la vie sociale. L'étude considère douze universités dans sept pays différents et se propose de fournir un panorama de la manière dont les mathématiques y interviennent dans les formations autres que celles destinées à la formation des mathématiciens et enseignants, en particulier celles destinées aux ingénieurs. Elle donne lieu à une réflexion sur les besoins mathématiques auxquels ont à répondre ces formations et sur la façon d'y répondre. On y voit en particulier se dessiner une prise de distance par rapport à la vision classique des rapports entre théorie et applications décrite dans le chapitre I, soutenue par le langage de la modélisation. C'est notamment visible dans la contribution de Pollak sur laquelle nous allons plus particulièrement nous appuyer.

L'introduction de l'étude ICMI 3 souligne que le rapport de la Fondation Bernard Grégory consacrée à élucider les besoins mathématiques des employeurs, montre, à la surprise de ses éditeurs, que les ingénieurs en exercice se sentent plus proches des mathématiques que de la physique :

« Quand on a demandé à des ingénieurs de l'Electricité de France de quelle matière ils se sentaient les plus proches, mathématiques ou physique, 90% ont choisi les mathématiques et seulement 10% la physique... » (ibid. p. 4)<sup>6</sup>

Cependant, les raisons d'être de ce sentiment de plus grande proximité ne sont pas détaillées.

La contribution de Pollak, mathématicien qui a travaillé 35 ans pour les laboratoires Bell, est beaucoup plus explicite. Il explique, par exemple, qu'entre 1940 et 1950, ces laboratoires mettent en place une formation mathématique pour les ingénieurs qui n'ont pas de master, occupant en moyenne un mi-temps pendant trois ans. Les sujets mathématiques

---

<sup>5</sup> « The teaching of mathematics to students of other disciplines must now be accepted as a fact, a social need and, also, a relatively new problematic issue. »

<sup>6</sup> « When engineers from the French Electricity Board were asked which discipline they felt nearer to, mathematics or physics, 90% chose the former and only 10% the latter. » (ibid. p. 4)

traités dans cette formation sont des sujets nécessaires au travail de ces ingénieurs travaillant dans le secteur des télécommunications mais qui ne sont pas encore enseignés dans les formations classiques d'ingénieurs :

« L'algèbre linéaire, les variables complexes, les séries de Fourier et transformées de Laplace et de Fourier, la théorie des probabilités, les statistiques, la physique des semi-conducteurs, et un certain nombre d'autres sujets qui ne faisaient pas partie à l'époque du cursus universitaire standard pour les ingénieurs en électricité et en mécanique » (Pollak, 1988, p. 30).<sup>7</sup>

Selon lui, ce n'est que dans les années 50 que l'université de New York puis d'autres universités incorporeront l'enseignement de ces contenus, totalement ou en partie, dans leurs formations d'ingénieurs. Le schéma auquel répond cette formation, même si elle concerne des contenus nouveaux, est le schéma classique : théorie mathématique puis applications (modèle de Laplace). Ceci est particulièrement visible lorsque Pollak raconte l'épisode suivant. Une des catégories employées avec le statut de technicien était formée dans des instituts techniques sur la base d'une formation en deux ans. A la fin des années 60, cette formation est prolongée de deux ans consacrés à une formation plus théorique : cours d'analyse et de physique. Pollak déclare que les laboratoires Bell refusèrent de recruter les étudiants qui sortaient de cette nouvelle formation car les considérant comme mal formés :

« Notre opinion aux Laboratoires Bell était que l'éducation s'effectuait à l'envers, que les applications précédaient les connaissances fondamentales... » (ibid. p. 31).<sup>8</sup>

Si les applications doivent ainsi venir après la théorie, le modèle ne considère pas pour autant que le fait de disposer de connaissances théoriques suffise à assurer la capacité à les appliquer. Et Pollak raconte comment, décidant de recruter des mathématiciens de haut niveau, ils essaient de s'assurer que ces derniers vont aussi avoir les aptitudes requises pour pouvoir appliquer ces mathématiques. Le langage utilisé est celui de l'expérience ou du talent :

« Mais il est possible d'être un excellent étudiant en mathématiques sans cependant avoir aucune expérience ni talent pour l'application des mathématiques à un autre domaine. » (ibid. p. 31).<sup>9</sup>

Dans cette contribution écrite bien des années plus tard, cette vision classique est cependant questionnée :

« Incidemment, je ne suis plus sûr que notre position à cette époque soit correcte. Est-ce que les applications ne fourniraient pas une bonne motivation pour les cours fondamentaux ? » (ibid. p. 31)<sup>10</sup>

---

<sup>7</sup> « Linear algebra, complex variables, Fourier series and Fourier and Laplace transforms, probability theory, statistics, semi-conductor physics, and a number of other topics which at that time were not part of the regular university education of electrical and mechanical engineers » (Pollak, 1988, p. 30)

<sup>8</sup> « Our opinion in Bell Laboratories was that this education was now in the wrong order, that the applications preceded the fundamentals... » (ibid. p. 31)

<sup>9</sup> « But it is possible to be a top student in mathematics and still have no experience in, or talent for, applying the mathematics to any other field. » (ibid. p. 31)

<sup>10</sup> « Incidentally, I am no longer sure that our position at that time was indeed correct. Wouldn't the applied material make pretty good motivation for the courses in fundamental? » (ibid. p. 31)



Et réfléchissant sur les leçons qu'il tire de son expérience de 35 ans sur les besoins mathématiques des cadres de l'industrie, il catégorise ainsi les besoins :

Au niveau élémentaire :

« La capacité à établir le bon problème, à estimer correctement la taille de la réponse, et à obtenir la bonne réponse par n'importe quel moyen disponible - mentalement, calculatrice, papier et crayon, ordinateur ou autre. » (ibid. p. 31)<sup>11</sup>

A un niveau technique plus avancé :

« Nous avons besoin d'employés qui sachent qu'il existe une grande variété de formes de pensée mathématique, et ce que ces différentes formes peuvent faire. »<sup>12</sup> (ibid. p.32)

Et, après avoir cité de multiples formes de pensée mathématique, classiques comme les formes analytique, algébrique et géométrique, mais aussi statistique, probabiliste et algorithmique, ainsi que celles sous-jacentes aux activités de planification, d'optimisation et à la recherche opérationnelle, il conclut en affirmant :

« Avant tout, nous avons besoin de la connaissance du fait que la pensée mathématique, la pensée analytique, structurelle, quantitative, systématique, peut être appliquée au monde réel et fournir des observations précieuses ; en d'autres termes, que la modélisation mathématique est possible et peut être efficace. » (ibid. p.32)<sup>13</sup>

Il insiste par ailleurs sur la nécessité de comprendre les mathématiques que l'on utilise, dénonçant la caricature de l'ingénieur vu comme une personne qui « looks up a formula in a handbook, substitutes numbers, multiplies the answer by 10 (the safety factor), and then builds it. ». Et, également sur le fait, non indépendant, que l'ingénieur doit être préparé à faire face à des situations ouvertes, et à penser comment il pourrait utiliser les mathématiques pour y faire face. Selon lui, des cours de modélisation sont particulièrement bien adaptés pour répondre à ce type de besoin.

On voit donc, au fil de cette contribution se dessiner une évolution nette. On part d'une vision de la formation des ingénieurs où une formation théorique mathématique solide pensée en termes de contenus est reconnue comme nécessaire mais vue comme première et devant être complétée par une formation aux applications. On arrive à une formation qui, tout en reconnaissant l'importance des besoins mathématiques, ne respecte plus nécessairement le schéma théorie-applications mais met l'accent sur une formation qui considère davantage la nature réelle du travail de l'ingénieur, l'ouverture des tâches qu'il a à résoudre, en s'appuyant sur des activités de modélisation. Au-delà des seuls contenus, l'accent est aussi mis sur les formes de pensée en relation avec les types de tâches ou de problèmes à gérer.

---

<sup>11</sup> « the ability to set up the right problem, to have a good idea how big the answer should be, and to get the right answer by any available means whatsoever –mentally, calculator, paper-and-pencil, computer whatever. » (ibid. p. 31)

<sup>12</sup> « We need employees who know that there is a large variety of forms of mathematical thinking, and what these various forms can do. »

<sup>13</sup> « Above all, we need the knowledge that mathematical thinking, analytic, structural, quantitative, systematic thought, can be applied to the real world and give valuable insights, in others words, that mathematical modelling is possible and can be successful. » (ibid. p.32)

Cette évolution de la vision des besoins et des moyens de les réaliser se poursuit et se précise dans les recherches plus récentes. Elle passe par une meilleure connaissance des pratiques. Y contribuent des travaux comme ceux de Noss, Hoyles et Pozzi (2000), Bissell (2000, 2002) Kent et Noss (2002) dont nous allons dégager ce qui nous apparaît comme les résultats les plus importants dans la partie suivante.

### **III Les mathématiques dans les pratiques professionnelles : une vision générale**

#### **III.1 La recherche développée par Noss, Hoyles et Pozzi : des modèles implicites, locaux, visant l'efficacité dans un contexte donné**

Cette recherche s'intéresse aux rapports que les savoirs mathématiques entretiennent avec les savoirs pratiques et professionnels. L'étude porte sur trois pratiques professionnelles : d'employés de banque, d'infirmières pédiatriques et de pilotes commerciaux. Il ne s'agit pas de pratiques d'ingénieurs mais l'analyse nous a paru pertinente pour notre travail à la fois par sa méthodologie et par les caractéristiques du fonctionnement des savoirs mathématiques dans la pratique qu'elle met en évidence. Les pratiques concernées, malgré leur diversité, ont en commun une part d'activité mathématique : assurer un marge d'erreur très petite pour le dosage d'un médicament, une transaction financière ou l'atterrissage d'un avion.

##### **III.1.1 La méthodologie**

Sur le plan méthodologique, soulignons que les trois études ont été réalisées en deux étapes : la première consistait à repérer des activités mathématiques dans le lieu de travail et la deuxième, à repérer des activités mathématisables dans le lieu de travail. La première étape comporte une analyse de manuels ou guides comportant des contenus mathématiques ou des aides mathématiques utilisées dans le lieu de travail. Pour valider cette analyse, les auteurs ont réalisé des entretiens avec des responsables. De même, ils ont interrogé quelques volontaires sur des sujets professionnels à composante mathématique, en leur demandant par exemple, de décrire une activité mathématique rencontrée pendant une journée ordinaire de travail.

Pendant la deuxième étape, une observation ethnographique a eu lieu. Elle a permis de repérer des situations non routinières, des incidents, conflits, désaccords ou des moments d'hésitation. Rarement cependant, comme le soulignent les auteurs, ces observations donnent accès directement à la manière dont le travailleur pense la situation problématique et aux connaissances qu'il mobilise pour la résoudre. A partir de ce constat, les auteurs ont donc mis en place des entretiens de simulation. Ce dispositif consiste à recréer des situations de la pratique, plus particulièrement des situations problématiques. Les chercheurs peuvent alors avoir un contrôle de la situation, la guider et explorer les rapports entre contexte et connaissances. De telles situations sont artificielles, mais cette caractéristique leur permet vraiment d'obtenir des informations sur le fonctionnement des savoirs mathématiques dans la pratique.

### III.1.2 Les caractéristiques

Les auteurs mettent particulièrement bien en évidence le décalage entre le fonctionnement des mathématiques dans la pratique et dans les formations usuelles. Les savoirs qu'ils repèrent sont des savoirs relativement élémentaires, la difficulté venant de la nécessité de les opérationnaliser dans un certain contexte. Ils fonctionnent de façon locale, contextualisée et avec un fort niveau d'implicite des modèles utilisés. Selon Williams et Wake (2007), des mathématiques plus complexes s'opérationnalisent à travers des logiciels, fonctionnant comme des boîtes noires.

Les savoirs mathématiques visibles dans les pratiques observées sont ceux dérivés des savoirs scolaires. Ils utilisent le symbolisme mathématique conventionnel et les représentations usuelles telles que : nombres, représentations graphiques, tables, formules, etc. ainsi que des concepts, méthodes et techniques scolaires. Mais ces savoirs sont présentés dans les manuels et guides de manière différente dans les trois pratiques étudiées, en liaison avec des activités spécifiques de ces pratiques. D'autre part l'économie de la pratique favorise les implicites et fait apparaître également des techniques spécifiques. Nous allons illustrer ces caractéristiques à travers un exemple : celui du calcul du vent traversier lors de l'atterrissage pour un pilote. La technique mathématique « naturelle » pour accomplir cette tâche serait l'utilisation d'une fonction trigonométrique.

Le contexte de la tâche est le suivant : Le pilote doit utiliser l'information qui lui est fournie (vitesse et direction du vent) pour décider si le vent traversier n'excède pas la valeur limite autorisée pour son avion lors de l'atterrissage. Précisons que les valeurs limites sont données pour un avion précis en termes de vent traversier et vent arrière et qu'elles dépendent du coefficient de frottement de la piste (cf. la Table 1). Par exemple, si le coefficient de frottement est de 0,33, l'action de freinage sera moyenne, la limite du vent arrière est de 5 noeuds et la limite du vent traversier est de 15 noeuds. Si la piste est longue, la situation peut devenir plus complexe, le coefficient de friction n'étant pas nécessairement homogène.

Coefficient de frottement	Action de freinage	Vent arrière	Vent traversier
0,25 en dessous	Faible	0	5
0,26 à 0,29	Moyenne - Faible	0	5
0,30 à 0,35	Moyenne	5	15
0,36 à 0,39	Moyenne	5	15
0,40 au dessus	Forte	10	33

Table 1. Action de freinage pour l'avion (Fokker 50)

Les auteurs rapportent l'observation de l'épisode suivant : un pilote et son copilote sont en approche sur une piste 05 (c'est-à-dire orientée à 50°). La dernière information fournie sur le vent à l'atterrissage est : 13 noeuds, 100°, et on est avec une action de freinage faible. Pour prendre la décision d'atterrir sur cette piste, le capitaine doit calculer l'angle « off-the-

nose », c'est-à-dire l'angle du vent et de la piste, ici  $50^\circ$  (un calcul immédiat pour le pilote, moins évident comme le soulignent les auteurs pour les non pilotes).

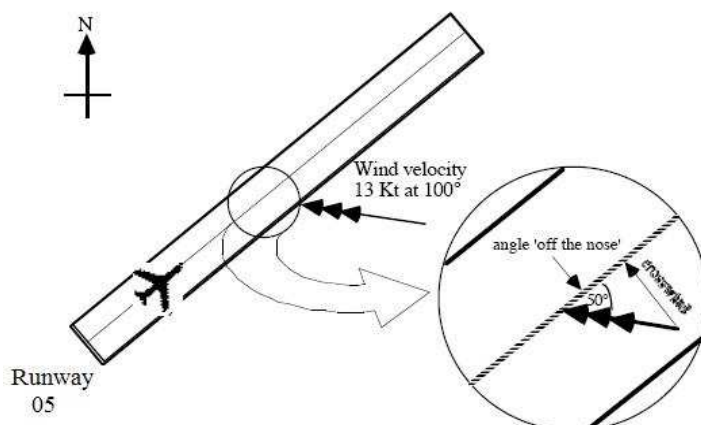


Figure 1. Schéma de la vitesse du vent sur la piste 05

Connaissant cet angle, la tâche à réaliser est d'estimer la valeur du vent traversier qui est égal ici à  $13 \cdot \sin(50^\circ)$ . Pour cela, le capitaine a utilisé un diagramme quadratique (voir figure 2), conçu spécifiquement pour réaliser ce type d'estimation. Sur ce diagramme, le pilote estime le vent traversier à 10 nœuds : partant de 13 sur l'axe vertical, il trace un arc de cercle jusqu'à la droite associée à l'angle de  $50^\circ$ , puis estime l'abscisse du point obtenu par rappel vertical sur l'axe horizontal.

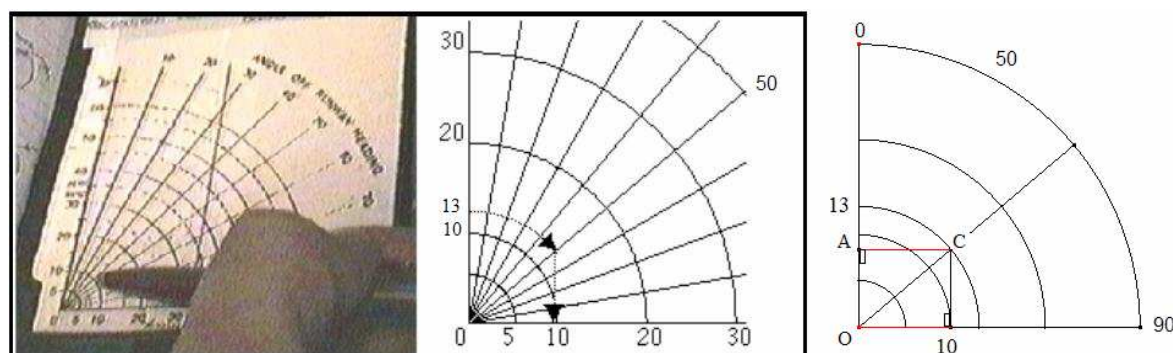


Figure 2. Copie d'écran et schéma détaillé de l'estimation du vent latéral d'atterrissage faite par le pilote en utilisant le diagramme quadratique.<sup>14</sup>

Une autre méthode pour calculer le vent traversier, utilisée par un autre pilote, consiste à utiliser la montre. Par exemple, si l'angle est de  $45^\circ$  et la vitesse du vent de 20 nœuds ; le pilote associe  $45^\circ$  à 45 minutes, c'est-à-dire  $\frac{3}{4}h$ . Puis il calcule les  $\frac{3}{4}$  de 20 pour trouver le vent traversier, soit ici 15 nœuds.

Dans ces deux techniques, les modèles mathématiques restent implicites. Dans la première technique, le modèle est réifié dans l'abaque. Les arcs tracés dans l'abaque sont des arcs des cercles, les angles sont mesurés à partir de la verticale et la valeur de  $13 \cdot \sin(50^\circ)$  est donc la mesure du côté opposé  $\overline{AC}$  du triangle  $OAC$  (cf. tracé au-dessus), c'est-à-dire

<sup>14</sup> Pour le rendre, encore plus explicite, nous avons ajouté le 13 sur l'axe vertical et le 50 sur la droite qui représente l'angle de  $50^\circ$ .

l'abscisse du point C. C'est bien cette abscisse qui permet d'estimer la succession des gestes effectués, sans qu'il soit nécessaire de penser les relations trigonométriques en jeu. De plus, on notera que si l'on considère le cercle trigonométrique, il y a non congruence au sens de Duval avec la représentation usuelle où l'origine des angles est l'axe des abscisses et la longueur estimée correspond alors à un cosinus.

La seconde technique embarque elle aussi des mathématiques. Les auteurs soulignent, que sa base mathématique est l'interpolation linéaire de la fonction sinus, voir figure 3, qu'elle est valable pour les valeurs de l'angle comprises entre  $0^\circ$  et  $60^\circ$ , exacte pour les valeurs entre  $0^\circ$  et  $30^\circ$  et moins exacte pour les valeurs proches de  $60^\circ$ .

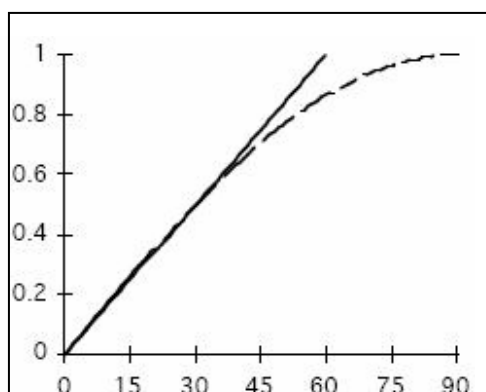


Figure 3. Interpolation linéaire de la fonction sinus

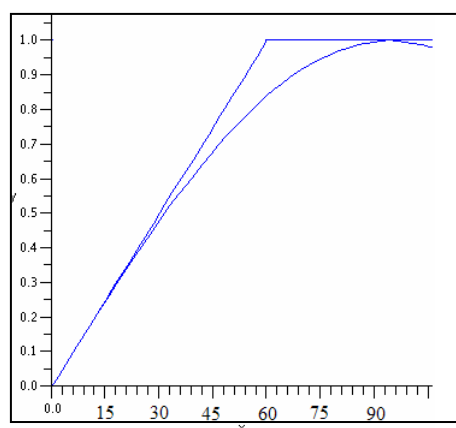


Figure 4. Enveloppe convexe de la fonction sinus

En fait, elle revient à remplacer la fonction sinus par l'enveloppe convexe constituée par ses deux tangentes en  $0^\circ$  et  $90^\circ$  (Figure 4). Cette approximation est mathématiquement tout à fait performante compte-tenu de la précision avec laquelle on peut estimer le vent latéral et ne le sous-estime pas puisque la valeur de l'approximation est toujours supérieure à la valeur du sinus. A partir d'un angle de  $60^\circ$ , on considère que le sinus qui est supérieur à 0,86 est égal à 1. On peut faire l'hypothèse que l'analogie avec les fractions horaires qui la soutient la rend d'une mémorisation et manipulation particulièrement faciles. Et encore une fois, le ressort mathématique peut en rester complètement implicite.

Les auteurs expliquent que ce type de tâches est très courant dans la pratique des pilotes et source de méthodes qui leur permettent d'être efficaces dans la pratique, plus efficaces que s'ils géraient ces problèmes comme on les gèrerait dans un cours de mathématiques. Ils signalent de plus que pendant leur étude de ces techniques d'estimation du vent latéral, les pilotes n'ont jamais utilisé de méthode trigonométrique pour résoudre cette tâche, bien que ces méthodes soient enseignées dans leur formation initiale.

« Ainsi, des procédés empiriques qui répondent avec rapidité et efficacité à la question 'atterrir ou non' sont considérés comme plus efficaces que des méthodes générales ayant recours à la trigonométrie - surtout quand ces dernières fournissent un degré de précision inutile. » (Noss et

al., 2000, p.28)<sup>15</sup>

De telles méthodes utilisées dans la pratique pour résoudre des tâches ordinaires peuvent sembler justifiées uniquement par des savoirs empiriques et l'intuition, mais les auteurs montrent que les situations problématiques et les incidents peuvent permettre de mettre à jour les modèles mathématiques implicites associés :

« Cependant, une analyse plus poussée révèle que des éléments mathématiques sont entremêlés à ces jugements - mais pas nécessairement ceux des mathématiques visibles. Ces éléments incluaient souvent un facteur non prévu qui sous-tend leur approche 'intuitive' de la pratique quotidienne, ou correspondaient à un modèle sous-jacent, quand il n'était pas utile de l'explicitier. » (ibid. p.28)<sup>16</sup>

C'est pourquoi dans les simulations qu'ils construisent, ils leur accordant une importance toute particulière.

Le décalage avec les mathématiques institutionnelles ne se limite pas à ce caractère implicite des modèles. Les études menées mettent aussi en évidence un rapport profondément différent à la généralité, comme l'illustre la citation suivante :

« D'un point de vue mathématique, on considère généralement comme efficace une méthode générale qui peut être appliquée à une grande diversité de problèmes. Ce n'est clairement pas le cas sur le lieu de travail. Même si un certain nombre de tâches peuvent potentiellement être résolues avec une approche similaire, les praticiens préfèrent utiliser une approche différente pour chaque tâche, en fonction notamment des ressources disponibles. Le point crucial est que des aspects telles que l'aptitude à être généralisé et abstrait en dehors du lieu de travail ne font pas partie des mathématiques avec lesquelles travaillent les praticiens. » (ibid. p.32)<sup>17</sup>

Et ils théorisent cette différence à travers la notion d'abstraction située :

« Le modèle comporte un degré d'abstraction qui s'éloigne de la pratique in situ, mais en raison de ces caractéristiques provenant du lieu de travail, il conserve certains éléments de cet environnement – en conséquence, nous avons nommé la conception par les praticiens des mathématiques avec lesquelles ils travaillent, des abstractions situées. » (ibid. 32)<sup>18</sup>

Comme le soulignait Maurice d'Ocagne au début du XX<sup>ème</sup> siècle, les mathématiques quotidiennes de l'ingénieur sont souvent des mathématiques élémentaires et l'étude

---

<sup>15</sup> « Thus, rules of thumb which quickly and efficiently answer the question 'to land or not' are seen as more effective than general-purpose procedures involving trigonometry – especially when these latter calculations provide unnecessary accuracy. » (Noss et al., 2000, p.28)

<sup>16</sup> « However, further investigation revealed that intertwined with these judgements were mathematical elements – but not necessarily those of visible mathematics. These elements often comprised some unpredicted factor that underpinned their 'intuitive' approaches to routine practice or fitted a model that was hidden when there was no need for its articulation. » (ibid. p.28)

<sup>17</sup> « From a mathematical point of view, efficiency is usually associated with a general method that can then be flexibly applied to a wide variety of problems. This is clearly not the case in the workplace. Even if a number of tasks could potentially be solved with a similar approach, practitioners prefer to use different approaches for each task, partly based on the resources at hand. The crucial point is that orientations such as generalisability and abstraction away from the workplace are not part of the mathematics with which practitioners work. » (ibid. p.32).

<sup>18</sup> « The model comprises an abstraction from the immediacy of the situation, but because of these workplace features it retains elements of the setting – hence we have called practitioner's conceptions of the mathematics they use at work, situated abstractions » (ibid. 32)

précédente peut donc nous être utile pour comprendre comment elles fonctionnent dans la pratique. Mais aujourd'hui, les mathématiques directement ou indirectement en jeu dans les pratiques d'ingénierie sont souvent bien plus complexes et c'est à cette complexité et la façon dont elle est gérée que s'attache la recherche de Kent et Noss que nous étudions maintenant.

### **III.2 La pratique de génie civil : division du travail mathématique, communautés d'utilisateurs, compréhension à travers l'usage**

Kent et Noss, vont en particulier mener en 2002, une recherche au sein d'une grande entreprise en « engineering design consultancy », en se concentrant plus particulièrement sur le travail des ingénieurs en génie civil. Ils s'attendent à voir ces ingénieurs utiliser beaucoup de mathématiques de manière explicite, mais lors des premiers entretiens, ils sont surpris par la réponse d'un des ingénieurs interrogés :

« Une fois qu'on a quitté l'université nous n'utilisons pas les mathématiques que nous avons apprises, *calculer un carré ou un cube* est la chose la plus complexe que l'on fait. Pour la plupart des ingénieurs dans cette entreprise, une affreuse majorité des mathématiques qu'on nous a enseignées, et je ne dirai pas apprises, n'ont pas encore fait leur apparition. » (Kent et Noss, 2002).<sup>19</sup>

Ceci effectivement semblerait montrer qu'en dépit de l'évolution scientifique et technique, la situation n'est guère différente aujourd'hui de ce qu'elle était au début du XX<sup>ème</sup> siècle. L'étude que les auteurs mènent montre que ce n'est cependant pas le cas mais que l'entreprise a construit un mode de fonctionnement qui lui permet de prendre en compte les besoins mathématiques actuels de la profession grâce à un partage efficace des tâches. Plus précisément, l'étude menée met en évidence deux phénomènes :

- d'une part, à l'intérieur de cette entreprise, il y a des ingénieurs analystes<sup>20</sup> (ils représentent cinq pour cent des employés), qui prennent en charge les gros problèmes mathématiques/analytiques que les autres ingénieurs ne peuvent pas résoudre ;
- d'autre part, il y a les « guides pratiques », qui fournissent des recommandations pour la pratique, particulièrement pour la « fabrication » en acier, béton et bois. Ces guides sont basés sur des constructions pratiques « acceptées », des connaissances du travail expérimental sur les structures et des connaissances analytiques. L'utilisation de ces guides permet de réaliser les approximations nécessaires à la pratique, de manière considérablement plus rapide qu'en les réalisant de manière analytique. De plus, les calculs de conception « *design* » contenus dans ces guides sont familiers aux autres ingénieurs et aux inspecteurs de construction « *official building inspectors* ». Ceci montre que ces guides sont socialement reconnus dans la communauté ou dans l'institution de la pratique. Ne pas

---

<sup>19</sup> « Once you've left university you don't use the maths you learnt there, 'squared' or 'cubed' is the most complex thing you do. For the vast majority of the engineers in this firm, awful lot of the mathematics they were taught, I won't say learnt, doesn't surface again » (kent et Noss, 2002)

<sup>20</sup>Ce travail spécialisé, réalisé dans cette entreprise par les ingénieurs analystes, est réalisé en général par des consultants externes, par exemple des ingénieurs chercheurs appartenant à des institutions universitaires.

les utiliser peut même ralentir la pratique, parce que la communauté demandera de justifier qu'une autre manière de faire est légitime.

Dans Vergnaud (1996), des documents similaires à ces guides pratiques sont mentionnés. Il s'agit de « guides méthodologiques » produits au sein d'une entreprise d'aéronautique. Dans ces guides, les ingénieurs auteurs consignent « ...les savoir-faire spécifiques de leur spécialité technique : dimensionnement de telle ou telle partie d'un lanceur, aérodynamique, propulsion solide, etc. » (Vergnaud, p. 281). Selon Vergnaud, ces guides capitalisent les compétences en les conservant et aident à la formation pratique des ingénieurs débutants.

Dans ce qui suit, nous mettons l'accent sur trois caractéristiques mises en évidence dans cette étude : la division de travail, rôle différencié des ingénieurs et compréhension à travers l'usage.

### **III.2.1 Division du travail mathématique**

En cherchant à élucider les mathématiques qui interviennent dans la pratique et la façon dont elles sont utilisées, Kent et Noss mettent par ailleurs en évidence une division du travail mathématique dans les pratiques d'ingénierie qui se traduit par l'existence d'« interfaces », avec des tâches mathématiques que l'ingénieur ne fait pas explicitement, mais qu'il doit comprendre. De manière générale, l'activité pratique de l'ingénieur est perçue comme un cycle formé de trois composantes : conception, analyse et révision. Les projets d'ingénierie sont vus comme un cycle entre conception et révision, cette dernière pouvant être interne ou externe, informelle ou formelle. L'analyse, correspondant aux calculs faits pour la conception, est distinguée de la conception même. Les auteurs affirment, que les ingénieurs de cette entreprise reconnaissent que cette division du travail entre conception et analyse est une caractéristique propre de leur pratique, et qu'à travers elle s'établit un « dialogue » entre la conception et l'analyse. Par exemple, une phrase comme la suivante : « We need a structure that will do this, and it's going to do something like this », qui relève de la conception, s'accompagne d'une analyse mentale qui permet d'élaborer une première forme et d'effectuer quelques calculs rapides. Elle permet à l'ingénieur-concepteur de se faire une première idée des besoins en termes d'analyse et de communiquer avec l'ingénieur-analyste auquel les calculs précis seront dévolus. Cette organisation se reflète dans le schéma suivant proposé par les auteurs :



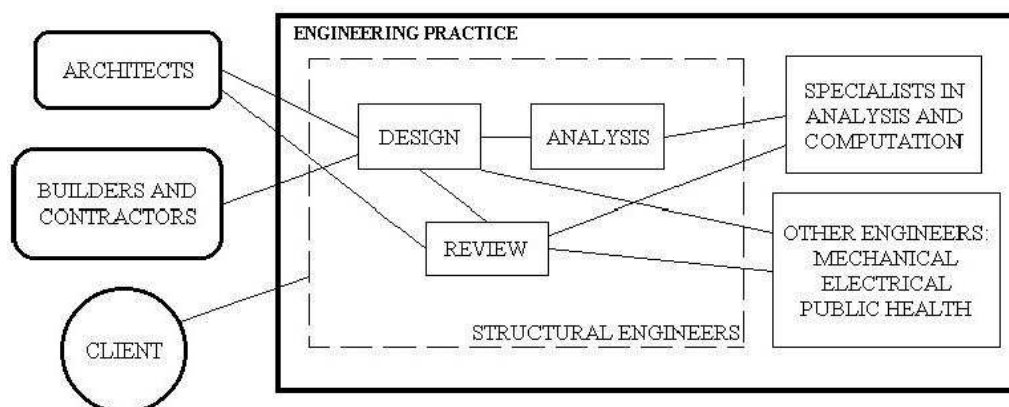


Figure 5. Schéma de l'organisation du travail mathématique dans la pratique des ingénieurs.

### III.2.2 Rôle différencié des ingénieurs

Cette analyse de l'activité de l'ingénieur en termes d'interfaces permet aussi de montrer que la division du travail mathématique dans l'entreprise se traduit par une différenciation des rôles des ingénieurs. Dans cette entreprise, ce sont les ingénieurs plus jeunes et moins expérimentés qui vont être considérés comme les plus aptes pour réaliser le travail d'analyse, en s'appuyant sur la technologie, tandis que les ingénieurs plus expérimentés vont être considérés comme plus aptes pour réaliser les tâches de conception. Cette différenciation s'explique de la façon suivante : on considère que les jeunes ingénieurs manquent de l'expérience nécessaire pour développer la conception d'une structure complète, avoir une vision générale d'un projet, mais qu'en revanche leurs connaissances mathématiques plus récentes les rendent efficaces pour résoudre des tâches plus spécifiques. A l'appui de cette vision se trouve le constat que la compréhension mathématique de l'ingénieur se modifie sous l'effet de l'expérience acquise pendant les années de travail :

« Ainsi, quand un ingénieur prend de l'âge, il peut ne plus utiliser les mathématiques auxquelles il a eu recours à ses débuts, mais il utilise encore la compréhension qu'il a dérivée plus tôt dans son expérience, et une part de cela est difficile à décrire quant au type de connaissance que cela constitue. » (ibid. p. 3)<sup>21</sup>

Kent et Noss insistent tout particulièrement sur le fait que pour aucun des ingénieurs, même au sein d'une équipe multidisciplinaire, les tâches mathématiques de l'analyse ne peuvent être traitées ni complètement comme des boîtes noires, ni complètement comme des boîtes transparentes :

« Pour tout ingénieur qui doit utiliser un résultat mathématique, l'analyse mathématique ne peut pas être absolument une boîte noire, mais, comme nous l'avons suggéré, elle ne peut pas non plus être absolument ouverte. » (ibid. p. 3)<sup>22</sup>

<sup>21</sup> « So, as an engineer grows up, he may no longer be using the mathematics that they started out using, they are still using the understanding that they derived earlier in their experience, and some of this is difficult to describe as to the sort of knowledge it is. » (ibid. p. 3)

<sup>22</sup> « Mathematical analysis cannot be a totally black box for any engineer who has to use a mathematical result, nor, as we have suggested, can it be totally open. » (ibid. p. 3)

L'ingénieur (ou l'équipe des ingénieurs) ne peut, en effet se dégager de la responsabilité qui lui incombe par rapport aux artefacts qu'il produit. Il doit donc, en particulier, se servir des logiciels, en étant capable d'anticiper certaines réponses et en étant conscient des limites du logiciel même s'il n'est pas capable d'expliquer précisément ces limites:

« On a besoin de savoir quel contenu on attend de la réponse et de quelle manière, afin de pouvoir situer les problèmes. ». (ibid. p.3).<sup>23</sup>

Les auteurs illustrent ceci en prenant l'exemple de calculs par des méthodes d'éléments finis pour des structures où, la génération automatique des éléments pouvant facilement conduire à des choix d'éléments inappropriés, des moyens de contrôle sont nécessaires. Ils soulignent également que cette connaissance s'accroît par la pratique.

### III.2.3 Compréhension à travers l'usage

Selon les auteurs, l'interface concepteur-analyste réalise une compréhension à travers l'usage (*understanding through use*). En effet, dans cette interface, l'analyste est celui qui résout mathématiquement un problème et rend sa solution accessible au concepteur à travers un modèle mathématique général et le plus simple possible. Pour sa part, le concepteur doit être capable de travailler avec le modèle fourni par l'analyste, par exemple en ajuster les paramètres. Les mathématiques jouent là un rôle d'outil de communication, l'analyste ayant cristallisé une situation en un modèle général, accessible à l'ingénieur de conception et à ses connaissances mathématiques générales.

De la même manière, la compréhension à travers l'usage dans l'interface concepteur-logiciel exprimée ci-dessus devient très importante, selon eux, car ce que réalise la technologie logicielle c'est de rendre des mathématiques complexes accessibles au concepteur. Et ceci, selon eux, modifie radicalement la culture de l'apprentissage dans ce domaine des structures : la compréhension se produit à travers l'usage, elle ne précède pas les usages.

« Répéter des calculs à la main a apporté de la compréhension, mais le même travail peut se faire sur ordinateur, par exemple avec un tableur. On peut modifier les variables d'entrées et observer le résultat. Même si on ne sait pas ce qui se passe, tant qu'on peut s'appuyer sur les calculs de l'ordinateur, on développe une certaine compréhension. On joue un peu avec le modèle informatique d'un pont, on le surcharge et on le voit s'effondrer, on met des soutènements et on le voit vibrer. » (ibid. p.4)<sup>24</sup>

Les auteurs signalent, que l'utilisation du terme d'interface qu'ils ont emprunté à la programmation orientée objet permet aussi de discuter le rôle que l'abstraction joue

---

<sup>23</sup> « You need the knowledge of how and what you expect the answer to be, so that you can see where the problems are. » (ibid. p.3)

<sup>24</sup> Répéter des calculs à la main a apporté de la compréhension, mais le même travail peut se faire sur ordinateur, par exemple avec un tableur. On peut modifier les variables d'entrées et observer le résultat. Même si on ne sait pas ce qui se passe, tant qu'on peut s'appuyer sur les calculs de l'ordinateur, on développe une certaine compréhension. On joue un peu avec le modèle informatique d'un pont, on le surcharge et on le voit s'effondrer, on met des soutènements et on le voit vibrer. (ibid. p.4)

respectivement pour l'analyste et le concepteur, même si dans la recherche cette discussion reste ouverte. En effet, la programmation orientée objet établit des divisions claires entre usage et implémentation, liée à la division des tâches de programmation en de multiples sous-tâches indépendantes mais connectées à l'interface. Chacune de ces divisions est appelée en informatique une barrière d'abstraction et l'interface est le moyen de communiquer à travers les barrières. Dans ce contexte, c'est l'utilisateur d'une procédure qui est considéré comme travaillant à un niveau d'abstraction plus élevé que son programmeur. Les auteurs pointent la différence avec l'ingénierie où le travail d'un ingénieur, utilisateur de mathématiques est traditionnellement perçu comme moins abstrait que celui d'un analyste spécialiste ou d'un mathématicien et se demandent s'il s'agit là d'une bizarrerie de la terminologie (quirk of terminology). Comme ils le soulignent :

« Cela souligne que la tâche d'ingénierie comporte ses propres complexités, dont les mathématiques ne sont souvent qu'une petite partie, aussi cruciale soit-elle. Le caractère « royalement » abstrait des mathématiques dans la culture technologique peut distraire de la réflexion sur ce qui importe en pratique. » (ibid. p.4)<sup>25</sup>

Les barrières d'abstraction ne sont pas figées une fois pour toutes comme on a tendance à les percevoir en mathématiques. Elles dépendent de la structure de communication, à l'interface choisie. Elles constituent donc des hiérarchies toute relatives.

### III.3 Conclusion

Les mathématiques telles qu'utilisées dans la pratique n'obéissent donc pas, semble-t-il pas au paradigme théorie-application. Elles sont impliquées dans diverses interfaces, et un fonctionnement efficace de ces interfaces requiert des niveaux de connaissances et de compréhension mathématique variés que l'on ne peut aisément faire coïncider avec les structurations ni même les contenus des mathématiques académiques si l'on excepte leurs formes les plus élémentaires. Trois caractéristiques se dégagent de plus :

- ces mathématiques se construisent en relation étroite avec la pratique, dans une compréhension à travers l'usage,
- leurs dimensions les plus avancées tendent de plus en plus à être prises en charge soit par des spécialistes, soit par des logiciels,
- les besoins des non spécialistes semblent se déplacer vers la capacité à manipuler ces mathématiques comme un outil de communication à travers des langages spécifiques, ceci contribuant à expliquer pourquoi leur rôle est si peu reconnu.

On comprend donc mieux pourquoi un modèle de formation du type théorie-application ne peut être considéré comme satisfaisant. La modélisation apparaît comme un paradigme alternatif comme nous l'avons déjà souligné mais quelles formes revêt-elle, elle-

---

<sup>25</sup> « It emphasises that the engineering design task has its own complexities of which mathematics is often a small, if crucial, component. The "royally" abstract status of mathematics in technological culture may be a distraction to thinking about what matters in practice. » (ibid. p.4)

même exactement dans la pratique ? C'est ce que nous allons examiner dans le paragraphe suivant en nous appuyant sur les travaux de Bissell.

## **IV La modélisation mathématique : construction / adaptation**

Le travail de Bissell et Dillon (2000), aborde la place de la modélisation mathématique dans l'institution de formation et dans la pratique professionnelle. Dans une première partie, les auteurs analysent deux définitions générales de la modélisation mathématique : 'ferme' (hard) et 'souple' (softer). Ils montrent ensuite certaines caractéristiques spécifiques des modélisations effectuées en ingénierie. Ces caractéristiques montrent que, dans la pratique, plus que constitution de nouveaux modèles, il y a utilisation et adaptation de modèles déjà existants. Ce constat les conduit à examiner les types de connaissances mathématiques qui sont mobilisées dans un tel usage et à distinguer trois approches de la modélisation mathématique dans les pratiques d'ingénierie, qui semblent avoir leur place dans les enseignements de disciplines intermédiaires (cf. p.20). Nous présentons de façon plus détaillée ces différentes distinctions dans le paragraphe suivant.

### **IV.1 La construction de modèles mathématiques : deux approches**

Comme signalé plus haut, deux approches de modélisation mathématique sont distinguées : modélisation ferme et modélisation souple.

La modélisation ferme pour laquelle les auteurs se réfèrent à un ouvrage concernant le contrôle et les systèmes dynamiques, se compose de quatre étapes :

1. décrire le système physique (physical modelling),
2. décrire le système mathématique (model construction),
3. analyser la description mathématique (model solution) et
4. interpréter et exploiter cette description (system design)

Selon les auteurs, du point de vue de la modélisation mathématique, ces quatre étapes correspondent à un « cycle de modélisation » (voir figure 6). Un processus de modélisation met en jeu généralement plusieurs cycles de ce type dans lesquels l'ingénieur va appliquer ou mobiliser des connaissances et techniques mathématiques itérativement jusqu'à obtenir une solution au problème réel. Pour un tel processus, ils pointent deux types de limites. Les premières relèvent de l'implémentation pratique qui peut poser des difficultés concernant en particulier la précision de la formulation du problème, le niveau de simplification utilisé, la validation des résultats obtenus.

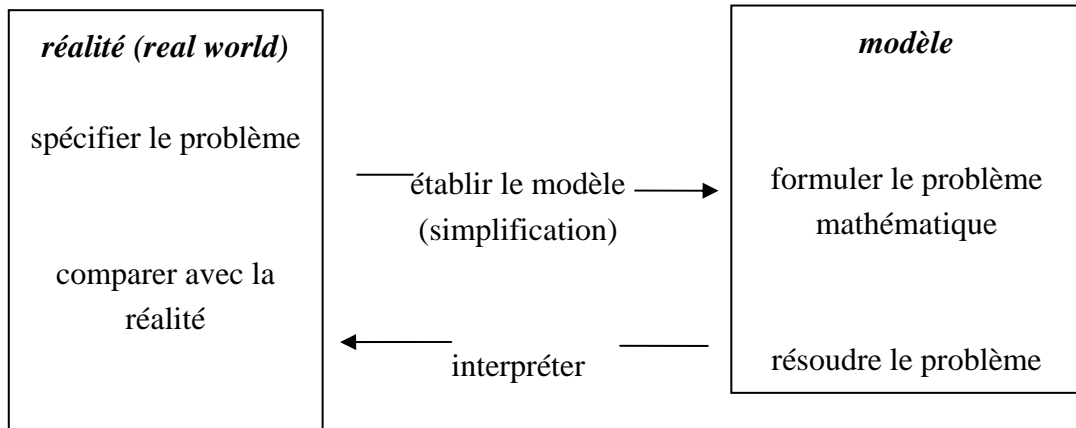


Figure 6. Cycle de modélisation ferme

Les secondes résultent du point de vue philosophique et pratique sous-jacent à cette vision de la modélisation qui repose sur l'existence d'une correspondance platonique entre le monde des problèmes réels et le monde des modèles, et laisse donc hors de cette approche tous les problèmes réels qui ne peuvent correspondre de manière idéale à un modèle.

La modélisation 'souple' (softer, figure 7) qui est introduite ensuite est aussi vue comme une itération de cycles de modélisation, mais plus flexible, au sens où elle ne vise pas un rapport de type miroir entre le monde des problèmes réels et celui des modèles. De plus, les processus impliqués dans les phases de création, manipulation et évaluation n'y sont pas spécifiés. Mais on suppose cependant qu'une méthode existe qui, si elle est employée correctement, finit par assurer l'obtention d'une solution.

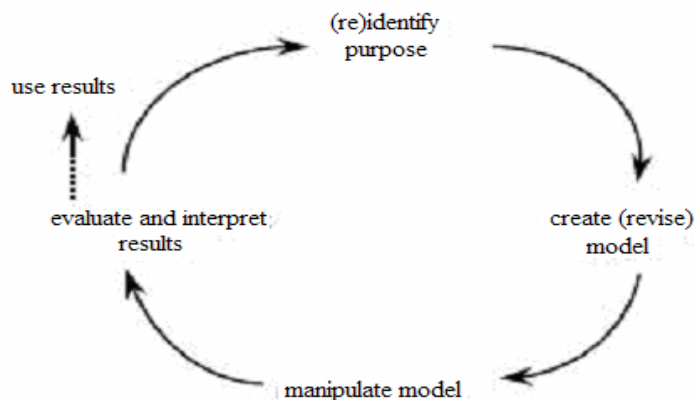


Figure 7. Cycle de modélisation souple

## IV.2 La sélection et l'adaptation des modèles dans la pratique

Ces deux cycles de modélisation, très fréquents dans la littérature selon les auteurs, ne rendent compte ni l'un, ni l'autre, des conditions réelles du fonctionnement de la modélisation dans la pratique de l'ingénieur. Contrairement à ce qu'ils postulent, l'ingénieur crée rarement un nouveau modèle ; au contraire il sélectionne un modèle standard bien connu, avec des solutions bien connues et va l'adapter ou le modifier légèrement. Le processus de modélisation est le plus souvent incrémental, c'est-à-dire consiste en un affinage de modèles

existants fait sur la base de l'expérience et de la pratique, en incluant ce qui résulte des échecs de modélisation. La modélisation n'est pas algorithmique, elle est subjective, s'appuie souvent sur des connaissances implicites, et des savoir faire spécifiques d'une discipline ou d'un domaine. L'intuition est importante et les bons modélisateurs ont « un sens » des types de modèles susceptibles d'être adaptés à telle ou telle circonstance. Enfin un modèle mathématique est considéré comme « utile » si et seulement si il peut être employé avec succès ; donc souvent un modèle moins précis mais plus facile à utiliser est préféré à un modèle plus sophistiqué mais moins pratique. Si on se situe dans cette perspective d'utilisation et d'adaptation de modèles existants, alors la question qui se pose en premier lieu est la suivante : Quelles sont les compétences mathématiques nécessaires pour un tel usage des modèles ? Pour répondre à cette question, les auteurs proposent (cf. figure 8) une hiérarchie de compétences en trois niveaux : la manipulation, l'interprétation et l'application. Le premier niveau ou « manipulation » est celui des compétences manipulatives. Il recouvre des compétences mathématiques « basiques » : reformulation d'une expression mathématique, substitution correcte des variables et modification de formules par exemple dans un tableur. Le second niveau, celui de l'interprétation s'appuie sur ces compétences manipulatives mais ces dernières sont de peu d'intérêt sans compétences interprétatives. Interprétation et manipulation sont ici aussi itératives et ce qu'elles produisent est engagé dans le troisième niveau, celui de l'application du modèle conduisant à des recommandations explicites.

application	Ability to apply the interpretation and make appropriate recommendations; essentially 'proactive'
interprétation	Ability to interpret the modified form of the model in a way relevant to the situation: essentially 'reactive'
manipulation	Ability to modify the form of the basic mode, using algebraic and other skills; essentially 'mechanical'

Figure 8. Hiérarchie des compétences en trois niveaux

Les auteurs soulignent que les compétences mathématiques décrites comme utiles dans ce modèle d'application ne relèvent pas du champ des mathématiques « avancées », celles de la formation. Souvent, ce ne sont même pas des mathématiques au sens conventionnel. Afin d'approfondir la discussion sur ce point, ils introduisent trois approches de la modélisation mathématique d'un processus technologique, d'un système ou d'un objet. Ce sont respectivement les modélisations empirique, physique et d'identification d'un système.

- Modélisation empirique : Dans ce cas, la technique utilisée pour trouver un modèle mathématique n'implique pas nécessairement de théorie ou d'hypothèses concernant l'objet à modéliser. C'est le cas par exemple, lorsqu'un ingénieur ajuste une courbe à un ensemble de points donnés.
- Modélisation physique : Cette modélisation est communément enseignée dans les disciplines intermédiaires. Elle utilise des suppositions et implications de quelques lois scientifiques telles que lois de Newton, Maxwell, Kirchhoff, etc. pour dériver un

modèle mathématique qui s'exprime en termes de variables physiques : masse, voltage, courant, etc.

- Identification d'un système : Dans cette approche, plus spécifique de l'ingénierie, le système est considéré comme une boîte noire. Le modèle est dérivé d'informations du type entrée/sortie (avec différents types de réponses : indicielle, fréquentielle). Le choix s'effectue dans un domaine limité des modèles utiles (souvent des équations différentielles linéaires), et il concerne globalement le système entier et non ses composants.

### IV.3 La simplification des modèles : ingénieurs vs mathématiciens

Les auteurs considèrent qu'une caractéristique centrale de la modélisation mathématique est la simplification, et faisant référence à (Morgan & Morrison 1999), ils distinguent deux types de simplification : par abstraction et par idéalisation.

La première consiste à simplifier un modèle en négligeant certains éléments du phénomène réel, par exemple dans un modèle mécanique, on néglige souvent en première approximation les frottements. Ce processus de simplification, comme le soulignent les auteurs, est en fait bi-directionnel. On peut aussi prendre en compte des éléments négligés dans les modèles antérieurs pour construire différents niveaux d'abstraction correspondant à des modèles de plus en plus sophistiqués. Le cas du frottement cité ci-dessus en est un bon exemple. On commence par le négliger complètement, puis on considère la viscosité (ce qui conduit à une modélisation par une équation différentielle linéaire) et finalement on ajoute le frottement statique, arrivant ainsi à un modèle non - linéaire.

La simplification par idéalisation consiste à traiter une chose comme une 'autre chose' idéalisée. C'est-à-dire approcher le fonctionnement d'un phénomène par un objet mathématique idéal, par exemple, une forme d'onde présentant de légères variations sera considérée idéalement comme constante, un changement relativement brutal d'un état stable à un autre modélisé par un saut impliquant un gradient infini. Selon les auteurs, la simplification par abstraction est associée à la modélisation physique tandis que la simplification par idéalisation est particulièrement fréquente dans la modélisation de l'identification d'un système propre à l'ingénierie, et ces deux types de simplification ne sont en rien équivalents :

« System identification tends to give the 'best fit' to a given order or model, while physical analysis provides useful information about model sensitivity and the behaviour of individual components » (ibid. p.6)

Considérant ces spécificités de l'usage de la modélisation mathématique, les auteurs insistent sur le fait que faire des mathématiques n'a pas la même signification pour un mathématicien et pour un ingénieur.

« From an engineer's point of view, the goal is to produce a system whose behaviour achieves a particular function. Focusing too closely on mathematical detail may not be helpful where the

goal is to understand the behaviour of a system better: the engineer needs to be able to think and talk in ways that are appropriate to this goal. » (ibid. p. 6)

L'ingénieur utilise des modèles : mathématiques, technologiques (computer-based) et physiques avec différents buts :

« to give insight, to provide a basis for explanations of behaviour and performance, to design new artefacts to perform particular function or to predict behaviour of existing or non-existing systems under particular conditions » (ibid. p. 6)

Et ces modèles utilisés dans une pratique professionnelle passent par un processus d'institutionnalisation au sein de la communauté des utilisateurs :

« models have to be mediated and negotiated within a community of practice to make any sense » (ibid. p. 6)

Ces processus de légitimation ne peuvent pas être les mêmes que ceux de la communauté mathématique. Mais on peut cependant se demander quel rôle jouent les mathématiques dans ce processus d'institutionnalisation?

La structure mathématique du modèle permet, par exemple, de tirer des explications d'un phénomène, en répondant aux questions du quoi, du pourquoi et du comment. Ainsi, un comportement régulier observé peut-il être une conséquence logique de la structure du modèle. Mais, selon les auteurs, une telle explication qui repose sur la structure mathématique ne suffit pas généralement pour comprendre le phénomène modélisé :

« Gaining insight into what is going on in a system requires more than just mathematics, however: it requires a story about the system that suggests reasons for a particular type of behaviour, proposals about what can be done to produce different behaviour and predictions about what may or may not occur in the future. » (ibid. p. 7)

On voit alors comment des disciplines intermédiaires à distance acceptable à la fois de l'institution mathématique et de la pratique sont susceptibles de jouer un rôle clef dans la formation, comme moyen d'équilibre des tensions entre théorie et pratique, dans l'enseignement et l'usage des modèles mathématiques.

#### **IV.4 Du modèle mathématique aux métalangages : des adaptations aux besoins pratiques**

Pour illustrer ce qui précède, les auteurs présentent l'exemple du modèle mathématique le plus simple qui décrit le rapport entre tension et intensité du courant dans un circuit électrique :  $V = RI$

La tension est directement proportionnelle à l'intensité du courant qui passe à travers le circuit dont la résistance  $R$  est la constante de proportionnalité. Le modèle mathématique décrit la contrainte entre tension et intensité du courant à chaque instant mais n'explique pas comment des changements sont possibles :

« From an engineering point of view, the equation on its own is not enough to say much about electrical circuit behaviour and how changes in voltage and currents take place ; it needs to be



built on a good story (one that is plausible and acceptable within the relevant community) told about what is going on. » (ibid. p. 7)

Une lecture possible d'un ingénieur peut être que le modèle indique que la tension aux bornes d'un composant est égale à sa résistance multipliée par l'intensité du courant qui le traverse, c'est-à-dire qu'un changement dans cette intensité provoque un changement dans la tension. Une telle lecture introduit une dynamique et temporalité qui n'existent pas dans le modèle mathématique et une différence substantielle de signification. Elle incite à voir le courant comme une *cause* et la tension comme un *effet*. C'est pourquoi, soulignent les auteurs, savoir comment transformer les modèles en histoires plausibles et acceptables de ce qui se passe est une partie de la compréhension des modèles par l'ingénieur.

Un autre exemple de cette différence entre l'optique du mathématicien et l'optique de l'ingénieur dans l'utilisation de modèles est développée dans (Bissell 2002). Il concerne l'utilisation des équations différentielles. L'équation différentielle considérée modélise le système de commande d'une certaine antenne parabolique orientable par l'équation :  $\ddot{y} + 4\dot{y} + 100y = 100x$ ,  $x(t)$  représentant l'orientation commandée et  $y(t)$  l'orientation réelle (Bissell 1994, cité dans Bissell 2002, p. 4). Bissell affirme qu'en mathématiques, l'on chercherait à résoudre l'équation pour des classes de fonctions  $x(t)$  diverses. L'ingénieur va en revanche la normaliser en l'associant à l'équation suivante :

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 y = k\omega_n^2 x$$

où  $\omega_n$  représente la fréquence naturelle,  $\zeta$  le facteur d'amortissement, et  $k$  le gain du système. Dans ce cas, on voit que  $k=1$ ,  $\omega_n=10$  et  $\zeta=0,2$ .

Si l'ingénieur normalise le système, c'est parce que les réponses indicielles des systèmes linéaires du deuxième ordre sont bien connues et visualisées dans le schéma suivant :

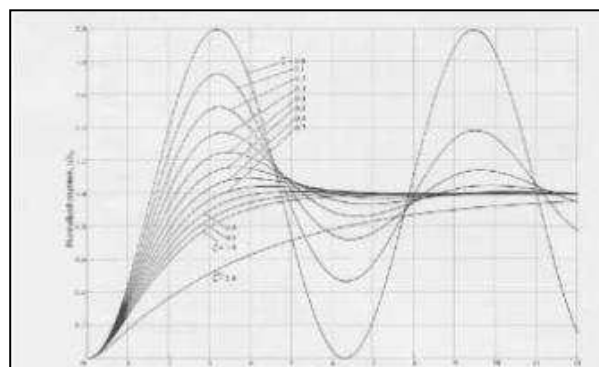


Figure 9. Famille des réponses indicielles des systèmes linéaires

En se basant sur cet exemple, Bissell souligne que l'ingénieur ne reconnaît pas dans sa pratique l'utilisation des mathématiques, parce « les équations différentielles se transforment en des concepts aussi simples et « non-mathématiques » que la fréquence naturelle et le facteur d'amortissement – dont on peut trouver les valeurs tout simplement en lisant les spécifications techniques d'un transducteur fournies par le fabricant. » (ibid. p. 4-5). Cet

usage des courbes normalisées des réponses indicielles dans des domaines tels que l'électronique, l'instrumentation et la régulation automatique remonte aux années 30. Il se rattache à tout un ensemble de techniques qui permettent d'éviter la complexité mathématique. De la même façon, à partir des années 20, les électroniciens commencent à manipuler des symboles de circuit au lieu de symboles mathématiques dans le cadre de la conception de filtres. Même si, comme le signale l'auteur, le comportement du filtre est modélisé par une équation différentielle, ou une réponse fréquentielle exprimée par une fonction complexe  $F(j\omega)$ , ce n'est pas cette équation que l'ingénieur manipule directement mais des circuits « prototypes ».

Ces processus de transformation à rapprocher de la notion de transposition contextualisée introduite dans (Camarena, 1999), conduisent à l'utilisation d'éléments idéaux, comme les circuits prototypes, permettant d'exprimer le comportement d'un composant ou de le modéliser sans avoir besoin de recourir directement aux mathématiques. Plus généralement, ces techniques ou métalangages basés sur des mathématiques rigoureuses et complexes, font partie des disciplines de l'ingénierie et sont amplement utilisés pour résoudre les problèmes posés par la pratique. Dans Bissell 2004, divers métalangages tels que : le diagramme de Nichols, l'abaque de Smith, sont ainsi présentés.

Dans le diagramme de Nichols, par exemple, comme l'explique Bissell, un modèle de réponse fréquentielle d'un système en boucle ouverte, en termes de fonction de transfert  $H(j\omega)$ , (ou un ensemble de mesures empiriques) peut être entré, et le comportement du système en boucle fermée correspondant à  $1/(1+H(j\omega))$  peut être alors lu sur les courbes du diagramme : La réponse de la boucle ouverte peut s'interpréter comme une route tracée sur une surface en trois dimensions, dans laquelle la hauteur représenterait l'amplitude de la réponse du système en boucle fermée :

« The rectilinear grid is used to plot the open-loop behaviour in terms of a frequency transfer function  $H(j\omega)$ , either as an analytic model or a set of frequency response measurements, and the closed-loop response  $1/(1+H(j\omega))$  can then be read from the curved lines. Imagine the latter as contours. Then the plotted open-loop response can be interpreted as a route over a three-dimensional surface, where the height of the contours represents the closed-loop amplitude response of the system. »

Selon Bissell, un utilisateur expérimenté lit et exploite ce type de représentation comme une personne habituée à l'utilisation de cartes peut les lire et les exploiter pour randonner.

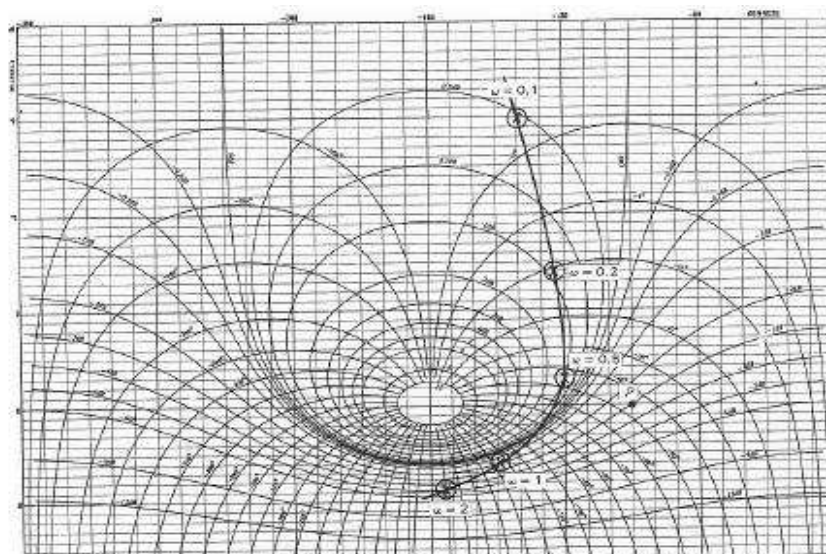


Figure 10. Réponse fréquentielle sur le schéma de Nichols

Cette importance d'objets qualifiés par Bissell de métalangages est aussi soulignée par Chauvat dans sa thèse (Chauvat, 1997). Il y analyse les représentations graphiques utilisées dans des formations en IUT et porte une attention particulière aux abaques dont le diagramme de Nichols est un exemple. Il s'interroge sur la résistance, en tant qu'objets d'enseignement, de tels abaques datant de la première moitié du XX<sup>e</sup> siècle à un moment où l'on pourrait penser les voir disparaître au profit de moyens de calcul informatiques. Les raisons qu'il voit à cette résistance résident d'abord dans la facilité de lecture qui rend ces objets utilisables par des publics peu avertis, leur richesse calculatoire et l'économie de savoir qu'ils permettent :

« Plusieurs types de calculs peuvent y être opérés et les formules algébriques complexes qui les sous-tendent peuvent être oubliées. De plus l'algorithme d'usage garde un certain lien avec la situation physique modélisée qui lui confère une certaine sémantique et donc un certain attrait pédagogique. (ibid.331) ».

Par ailleurs, les savoirs qui sous-tendent leurs procédés de construction en justifient selon lui l'enseignement en mathématiques, au-delà du seul usage dans les disciplines.

## IV.5 Conclusion

Des apports intéressants et complémentaires se dégagent donc des travaux évoqués ci-dessus. Les approches usuelles de la modélisation mathématique qui s'intéressent surtout à la création de modèles, y sont questionnées quant à leur pertinence pour approcher les pratiques de l'ingénieur, le travail de ce dernier consistant essentiellement à adapter et à raffiner des modèles déjà existants. Il est souligné que les contraintes de l'usage de ces modèles sont ceux de la pratique, que l'expérience et l'intuition y jouent un rôle fondamental. Les modèles types utilisés dans une pratique professionnelle sont issus d'un processus d'évaluation institutionnalisée mené par la communauté des usagers sur des bases bien différentes de celles qui sont en usage dans la communauté mathématique ; un modèle est notamment légitimé par son utilité pratique, sa facilité d'emploi. On retrouve ainsi des modalités

d'évaluation et d'institutionnalisation analogues à celles déjà rencontrées avec les guides pratiques mentionnés dans le travail de Kent et Noss (cf. p.32) et les guides méthodologiques dans le travail de Vergnaud (cf. p.33) qui sont une reconnaissance au niveau de la profession de savoir-faire produits par les praticiens.

Dans le paradigme de modélisation de la pratique, le rôle des mathématiques se situe à deux niveaux. Le premier consiste à expliquer, à partir de la structure mathématique formelle de modèles types, le comportement d'un système ou d'un phénomène. Le deuxième mobilise l'utilisation de compétences mathématiques basiques pour se ramener à des modèles types. Ce processus d'adaptation et d'utilisation des modèles types est complexe. Des métalangages ont été développés pour le faciliter, en minimiser les exigences mathématiques et se rapprocher des objectifs pratiques : description, contrôle et manipulation de systèmes et phénomènes. Ces métalangages sont des objets graphiques complexes basés sur des connaissances mathématiques avancées ; ils s'expriment dans un langage pratique et portent une sémantique sous-jacente au système physique modélisé. Ils ne constituent pas un phénomène récent puisque, on le voit avec l'électronique, dès les années 1920 ils sont présents, mais ils se sont adaptés progressivement à l'évolution des moyens technologiques, et aujourd'hui, associés à une différenciation des rôles signalée par Kent et Noss, ils semblent permettre de faire face à l'explosion des connaissances.

Munis de l'éclairage de ce détour par les pratiques, nous allons maintenant revenir à la question centrale dans notre travail qui est celle de la formation. Quel est l'état actuel de ces formations ? Comment les mathématiques en tant que discipline de service s'approchent-elles des besoins de la pratique ? Quel rôle joue la technologie dans la formation ?

## **V L'évolution des formations**

Les recherches sur la formation des ingénieurs sont moins développées que celles concernant les pratiques et pour approcher cette évolution nous nous appuyons, d'une part sur la recherche bien connue de Kent et Noss 2001 concernant la formation des ingénieurs et de scientifiques en Angleterre, d'autre part la thèse de Prudhomme qui concerne l'enseignement des processus de conception des systèmes mécaniques dans différentes filières post baccalauréat en France.

### **V.1 Kent et Noss : la réaction du système à l'évolution des pratiques**

Cette recherche concerne l'enseignement des mathématiques comme discipline de service dans la formation des ingénieurs et scientifiques en Angleterre. Cet enseignement c'est selon eux s'est trouvé progressivement déstabilisé par deux facteurs : les changements curriculaires dans le secondaire qui ont amené dans les filières d'ingénierie des étudiants insuffisamment préparés aux enseignements traditionnels d'ingénierie d'une part, l'incorporation de la technologie dans la pratique professionnelle des ingénieurs d'autre part. Le curriculum traditionnel se trouve en effet questionné par les nouvelles conditions de la

pratique, en particulier, par l'utilisation massive de logiciels qui prennent en charge des calculs qui étaient faits avant à la main. Comme Kent et Noss l'écrivent :

« The revolution in professional engineering and scientific practice brought about by computer technology means that the traditional curriculum, with its strong basis in pen-and-paper calculation techniques, has become of questionable relevance to professional practice. » (Kent & Noss, p.395)

Face à cette déstabilisation, Kent et Noss mettent en évidence l'existence de deux tendances différentes dans l'adaptation. La première consiste à réduire la place consacrée aux mathématiques et à donner plus d'importance à d'autres matières telles que la conception, la communication, les langues, la finance... Cette tendance est claire par exemple, dans les réponses à une enquête menée par Sutherland et Pozzi auprès d'enseignants d'ingénierie et à laquelle ils se réfèrent :

« Engineering design was ranked as being more important nowadays than mathematics by the majority of respondents » (cité en Kent et Noss, p.396).

La deuxième tendance consiste à ajouter une composante technologique au curriculum traditionnel des mathématiques de service, sans pour autant modifier profondément ce dernier. Comme l'expriment Kent et Noss :

« there are plenty of engineers and scientists who see virtues in the traditional service curriculum, and whilst recognising the need to update the service mathematics approach with a technological component, insist that students should still develop an appreciation for mathematics by doing mathematics *per se*. » (ibid. p.396).

C'est la première tendance mentionnée ci-dessus qui se trouve favorisée selon eux : la réduction des ambitions mathématiques permet de s'adapter aux étudiants, l'utilisation de logiciels incorporant des mathématiques sophistiquées et fonctionnant plus ou moins comme des boîtes noires permet de faire face aux tâches requises par la pratique. On en vient à l'idée que les :

« Engineers use computer to design, build and run bridges, road systems, chemical plants etc. The clever people who write the packages need to understand calculus, but the engineer doesn't, in fact she/he is probably not aware of the complexity of analysis » (ibid. p.398).

La technologie est ainsi vue comme un simplificateur des besoins mathématiques ou un outil qui économise les besoins de compréhension mathématique de l'utilisateur.

Les auteurs questionnent cette vision du rôle de la technologie qu'ils qualifient de purement pragmatique. Elle risque selon eux d'aggraver l'écart déjà existant avec les formations d'ingénierie dans les autres pays de la communauté européenne qui sont plus exigeantes en termes de formation mathématique, créant une situation critique vu le processus actuel d'homogénéisation des qualifications professionnelles au sein de cette communauté. Pour les auteurs, une des causes de cette moindre exigence est qu'en Angleterre, contrairement à ce qui se passe dans d'autres pays, il n'y a pas de diversification des formations d'ingénierie :

« there is no a two-tier – technician vs professional – system of engineering qualifications,

which is common in other countries; instead, all engineering students in the UK are required to aspire to the professional level. ».

Cependant, même si, comme ils le signalent, certains affirment que l'on peut faire de l'ingénierie et de la science à partir de mathématiques « prêtes à utiliser », c'est-à-dire de mathématiques existantes et encapsulées dans les logiciels, ils défendent quant à eux le point de vue opposé, insistant sur le fait qu'un tel usage des mathématiques n'est pas suffisant, parce il y aura toujours des situations qui requièrent plus que le seul usage du logiciel, qui nécessitent de la compréhension mathématique. La citation suivante illustre ce point de vue :

« Les ingénieurs habilités ne doivent pas seulement pouvoir appliquer leurs connaissances, mais doivent aussi avoir une bonne compréhension des idées fondamentales et des techniques correspondantes, afin de pouvoir adapter et faire progresser leurs connaissances, et se maintenir à jour avec les progrès futurs. Sont requises une facilité d'exécution mathématique, jointe à une certain « alphabétisme » mathématique. Cet alphabétisme mathématique est un concept important, analogue à l'alphabétisme littéraire. Un anglophone instruit devrait être en mesure de communiquer clairement des idées dans un domaine quelconque, par le moyen de l'anglais écrit. Cela ne signifie pas que l'on soit expert à tout point de vue, mais que l'on comprenne la manière d'exprimer des idées. L' « alphabétisme » est la faculté intellectuelle qui permet une bonne communication, et son acquisition demande de l'expérience. L' « alphabétisme mathématique » procède d'une faculté similaire, et le besoin qu'en ont les ingénieurs habilités est clairement établi si l'on parcourt même rapidement la littérature d'ingénierie. » (IMA et al 1995, p. 16, cité en *ibid.* p.399)<sup>26</sup>

On retrouve ce point dûment argument dans le cours déjà cité de Straesser (2005).

Les auteurs se prononcent donc contre une utilisation aveugle des logiciels. Ils affirment que même si les logiciels demandent de moins en moins de connaissances pour être utilisés, l'utilisateur doit avoir « sufficient mathematical literacy to understand what the software is doing, and being able to open up the 'black box' and see how it works. » (*ibid.* p.399). En conséquence, le défi pour l'institution formatrice est :

« To decide which aspects of mathematics can be left boxed-up in professional software packages, and which will need to be opened up and explained. » (*ibid.* p.399)

On voit donc ici pourquoi le curriculum traditionnel des mathématiques de service est obligé de s'adapter à une pratique professionnelle profondément renouvelée par l'omniprésence des logiciels. Bourguignon (2001) de son côté souligne que cette adaptation dont on pourrait penser a priori qu'elle peut conduire à une réduction des besoins mathématiques, en fait est exigeante car elle demande de développer une vision plus générale

---

<sup>26</sup> « Chartered Engineers not only need to have the ability to apply their knowledge but also must have a good understanding of the fundamental ideas and relevant techniques so as to enable them to adapt and update their knowledge to keep pace with future developments. Fluency in the execution of mathematics coupled with mathematical literacy is required. This concept is important and is analogous to language literacy, clearly which is well understood. An educated user of English should be able to communicate clearly ideas on anything using written English. This does not mean that one is expert on all aspects but that one understands the way to express ideas. 'Literacy' is the intellectual ability that enables the process of good communication and requires a range of experience for its acquisition. 'Mathematicalliteracy' involves a similar process and the need for Chartered Engineers to possess it is confirmed by even a glance at the engineering literature » (IMA et al 1995, p. 16, cité en *ibid.* p.399)

des mathématiques prenant en compte les types de contenus déclinés en compétences, concepts et modèles mathématiques, en connexion étroite avec les autres disciplines.

La complexité de cette adaptation est de plus accrue par un autre élément : l'explosion de connaissances. Les connaissances scientifiques et de sciences de l'ingénieur considérées comme utiles voire indispensables et donc ne pouvant être écartées des formations actuelles, se sont en effet très fortement accrues. Kent 2007 souligne que, pour y faire face, les ingénieurs professionnels se prononcent pour une formation ayant comme axe organisateur : la conception, et centrée sur les méthodes d'ingénierie.

« ...the way to deal with this « knowledge explosion » is to implement a shift in emphasis from teaching focussed on knowledge (ie. the topics of engineering theory and science) toward teaching about the process of engineering, using engineering design as an organising and motivating principle of an engineering degree. » (p.3, Kent, 2007)

On voit ainsi apparaître de nouvelles caractéristiques contextuelles qui exigent des formations d'ingénieurs d'équilibrer les nouvelles tensions entre théorie et pratique qui en résultent. D'où des questions incontournables : Quelle importance et quel rôle accorder à la formation mathématique dans ce contexte ? Comment adapter un enseignement mathématique aux différents profils d'ingénieurs ? Comment doit s'adapter l'enseignement mathématique aux besoins d'autres disciplines ? Quelles sont les boîtes noires qu'il faut absolument ouvrir ? Et jusqu'où faut-il aller dans la clarification des mathématiques associées ?

## **V. 2 La recherche de Prudhomme : des logiques d'enseignement différentes**

Cette recherche, comme mentionnée plus haut, concerne l'enseignement actuel des processus de conception des systèmes mécaniques en France et non directement les mathématiques. Mais elle nous semble intéressante pour notre propos par la distinction qu'elle opère entre les différentes composantes de la formation, et l'identification qu'elle mène de leurs logiques propres, apportant ainsi un regard complémentaire sur la tension entre théorie et pratique qui est à l'œuvre dans ces formations et cherchant les moyens de la dépasser. Elle se situe de plus, comme nous le ferons nous-mêmes, dans une approche institutionnelle inspirée par la théorie anthropologique du didactique due à Chevallard. L'enseignement des processus de conception de systèmes mécaniques qui fait l'objet de ce travail de recherche est assuré dans différentes filières post baccalauréat BTS, IUT, IUP, école d'ingénieur... Comme le souligne Prudhomme, l'enseignement est globalement organisé dans ces institutions selon trois pôles qu'il dénomme : formation scientifique, formation technologique et stages en entreprise, ayant chacun leur propre cohérence. L'enseignement des mathématiques s'inscrit dans le premier pôle dans lequel il place aussi la mécanique des solides indéformables, la mécanique des fluides, la thermodynamique et l'informatique. Ce pôle vise, selon lui, « la maîtrise de concepts et théories à des fins d'outillage de la pensée et de la formalisation technologique (ibid. p.9) ».

Le second pôle est celui des enseignements dits « technologiques » tels que la mécanique des solides déformables, la productique, l'automatisme et la robotique. Prudhomme exprime que les enseignements technologiques sont « tous ceux qui ont, au sens étymologique du terme technologie, un lien avec une technique ou un discours (qui peut être scientifique) sur la technique.

Les situations qui sont proposées dans ces deux pôles sont des situations modélisées, épurées et il s'interroge sur la possibilité d'une telle formation à permettre aux étudiants de faire sens quant à la validité de l'utilisation de ces modèles et concepts pour résoudre un problème de conception. L'expérience lui montre en particulier que les étudiants, lors des projets réalisés en entreprise n'utilisent pas la démarche fonctionnelle enseignée pour le processus de conception, se bornant à la reconstruire a posteriori pour l'exercice académique que constitue la soutenance des projets.

La recherche met ainsi en évidence deux logiques différentes celle du monde industriel et celle du monde universitaire que Prudhomme décrit de la façon suivante :

« Le monde industriel, celui de l'action, dont la respectabilité est construite en regard de sa capacité à produire et à vendre des produits sur un marché concurrentiel. Cela confère, aux yeux des étudiants, une certaine légitimité aux processus et moyens employés. Les outils utilisés (abaques, formules, connaissances empiriques, maquettes...) sont légitimés par l'expérience. L'usage qu'en fait l'étudiant est construit par rapport à une attente collective liée à l'action et en regard de contraintes de temps, sociales, économiques...

Le monde universitaire, vu comme délivrant des diplômes, mais pas comme lieu d'acquisition de connaissances suffisamment légitimes sur les procédés et processus de conception pour les réutiliser en entreprises (si elles ne sont utilisées au préalable). Les connaissances et leurs usages sont construits pour une finalité disciplinaire, pour répondre à une prescription de l'enseignant, sans que l'on sache si elles deviennent réellement un moyen de résoudre des problèmes dont les solutions restent d'ailleurs virtuelles. » (ibid p. 15)

Il voit dans l'existence de ces deux mondes et leurs logiques respectives l'explication de la faible légitimité de fait et donc la faible utilisation dans la pratique. Les connaissances sont enseignées dans une logique disciplinaire tandis que dans le monde industriel, c'est une autre logique qui est à l'œuvre et les connaissances construites conformément à la première ne sont pas directement utilisables dans la seconde.

## **VI Vers une redéfinition de la problématique de la thèse**

Les travaux analysés dans cette partie montrent que l'approche des questions sur les rapports entre théorie et pratique dans la formation passe progressivement au cours de la période étudiée du paradigme théorie-application au paradigme théorie-modélisation. Ce changement est impulsé par l'évolution des besoins de la pratique professionnelle. Les formations d'ingénieurs s'y adaptent d'abord en élargissant leurs contenus mathématiques, par exemple en incluant dans les nouveaux programmes dans les années cinquante, comme le montre Pollack, les transformées de Fourier et Laplace sans changer toutefois de paradigme. Les mathématiques sont reconnues dans leur dimension de discipline de service au sein de la



communauté mathématique et ce nouveau statut permet de problématiser la place des mathématiques dans la formation des ingénieurs. Les disciplines intermédiaires deviennent enseignements officiels et dans celles-ci les modèles mathématiques occupent une place de plus en plus importante.

Les décalages pointés par d'Ocagne au début du XX<sup>e</sup> siècle entre les mathématiques de la formation et les mathématiques de la pratique s'accroissent par ailleurs du fait du développement de logiciels de plus en plus puissants ainsi que de l'explosion des connaissances. Les formations doivent s'adapter mais cette adaptation ne peut se limiter au seul choix des contenus ; elle doit permettre d'établir des liens étroits entre la formation mathématique et celle des disciplines intermédiaires et problématiser l'incorporation de la technologie. Des études des pratiques professionnelles deviennent nécessaires. Elles montrent la division du travail mathématique, les savoirs pratiques institutionnalisés au sein des communautés d'utilisateurs sous les contraintes propres à la pratique et mettent en valeur l'expérience et la compréhension à travers l'usage. Des études des pratiques de formation deviennent aussi nécessaires pour construire des ponts entre l'univers académique et l'univers de la pratique. Le rôle des disciplines intermédiaires et des mathématiques dans ces disciplines devient fondamental pour établir un équilibre des tensions entre théorie et pratique et maintenir une distance « acceptable » entre l'institution mathématique et l'institution de la pratique. De même, le rôle des objets intermédiaires et des métalangages qui constituent des médiations sémiotiques par rapport aux mathématiques devient essentiel, ces objets appartiennent à la fois au monde universitaire et au monde de la pratique, dans le premier en tant qu'éléments des disciplines intermédiaires et dans le deuxième en tant qu'outils.

Compte-tenu de ces données et analyses, il nous semble important d'approcher la question au cœur de notre travail de thèse :

« Quelle place accorder aux mathématiques dans une formation des ingénieurs ? »
---

- en nous situant dans un modèle de formation d'ingénieurs qui soit proche du monde de la pratique ; c'est pourquoi nous avons choisi le cas d'une formation d'ingénieurs en IUP pour la partie expérimentale de ce travail ;
- d'étudier plus particulièrement dans ce modèle, un dispositif de formation qui simule les conditions de la pratique et obéisse au paradigme de la modélisation ; c'est pourquoi nous avons centré notre travail expérimental sur un dispositif innovant de projets ;
- de porter au-delà des mathématiques elles-mêmes une attention particulière aux disciplines intermédiaires qui jouent un rôle d'interface entre les mathématiques et la pratique, en distinguant trois institutions principales et en étudiant la circulation des savoirs entre ces institutions ;
- d'accorder une attention particulière aux méta-langages développés dans les disciplines intermédiaires et au rôle donné à la technologie.



---

# CHAPITRE III

---

## CADRE THEORIQUE

### **I Introduction**

Nous avons analysé dans les deux chapitres précédents différents textes illustrant les débats sur la formation des ingénieurs et la place des mathématiques dans cette formation. Nous avons aussi montré comment ces débats rebondissaient aujourd'hui dans un contexte où la formation doit faire face à de nouvelles demandes et où les besoins théoriques, même anciens, semblent de plus en plus difficiles à satisfaire. L'étude des évolutions de la formation et de la profession des ingénieurs nous a permis d'identifier le rôle fondamental qu'y jouent l'enseignement de mathématiques, l'enseignement de disciplines intermédiaires et la pratique professionnelle, tant au niveau de l'élaboration que du développement d'un modèle de formation de futurs ingénieurs.

Compte tenu de ce qui précède, nous situons notre travail dans le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique développée par Chevallard (Chevallard, 1992, 1997, 1999). Ce cadre nous permet de disposer de notions comme celles d'institution, de rapport institutionnel à un objet et de praxéologie. Pour approcher les questions au cœur de notre recherche, nous nous intéresserons aux rapports entre les institutions qui jouent un rôle dans la formation professionnelle et aux rapports que chacune de ces institutions entretient avec les mathématiques : pour décrire et comparer la façon dont vivent les mathématiques dans les différents dispositifs de formation, nous mobiliserons les notions de praxéologie mathématique et didactique.

Le chapitre est ainsi organisé en trois parties, dans la première nous décrivons les notions et les outils que nous empruntons à la TAD pour approcher les questions de notre étude. Dans la deuxième, nous présentons le modèle praxéologique élargi proposé par C. Castela (Castela, 2008). Castela étend la notion de technologie en lui attribuant six fonctions qui permettent de prendre en compte les savoirs utiles à l'utilisation des mathématiques dans les disciplines intermédiaires et dans la profession. Cette extension conduit à distinguer deux composantes dans la technologie : théorique (composante du modèle classique) et pratique, qui correspondent à des modalités différentes de validation institutionnelle. Finalement, dans la troisième partie nous revenons au contexte de la thèse et introduisons une notion de distance conçue pour l'analyse des enseignements de mathématiques et des disciplines intermédiaires. Celle-ci permet de mesurer les effets des choix portant sur les praxéologies mathématiques vivant sous des formes transposées dans ces enseignements.

## II La Théorie Anthropologique du Didactique

La Théorie Anthropologique du Didactique est un modèle épistémologique qui permet l'étude des processus de production et circulation des savoirs. Dans ce cadre « un savoir n'existe pas « in vacuo » dans un vide social : tout savoir apparaît à un moment donné, dans une société donnée, comme ancré dans une ou des institutions. » (Chevallard, 1989, p.13).

### II.1 Institution

Une institution est considérée dans un sens large et elle existe dès qu'elle a un sujet. Ainsi, le cours de mathématiques, une pratique professionnelle, l'université, une classe d'étudiants sont considérés comme des institutions.

Au sein de l'institution, il y a un ou des objet(s), un ou des sujet(s). Les objets existant dans une institution  $I$  sont ceux avec lesquels l'institution  $I$  a un rapport.

« A chaque institution  $I$  est associé un ensemble d'objets,  $O_I$ , dit ensemble d'objets *institutionnels* (pour  $I$ ), qui est l'ensemble des objets  $O$  que connaît  $I$ , c'est-à-dire pour lesquels existe un rapport institutionnel  $R_I$  » (Chevallard, 1992, p.88).

Pour une personne, l'appartenance à une institution  $I$  est réalisée lorsque cette personne accepte de s'assujettir à  $I$ .

« Une personne  $X$  devient un *sujet de  $I$*  quand elle devient « assujettie » à  $I$  » (ibid. 1999, p.89)

De ce qui précède, on peut déduire qu'une institution  $I$  est à la fois déterminée par et déterminant des assujettissements qu'elle impose. On se propose de détailler ce point dans la partie II.4.

### II.2 Notion de praxéologie

La Théorie Anthropologique du Didactique propose un modèle épistémologique dans lequel toute activité humaine « consiste à *accomplir une tâche  $t$*  d'un certain *type  $T$* , au moyen d'une certaine *technique  $\tau$* , *justifiée* par une *technologie  $\theta$*  qui permet en même temps de la *penser*, voire de la *produire*, et qui à son tour est *justifiable* par une théorie  $\Theta$ . En bref, toute

activité *met en œuvre* une organisation qu'on peut noter  $[T/\tau/\theta/\Theta]$  et qu'on nomme *praxéologie*, ou *organisation praxéologique* ». (Chevallard, 2002, p.3).

La praxéologie comporte deux blocs : le bloc *practico-technique*  $[T/\tau]$  et le bloc *technologico-théorique*  $[\theta/\Theta]$ . Le premier peut être identifié à ce qui est couramment appelé *savoir-faire* et le deuxième au *savoir*.

Dans ce qui suit, nous précisons les éléments de la praxéologie en nous appuyant sur (Chevallard, 1999, pp.224-227).

### Bloc practico-technique

Le bloc practico-technique, comme le signale la citation précédente, est composé du type de tâches  $T$  et d'une technique  $\tau$ , « ensemble réglé de gestes » (Chevallard, 1995) qui permet d'accomplir au moins une certaine partie des tâches relevant de  $T$ .

« ...la notion de tâche, ou plutôt de *type* de tâches, suppose un objet relativement précis. *Monter un escalier* est un type de tâches, mais *monter*, tout court, *n'en est pas un*. De même, *calculer la valeur d'une fonction en un point* est un type de tâches mais *calculer*, tout court, est ce qu'on appellera un *genre* de tâches, qui appelle un déterminatif. [...] »

Ainsi, tâches, types de tâches et genres de tâches portent sur l'activité à réaliser à différents niveaux de généralité, l'unité élémentaire étant la tâche.

« Soit donc  $T$  un type de tâches *donné*. Une praxéologie relative à  $T$  précise *une manière d'accomplir*, de *réaliser* les tâches  $T$  : à une telle manière de faire on donne ici le nom de *technique* (du grec *tekhnê*, savoir faire). [...] »

une technique  $\tau$  –une « manière de faire »- ne réussit que sur une *partie*  $P(\tau)$  des tâches du type  $T$  auquel elle est relative, partie qu'on nomme *portée* de la technique : elle tend à *échouer* sur  $T/P(\tau)$ , de sorte qu'on peut dire que « l'on ne sait pas, *en général*, accomplir les tâches du type  $T$ . [...] Une technique peut être supérieure à une autre, sinon sur  $T$  tout entier, du moins sur une certaine partie de  $T$ . »

Nous retenons ici qu'une technique n'est en général pas un algorithme efficace pour toutes les tâches du type  $T$  ; elle a un domaine d'efficacité qu'il conviendra d'explorer, des qualités et des défauts qui seront évalués relativement à ceux d'autres techniques possibles pour  $T$ . (cf. II. 5.).

La citation suivante complète ce qui vient d'être dit en insistant sur les moyens mobilisés dans une technique et les dispositifs dans lesquels ils peuvent être mis en œuvre. C'est l'ensemble des gestes, moyens et dispositifs qui permet la résolution des tâches ; nous considérerons que c'est cet ensemble qui est à prendre en compte dans la praxéologie, à l'instance  $\tau$  :

« Los objetos y las relaciones a los objetos sólo viven en el marco de prácticas institucionales; y estas prácticas no se reducen a los gestos que se exigen de los sujetos, están fuertemente determinadas por los dispositivos que posibilitan estos gestos. Todo este sistema de objetos, articulados en una técnica, entran en la categoría de los medios de la actividad. Las técnicas, y pues los dispositivos y los gestos, son así el "substrato concreto" de la actividad, de los objetos y relaciones que se activan en ella. » (Bosch, 1994, p.19)

## Bloc technologico-théorique

La technique est justifiée, expliquée et produite par le bloc technologico-théorique.

«On entend par *technologie*, et on note généralement  $\theta$ , un *discours rationnel*- le *logos*- sur la technique – la *tekhnê*-  $\tau$ , discours ayant pour objet premier de *justifier* « rationnellement » la technique  $\tau$ , en nous assurant qu'elle permet bien d'accomplir les tâches du type  $T$ , c'est-à-dire de réaliser ce qui est prétendu. [...] une deuxième fonction de la technologie est d'*expliquer*, de *rendre intelligible*, d'*éclairer* la technique. Si la première fonction –justifier la technique– consiste à assurer que la technique donne bien ce qui est prétendu, cette deuxième fonction consiste à exposer *pourquoi* il en est bien ainsi. [...] Enfin une dernière fonction correspond à un emploi plus actuel du terme de technologie : la *production* de techniques.

A son tour, le discours technologique contient des assertions, plus ou moins explicites, dont on peut demander raison. On passe alors à un niveau supérieur de justification-explication-production, celui de la *théorie*,  $\Theta$ , laquelle reprend, par rapport à la technologie, le rôle que cette dernière tient par rapport à la technique.» (Chevallard, 1999, pp. 226-227)

Dans le cadre de la TAD, une praxéologie est une construction sociale qui vit de manière stable<sup>27</sup> dans une institution donnée  $I$  ; en ce sens une praxéologie est une institution, fruit d'un processus d'institutionnalisation contrôlé par  $I$  :

« tâches, types de tâches, genre de tâches ne *sont pas* des données de la nature : ce sont des "artefacts", des "œuvres", des *construits institutionnels*, dont la reconstruction en telle institution, et par exemple *en telle classe*, est un problème à part entière, *qui est l'objet même de la didactique* ». (Chevallard, 1999, p. 224)

Le rôle attribué au bloc technologico-théorique est précisément d'asseoir la reconnaissance institutionnelle du bloc pratico-technique :

« On suppose que, pour pouvoir exister dans une institution, une technique doit apparaître comme un tant soit peu compréhensible, lisible et justifiée. Il s'agit là d'une contrainte institutionnelle minimale pour permettre le contrôle et garantir<sup>28</sup> l'efficacité des tâches accomplies, qui sont généralement des tâches coopératives, supposant la coopération de plusieurs acteurs. Cette contrainte écologique implique alors l'existence d'un discours descriptif et justificatif des tâches et des techniques qu'on appelle technologie de la technique. Le postulat annoncé implique en outre que toute technologie a besoin à son tour d'une justification, que l'on appelle la théorie de la technique, et qui en constitue le fondement ultime. » (Bosch et Chevallard, 1999, p.86)

## II.3 Multi-localisation institutionnelle des praxéologies

De même que Chevallard (1994) envisageait le fait qu'un élément de savoir donné vive dans plusieurs institutions, Chevallard (1999) insiste sur la présence d'une praxéologie donnée dans plusieurs institutions, mettant en avant les phénomènes transpositifs auxquels cette multilocation donne nécessairement lieu.

« Les institutions sont parcourues par toute une dynamique praxéologique, qu'on n'examinera ici que brièvement.

<sup>27</sup> Notons que stable ne veut pas dire figée, invariante ; il est au contraire vraisemblable qu'une stabilité durable suppose une certaine souplesse, une certaine adaptabilité aux variations des conditions de réalisations de  $T$  dans  $I$ .

<sup>28</sup> Dans le texte original, aucun mot n'est mis en caractères gras, nous l'avons fait afin de souligner ces fonctions de la technologie qui seront développées dans le point III.

Constamment en une institution I donnée, de nouvelles praxéologies sont regardées, par au moins une partie des acteurs de I comme nécessaires à un meilleur fonctionnement de I. Ces praxéologies devront en conséquence y être produites ou, plus souvent, reproduites dans la mesure où elles existent déjà en quelque autre institution I' –à partir de laquelle on pourra se proposer de les "importer" dans I. Les conditions imposées par l'écologie de I font alors que la praxéologie désirée ne pourra y être reproduite à l'identique, mais qu'elle subira, dans ce "transfert", diverses modifications adaptatives : on parlera donc, non de transfert, mais de transposition de I' à I.

Les processus de transposition institutionnelle ne produisent pas nécessairement des versions dégradées [...] des organisations praxéologiques. [...] Dans tous les cas, en outre, la transposition enrichit le monde des praxéologies socialement disponibles –dans la mesure où elle crée une praxéologie adaptée à des conditions institutionnelles inédites. » (Chevallard 1999, p. 230-231)

Ce processus de délocalisation-relocalisation d'une praxéologie d'une institution (notamment de l'institution qui a produit en première main la praxéologie considérée) à une autre institution, suppose comme le signale la citation donnée plus haut (Chevallard 1999, p.224) la mise en place d'un processus didactique. Sans que nous ayons trouvé de référence explicite sur ce thème, on peut supposer que Chevallard étend, au moins pour le cas des mathématiques, aux praxéologies ce qu'il affirmait en 1992 à propos d'un savoir S, produit dans une institution P(S), transposé dans une institution I :

« Le schéma majoritaire est alors le suivant. Au cours de l'histoire de l'institution I, on voit émerger un système d'enseignement associé à I, que j'appelle génériquement l'école associée à I et que je note EI. La transposition institutionnelle de P(S) à I, liée initialement à des médiations quelque peu erratiques, asystématiques, tend alors à se normaliser de la manière suivante : ses flux principaux empruntent maintenant le canal d'un processus de transposition didactique, qui va de P(S) à EI - et non pas, directement, de P(S) à I. » (Chevallard 1992, p.109)

Ce point de vue dissocie les institutions de production, d'utilisation et de transmission d'une praxéologie. Il n'est pas général : de très nombreuses praxéologies sont, au moins partiellement, élaborées et transmises au sein de la même institution. L'option prise par Chevallard a des conséquences que nous ne reprendrons pas à notre compte sur les fonctions et le contenu attribués au savoir technologique. Seront ainsi évacués comme relevant de la transposition didactique les savoirs sur la technique censés favoriser la diffusion de la praxéologie produite au sein d'une institution I parmi les sujets de I utilisateurs de la praxéologie en question.

Par ailleurs, la séparation de l'institution de production des diverses institutions d'utilisation conduit à mettre en avant dans les usages du modèle praxéologique ce que nous appellerons une aspiration théorisante : sans que cela ait été véritablement étudié en tant que processus, on peut étendre une hypothèse avancée par Mercier (1992) dans le cas de l'apprentissage :

« Un savoir décontextualisé et dépersonnalisé [...] perd pour cela beaucoup de ses qualités opératoires et instrumentales mais [...] peut dès lors être l'objet d'échanges, de manipulations transpositives. » (Mercier, 1992, p.49)

Autrement dit, on peut penser qu'un des rôles d'une institution de production  $I$  d'une praxéologie est de la rendre disponible à la circulation vers d'autres institutions, ce qui passerait par un processus d'épuration dans lesquels serait éliminé tout ce qui relève des spécificités des usages éventuels de cette praxéologie dans  $I$  (voir II.5 : moment de l'institutionnalisation). Il s'agirait ainsi de faciliter l'appropriation de la praxéologie par d'autres institutions  $I'$ . Mais cette version dépouillée risque fort d'être sans véritable fonctionnalité si elle n'est pas complétée dans  $I'$  par des savoirs collectifs qui en permettraient l'usage. Or si l'on examine bien les différentes versions de la définition de la notion de technologie données par Y.Chevallard comme M.Bosch, un certain doute plane sur l'amplitude des savoirs incorporés à la notion de technologie. C'est pourquoi nous proposerons plus loin d'adopter le modèle élargi développé par C.Castela (2008)

## II.4 Les assujettissements institutionnels

Afin d'analyser les différents processus de transposition et circulation de praxéologies entre différentes institutions de production, d'utilisation, de transmission, nous allons aborder dans cette partie, les assujettissements institutionnels qu'une institution  $I$  détermine et qui, comme signalé plus haut, la déterminent également. Pour cela, nous considérons la hiérarchie des niveaux de détermination mathématiques proposée par (Chevallard 2002). Elle propose un modèle des assujettissements que l'institution mathématique impose aux praxéologies mathématiques : celui-ci repose sur une structuration qui organise les praxéologies en différents niveaux emboîtés qui sont par ordre croissant de taille les suivants : sujet, thème, secteur, domaine et discipline.

Le **sujet** est une organisation mathématique ponctuelle  $[T/\tau/\theta/\Theta]$ , avec une seule technique pour accomplir le type de tâches, le **thème** est une organisation mathématique locale qui regroupe toutes les organisations mathématiques ponctuelles associées à la même technologie  $\theta$ , le **secteur** est une organisation mathématique régionale qui regroupe toutes les organisations mathématiques ponctuelles associées à la même théorie  $\Theta$ , le **domaine** est une organisation mathématique globale qui regroupe certaines des organisations mathématiques régionales (par exemple, la géométrie est un domaine) et la **discipline** est le niveau supérieur, elle est commune à tous les domaines.

Autrement dit, l'institution mathématique est vue comme un emboîtement de sous-institutions, constitué des organisations mathématiques OM des différents niveaux : ponctuelle, locale, régionale et globale (figure 1).



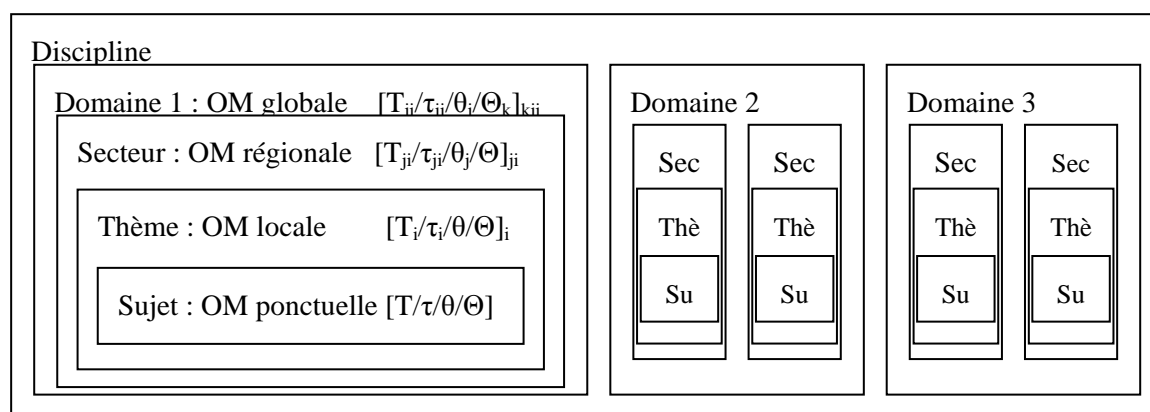


Figure 11. Emboîtement de sous-institutions d'organisations mathématiques à différents niveaux.

L'emboîtement met en évidence une cascade d'assujettissements pesant sur une simple praxéologie ponctuelle, associée à un type de tâches  $T$ . Ainsi, le fait qu'un type de tâches soit regardé comme relevant des mathématiques peut à un moment  $t$  interdire certaines techniques acceptées à d'autres époques ou dans d'autres disciplines, compte tenu de l'état de la discipline à ce moment-là (validation par des mesures en géométrie, utilisation des fonctions généralisées avant la formalisation de la théorie des distributions). Mais ce niveau n'est pas le seul à peser : un type de tâches comme un problème de construction de triangles, identifié comme relevant du domaine de la géométrie, s'est vu pendant une longue période refuser des techniques de résolution utilisant des courbes non caractérisées géométriquement (restriction aux cercles et droites). Enfin, l'inscription dans un secteur restreint la palette des outils et résultats disponibles pour élaborer une technique. Inversement, les niveaux supérieurs fournissent des ressources aux niveaux inférieurs pour produire et justifier les éléments des praxéologies ponctuelles.

### *Codétermination du mathématique et du didactique*

Chevallard développe ensuite le modèle présenté ci-dessus dans le but de prendre en compte les assujettissements qui pèsent sur l'organisation didactique de l'étude des praxéologies. Il avance que les organisations didactiques ne peuvent pas se développer à l'écart des niveaux supérieurs, domaine et discipline, mais aussi réciproquement que ces niveaux ne peuvent pas s'imposer sans considérer les contraintes de l'institution d'enseignement. Il en résulte une codétermination des organisations mathématiques et didactiques, dont « chaque niveau impose, à un moment donné de la vie du système éducatif, un ensemble de contraintes et de *points d'appui* : l'écologie qui en résulte est déterminée à la fois par ce que les contraintes interdisent ou poussent en avant, et par l'exploitation que feront les acteurs des points d'appui que les différents niveaux leur offrent » (Chevallard, 2002, p.49)

Le fait de s'intéresser à l'enseignement conduit, comme nous venons de le voir, Chevallard à prolonger l'échelle des niveaux. Il introduit ainsi trois niveaux supérieurs : la société, l'école et la pédagogie, en soulignant que les niveaux de domaine et de discipline sont

aussi assujettis aux contraintes imposées par ces trois niveaux qui complètent l'échelle vers le haut. Nous reproduisons le schéma qui les représente ci-après :

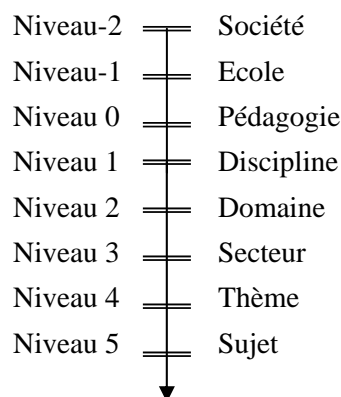


Figure 12. Echelle des niveaux prolongée.

S'appuyant sur cette hiérarchie, la recherche de (Wozniak, 2007) consacrée à la statistique montre comment la société française détermine la création d'un corps d'état (INSEE) et d'une institution de recherche (ISUP) ainsi que des Institutions de formation nécessaires à leur fonctionnement (pour l'INSEE est créée l'ENSAE, pour l'ISUP, les universités se chargent de la formation des chercheurs). De ce fait, le domaine de la statistique devient un domaine d'enseignement qui, ultérieurement, sera aussi enseigné dans le secondaire.

De ce qui précède, nous retenons qu'une institution dans laquelle a lieu l'étude d'une praxéologie mathématique est assujettie à différentes contraintes imposées par des institutions de niveau supérieur. Dans l'échelle des niveaux proposée par Chevallard apparaissent des institutions de taille croissante, une institution de niveau donné pouvant être considérée comme une sous-institution de l'institution de niveau immédiatement supérieur : les sujets de la première sont aussi sujets de la seconde. Nous proposerons dans ce qui suit une vision plus ramifiée de l'échelle des déterminations.

## II.5 Moments de l'étude

Dans le cadre de la TAD, l'étude est vue comme la construction ou reconstruction des éléments d'une praxéologie mathématique, avec l'objectif d'accomplir une tâche problématique (un type de tâche, pour lequel une praxéologie mathématique n'existe pas ou n'est pas disponible). Afin de décrire finement ces processus de construction ou reconstruction, la TAD propose un modèle de l'étude d'une praxéologie mathématique ponctuelle. Ce modèle distingue six moments, qui sont également associés à des groupes d'activités. Un moment est une dimension de l'activité, une phase dans le processus de l'étude, lequel peut apparaître plusieurs fois mais suivant une dynamique globale interne. (Chevallard 2002) donne des moments la présentation suivante :

Groupe I (Activités d'étude et de recherche [AER])

1. Moment de la (première) rencontre avec  $T$  ;
2. Moment de l'exploration de  $T$  et de l'émergence de la technique  $\tau$

3. Moment de la construction *du bloc technologico-théorique*

## Groupe II (Synthèse)

4. Moment de *l'institutionnalisation*.

## Groupe III (Exercices &amp; problèmes)

5. Moment *du travail* de l'organisation mathématique (en particulier *de la technique*).

## Groupe IV (Contrôles)

6. Moment *de l'évaluation*

Nous présentons dans cette partie les moments en détails. Pour cela, nous nous appuyons sur Chevallard (1999, pp.250-255), soulignant que dans ce texte, les moments quatre et cinq sont intervertis par rapport au schéma précédent.

« Le *premier moment* de l'étude est celui *de la première rencontre* avec l'organisation  $O$  enjeu de l'étude. Une telle rencontre peut avoir lieu de plusieurs manières, mais un mode de rencontre –ou de « *rencontre* » –inévitables, sauf à rester à la surface de l'œuvre  $O$ , est celui qui consiste à rencontrer  $O$  à travers l'un au moins des types des tâches  $T_i$  constitutifs de  $O$ . [...] »

Le *deuxième moment* est celui de l'*exploration* du type de tâches  $T_i$  et de l'*élaboration d'une technique*  $\tau_i$  relative à ce type de tâches. On notera que, contre une certaine vision héroïque de l'activité mathématique, regardée comme une suite erratique d'affrontements singuliers avec des difficultés toujours nouvelles, c'est bien l'*élaboration de techniques* qui est au cœur de l'activité mathématique. [...]

Le *troisième moment* de l'étude est celui de la *constitution de l'environnement technologico-théorique*  $[0/\Theta]$  relatif à  $\tau_i$ . D'une manière générale, ce moment est en interrelation étroite avec *chacun* des autres moments. Ainsi, dès la première rencontre avec un type de tâches, il y a généralement mise en relation avec un environnement technologico-théorique antérieurement élaboré, ou avec des germes d'un environnement à créer qui se précisera dans une relation dialectique avec l'émergence de la technique. [...]

Le *quatrième moment* est celui du *travail de la technique*, qui doit à la fois améliorer la technique en la rendant plus efficace et plus fiable (ce qui exige généralement de retoucher la technologie élaborée jusque-là), et accroître la maîtrise que l'on en a : ce moment de mise à l'épreuve de la technique suppose en particulier un ou des corpus de tâches adéquats qualitativement aussi bien que quantitativement. [...]

Le *cinquième moment* est celui de l'*institutionnalisation*, qui a pour objet de préciser ce qu'est "exactement" l'organisation mathématique élaborée, en distinguant notamment, d'une part les éléments qui, ayant concouru à sa construction, n'y seront pas pour autant intégrés, et d'autre part les éléments qui entreront de manière définitive dans l'organisation mathématique visée [...]

Les autres moments de l'étude, en effet, ne livrent encore qu'une organisation mathématique *en chantier*, où l'ouvrage fait, voulu pour durer, se mêle nécessairement aux "reliefs" d'une construction élaborée par essais, retouches, arrêts et reprises. Or ce qui mérite de durer, ce qui vaut d'être pérennisé ne s'impose nullement de soi-même, à coup sûr. [...] Le moment de l'institutionnalisation, c'est donc d'abord celui où, dans la construction "brute" qui, peu à peu, a émergé de l'étude, vont être séparés, par un mouvement qui engage l'avenir, le "mathématiquement nécessaire", qui sera conservé, et le "mathématiquement contingent", qui, bientôt, sera oublié. En ce sous-moment d'*officialisation*, une praxéologie mathématique désormais coupée de l'histoire singulière qui l'a portée à l'existence fait son entrée dans la culture de l'institution qui en a hébergé la genèse. [...]

Le *sixième moment* est celui de l'*évaluation*, qui s'articule au moment de l'institutionnalisation : la supposition de rapports institutionnels transcendants aux personnes, en effet, fonde en raison

le projet d'évaluer les rapports *personnels* en les référant à la *norme* que le moment de l'institutionnalisation aura ainsi hypostasiée. [...]

L'opération d'évaluation doit être entendue aussi en un sens plus large : derrière l'évaluation toute classique des rapports *personnels*, [...] se profile l'évaluation de la *norme elle-même* –le rapport institutionnel qui sert d'étalon. [...] Au-delà de l'interrogation sur la maîtrise, par telle personne, de telle technique on trouve alors l'interrogation *sur la technique elle-même* –est-elle puissante, maniable, sûre, robuste aussi ? Cette évaluation [...] est ici formatrice, non d'une personne, mais d'une praxéologie : à ce titre elle participe de l'institutionnalisation. »

Ainsi, ces moments rendent-ils compte du processus de l'étude, que cette dernière soit située dans l'enseignement des mathématiques, dans l'enseignement d'une discipline intermédiaire ou même dans une pratique professionnelle. Autrement dit, les moments sont les phases génériques de l'étude. Mais nous pouvons prévoir qu'il y aura des différences suivant l'institution qui organise l'étude, en considérant le rapport que ces différentes institutions entretiennent avec la discipline mathématique.

### III Elargissement de la notion de technologie

Comme l'exprime très clairement la citation antérieure concernant le moment de l'institutionnalisation, le processus d'institutionnalisation des praxéologies donne lieu à un processus de décantation triant le nécessaire du contingent, plus précisément dans le cas de praxéologies mathématiques, le « mathématiquement nécessaire » du « mathématiquement contingent ». Mais ces notions ne sont pas spécifiquement travaillées dans les travaux utilisant l'analyse praxéologique pour les mathématiques.

Il apparaît de fait que ne sont en général pas retenus dans la technologie « épurée » des éléments qui ne sont ni justifiés ni produits par une théorie, des savoirs empiriques ayant plutôt trait aux conditions concrètes d'usage des techniques. Ces éléments ne sont pas nécessairement contingents puisqu'ils peuvent avoir trait à certains invariants des adaptations aux tâches, ils ne relèvent donc pas non plus nécessairement de savoirs personnels sans légitimité sociale. Compte tenu de l'objet de notre étude, à savoir la formation professionnelle, nous ne pouvons négliger ces savoirs orientés vers l'usage des praxéologies, mathématiques ou non. De leur développement dépend à notre avis la fonctionnalité des praxéologies.

C'est pourquoi nous empruntons dans ce qui suit aux travaux de C.Castela (RDM 2008) pour disposer d'un modèle potentiellement et explicitement plus ouvert que celui qui a été jusqu'à présent utilisé dans la TAD.

#### III.1 La composante pratique de la technologie

S'intéressant aux apprentissages que les élèves doivent de fait réaliser pour utiliser les praxéologies mathématiques dans les conditions de la pratique mathématique requise au lycée, Castela (2008) propose ce qui peut apparaître comme un élargissement de la notion de technologie, y distinguant deux composantes : la composante théorique  $\theta^{\text{th}}$  et la composante pratique  $\theta^{\text{p}}$ .

« ...la technologie d'une technique est le savoir orienté vers la production d'une pratique efficace, qui a pour fonctions de *justifier* et *légitimer* la technique mais aussi d'en *outiller* et

d'en *faciliter* la mise en œuvre. Aux côtés d'éventuels éléments de savoirs empruntés à certaines théories pertinentes (nous parlerons dans la suite de « la *composante théorique* » de la technologie, notée  $\theta^{\text{th}}$ ) figurent dans la technologie ces savoirs qui, selon les domaines de recherche, sont qualifiés d'opératoires, pragmatiques, pratiques. Oeuvre collective forgée dans l'expérience, cette *composante pratique* de la technologie (notée dans la suite  $\theta^{\text{p}}$ ) exprime et capitalise la science de la communauté des praticiens confrontés dans les mêmes conditions matérielles et institutionnelles aux tâches du type  $T$ , elle en favorise la diffusion au sein du groupe. » (Castela, 2008, p.143)

Il n'est en réalité pas facile de savoir si la proposition de C.Castela représente un élargissement de la notion de technologie telle que définie jusqu'à présent comme discours rationnel visant à *justifier*, *expliquer* et *produire* la technique, dans la mesure où chacun de ces termes présente une certaine ambiguïté. Dans la section suivante, nous présentons les développements que ce travail de thèse a conduit à apporter à cette construction théorique, en amenant à préciser les fonctions qui peuvent être potentiellement attribuées à la technologie dans une institution  $I$ .<sup>29</sup>

### III.2 Les fonctions de la technologie d'un bloc pratico-technique

Compte-tenu de ce qui précède, et notamment des éclairages apportés par les chapitres précédents qui mettent bien en évidence l'existence nécessaire de différents types de discours technologiques et de différentes fonctionnalités à ces discours, nous distinguerons pour la technologie six fonctionnalités de la technique : Décrire, Motiver, Favoriser, Valider, Expliquer et Evaluer. Nous les décrivons ci-après.

#### 1. Décrire la technique

Nous considérerons que la production verbalisée d'une description de la suite des gestes composant la technique marque dans le processus d'émergence et d'institutionnalisation d'une part, de transmission d'autre part, du bloc pratico-technique, et qu'il s'agit là d'une étape qui ne peut être négligée. Il nous paraît notamment important de différencier une praxéologie qui ne pourrait être transmise que par frayage et monstration d'une praxéologie qui dispose d'outils de représentation suffisants, notamment langagiers, pour être décrite. C'est pourquoi nous choisissons de mettre en avant cette fonction comme relevant de la technologie et non, comme c'est souvent le cas, de considérer ce descriptif comme partie intégrante de la technique.

#### 2. Motiver la technique et les différents gestes qui la composent en lien avec l'analyse des tâches du type $T$ ;

**Expliquer** pour ...quoi, dans quels buts.

Il s'agit ici de décrire les buts que l'on souhaite atteindre via l'utilisation de la technique et de fait plus précisément, d'analyser les effets, les conséquences, des différents gestes et les difficultés que leur absence pourrait susciter. Ici on va motiver les gestes par

<sup>29</sup>Cette deuxième extension est elle aussi due à Corine Castela qui en a fait une première présentation lors du colloque RELME en 2008.

leurs buts sans nécessairement se préoccuper de savoir analytiquement pourquoi ils permettent bien d'atteindre ces buts. Pour reprendre l'image de la boîte noire utilisée précédemment concernant l'usage de logiciels, il s'agit de se préoccuper des rapports entrée-sortie et pas du fonctionnement interne de la boîte.

Cette partie du savoir technologique est aussi un savoir sur le type de tâches car motiver une technique par ses effets c'est aussi proposer une analyse fine du type de tâches. On voit très clairement qu'il s'agit d'un savoir orienté vers la pratique. On peut penser que, pour des utilisateurs, comprendre une technique c'est bien comprendre pour-quoi (pour faire quoi ?) on accomplit tel geste à tel moment. Il s'agit d'écrire une histoire de la technique qui va situer notamment ses composantes les unes par rapport aux autres (car le but d'un geste donné peut être de créer de manière proactive les conditions de l'efficacité d'un geste à venir). Ce sont les buts atteints qui justifient rationnellement les gestes en montrant leur intérêt, leurs raisons d'être.

Nous pensons que se retrouvent ici certains aspects mis en avant par Bissell et Dillon (2000) quant à la démarche de modélisation des ingénieurs :

« Gaining insight into what is going on in a system requires more than just mathematics, however: it requires a story about the system that suggests reasons for a particular type of behaviour, proposals about what can be done to produce different behaviour and predictions about what may or may not occur in the future. » (ibid. p. 7)

### **3. Favoriser l'utilisation de la technique**

Ceci est très lié à la dernière remarque et concerne particulièrement la communauté des usagers. Il s'agit ici de considérer les savoirs qui vont permettre aux usagers d'utiliser avec efficacité mais aussi dans un certain confort la technique. Cette fonction est souvent associée à la deuxième : un même discours décrit ce qu'il faut faire et motive ce qui est proposé en montrant en quoi la proposition facilite « la vie ». Ainsi en est-il sans doute du discours des pilotes observés par (Kent et Noss, 2002) expliquant la technique basée sur l'analogie avec la montre pour déterminer le vent traversier et soulignant sa facilité d'emploi et son efficacité pratique.

### **4. Valider la technique : lorsqu'elle fonctionne, la technique produit bien ce qu'elle prétend qu'elle produit ;**

Il s'agit ici de garantir que la technique, lorsqu'elle est mise en œuvre dans son intégralité, produit bien une solution valide, que les gestes qui la composent atteignent les buts qui leur sont assignés. Si un descriptif de la technique existe, il s'agit donc simultanément d'établir qu'il est véridique, selon l'étymologie de ce terme (est véridique ce qui dit la vérité, ce qui est conforme à la vérité Grand Robert), aussi bien dans les gestes qu'il définit explicitement que dans les dispenses qu'il accorde implicitement en ne mentionnant pas certains autres gestes, notamment ceux de vérification.

Ceci est évidemment une dimension essentielle pour les institutions qui accueillent une praxéologie permettant de traiter les tâches de type *T*. Elle correspond selon nous à ce que

Y.Chevallard désigne par le verbe *justifier*. Mais ce verbe possède différents sens : selon Le Grand Robert, « Confirmer (cf. vérifier) ; montrer comme vrai, juste, réel par des arguments, des preuves (cf. démontrer) ; justifier de quelque chose : en apporter la preuve ex : justifier de son identité », ce qui correspond assez bien à la fonction envisagée ici ; mais aussi « Rendre légitime ; faire admettre quelque chose comme juste, légitime, fondé (cf. expliquer, motiver) ».

Le terme *Justifier* a donc sans doute une portée plus large que celle que nous voulons spécifier ici ; c'est pourquoi nous utilisons le terme *Valider*.

Précisons dès maintenant un point qui sera développé dans le chapitre 6 (III) : le besoin de validation, le type de validation dépend de l'institution dans laquelle vit une praxéologie. Ainsi nous avons évoqué dans le chapitre 2 plusieurs travaux ayant montré que les justifications d'ordre mathématique permettant de valider des techniques utilisées en contexte professionnel restaient totalement implicites. On peut penser que la validation de telles techniques s'appuie sur la transmission dans la communauté des utilisateurs d'une « réputation » d'efficacité vérifiée dans les mises en œuvre réitérées.

### 5. Expliquer pourquoi la technique produit ce qu'elle prétend qu'elle produit.

Il s'agit ici de s'intéresser aux causes de l'efficacité ; contrairement à la deuxième fonction, l'objectif est de détailler les mécanismes qui font que la technique ou ses composantes ont les effets qu'on souhaite qu'elles aient. Ces savoirs ne sont pas nécessairement utiles à la pratique, ils correspondent à un objectif de compréhension des phénomènes qui marque un détachement au moins momentané de la perspective pratique, une posture plus ou moins théorique selon le sens originel du mot grec *theôria*<sup>30</sup>.

Cette fonction est très liée à la précédente ; néanmoins on sait qu'il y a une différence puisque même à l'intérieur des mathématiques, il y a des démonstrations qui n'éclairent pas sur le pourquoi (cf. les débats sur les preuves éclairantes et non éclairantes au 17<sup>ème</sup> siècle, (Barbin)).

### 6. Evaluer la technique : définir les conditions, l'étendue et les limites de son efficacité, par comparaison avec les autres techniques pour T

Comme nous l'avons vu dans II.2., une technique n'est en général pas valable pour toutes les tâches de *T*. Cela fait partie de la fonction du **moment d'évaluation** de définir le domaine d'**efficacité** de la technique au sein du type. Pour la fonction Valider, on était du côté du vrai, éventuellement justifié par une théorie, on va être maintenant du côté de l'efficacité, donc dans un champ relevant de la pratique. Cette fonction détermine l'intérêt d'une technique en la comparant éventuellement à d'autres techniques.

---

<sup>30</sup> « En grec, *theôria* a pris à partir de Platon le sens moderne de « spéculation abstraite ». Mais à l'origine, il renvoyait simplement à l'idée de contemplation d'un spectacle – le *theôros* étant le spectateur qui regardait l'action sans y participer. » (Chevallard 1999, p. 228).

Pour une technique mathématique, l'évaluation peut être interne aux mathématiques : efficacité dans des tâches mathématiques. Mais quand les mathématiques sont considérées comme disciplines de service, dans le cadre d'une formation professionnelle, l'évaluation peut (doit) référer aux champs d'applications dans les disciplines intermédiaires, voire dans les pratiques professionnelles. C'est ce que soulignent particulièrement bien les travaux analysés dans le chapitre II.

Il y a donc plusieurs institutions de références possibles (voir IV.3) au sein desquelles se développent les pratiques, les types de tâches sur lesquelles on évalue l'efficacité.

L'appréciation de l'efficacité peut différer de l'une de ces institutions à l'autre. Elle peut également conduire à des résultats différents suivant qu'on s'intéresse à une institution d'utilisation ou à la communauté des sujets utilisateurs : par exemple, les utilisateurs vont prendre en compte la facilité, le confort d'utilisation (en quoi cette technique leur rend ou pas la vie au travail meilleure, on est du côté du métier), l'institution d'utilisation s'intéresse a priori d'abord à l'étendue du domaine d'efficacité, à la rapidité et seulement dans une moindre mesure au confort pour les sujets.

La recherche de Noss, Hoyles et Pozzi (cf. chapitre 2, III.1) a ainsi montré que dans les mondes professionnels, on pouvait préférer des techniques locales, plus ou moins bien validées mathématiquement, éventuellement moins précises que d'autres, mais d'emploi simple et rapide à des méthodes générales permettant de traiter, moyennant adaptations, un ensemble plus large de tâches. Rappelons une fois de plus l'exemple des pilotes et de la méthode utilisant une montre pour estimer le vent traversier : une méthode trigonométrique peut donner des résultats plus précis mais cette précision n'a pas véritablement de sens dans le contexte concret du pilotage et elle est, par ailleurs, trop lourde à mettre en œuvre dans la pratique.

« Ainsi, des procédés empiriques qui répondent avec rapidité et efficacité à la question 'atterrir ou non' sont considérés comme plus efficaces que des méthodes générales ayant recours à la trigonométrie - surtout quand ces dernières fournissent un degré de précision inutile. » (Noss, Hoyles & Pozzi, p.28)

On retrouve pour le cas du Génie Civil ce même style de résultats dans (Kent and Noss 2002). Nous avons également rencontré de telles différences d'appréciation relativement à l'évaluation des modèles dans le chapitre 2 (IV.2)

Ces fonctions de la technologie intéressent de manière différenciée l'institution  $I$  dans laquelle est utilisée la technique et la communauté des sujets de  $I$  utilisateurs ; elles ne participent pas de la même façon aux processus d'institutionnalisation, d'utilisation et de transmission. Nous ferons en particulier les hypothèses suivantes. La fonction de validation correspond plus spécifiquement à une attente de l'institution  $I$ , où elle contribue fondamentalement à l'institutionnalisation ; elle n'a pas un rôle aussi incontournable pour les sujets utilisateurs, l'aval épistémologique de  $I$  pouvant suffire à asseoir la validité de la technique et à en légitimer la transmission interne, entre pairs. Elle retrouve vraisemblablement toute son importance dès lors que doit se mettre en place une école  $E_I$ .



Inversement, les fonctions 2 et 3, motiver et faciliter l'emploi, qui complètent le descriptif, sont directement liées à la fonctionnalité de la technique et à sa transmission : les savoirs correspondants intéressent directement les utilisateurs, et seulement de manière plus ou moins lointaine *I*. La fonction d'explication complète la validation d'un surcroît d'intelligibilité et contribue à la reconnaissance par *I* ; cette compréhension des raisons peut s'ajouter à la compréhension des buts (fonction 2) pour favoriser l'utilisation (et notamment une certaine adaptabilité aux situations) et la transmission. Enfin, institution et communauté de sujets sont concernés par l'évaluation mais, comme nous l'avons déjà évoqué, sur des bases qui peuvent être distinctes.

Si nous nous référons au modèle des moments de l'étude comme un modèle du processus d'émergence, de développement et d'institutionnalisation des praxéologies, nous pouvons associer les fonctions envisagées et la construction des savoirs technologiques correspondants à certains moments :

- 1 (Décrire) et 2 (Motiver) ont beaucoup à voir avec le moment M2 d'exploration du type de tâches et d'émergence de la technique, avec reprise et développement dans le moment M4 de travail de la technique ;
- ce même moment M4 est également celui de l'élaboration de savoirs favorisant l'utilisation de la technique (6) ;
- la fonction d'évaluation est évidemment liée au moment M6 d'évaluation (de la praxéologie et non de l'utilisateur) mais aussi à M5, c'est-à-dire à l'institutionnalisation : suivant les institutions, on ne légitimera une technique que si son champ d'application est large et sa commodité d'utilisation grande ;
- les fonctions de validation et d'explication supposent en général le développement d'une instance théorique et sont également associées à M5.

Ainsi, l'élaboration de la technologie accompagne l'ensemble des moments de l'étude, l'élaboration de la théorie, quand elle existe, suppose au contraire, par définition de la position de théoricien, un moment plus spécifique.

### III.3 Pratiques et institutions institutionnalisantes

Comme nous l'avons dit précédemment, au sein de la TAD, une praxéologie est une construction sociale qui vit de manière stable dans une institution donnée *I* ; c'est une institution, fruit d'un processus d'institutionnalisation contrôlé par *I*. Nous allons ici nous intéresser plus spécifiquement au processus de validation d'une praxéologie qui est une composante essentielle de l'institutionnalisation.

Une des fonctions de la technologie est de valider le bloc technico-pratique et la théorie reprend, par rapport à la technologie, le rôle que cette dernière tient par rapport à la technique. Mais, à un moment donné du développement d'une praxéologie, une telle théorie n'existe pas nécessairement. De plus, dans le modèle élargi proposé par C. Castela, on envisage que l'état normal d'une praxéologie est qu'une partie de la technologie ne soit pas

justifiée par une théorie : il s'agit principalement des savoirs directement orientés vers la pratique correspondant aux fonctions 2 et 3 qui sont largement construits dans les mises en œuvre, ainsi que pour une part à la fonction d'évaluation. Certains des savoirs liés à l'évaluation sont *a contrario* justifiés théoriquement ou sont plus que les autres susceptibles de le devenir ; certains développement théoriques peuvent en effet permettre de spécifier les hypothèses d'un théorème et donc de préciser le type de tâches pour lequel une technique est efficace à coup sûr. Enfin une théorie doit elle-même être validée et il faut envisager que le jeu des justifications<sup>31</sup> ne se poursuit pas à l'infini dans le champ des savoirs mais émerge dans celui des pratiques sociales, pratiques instituées qui se déroulent dans des institutions.

Parmi les institutions qui entretiennent un rapport avec une praxéologie donnée, nous distinguerons les institutions qui ont une fonction de production de savoirs, que nous désignons génériquement par le symbole  $P(S)$  et les institutions utilisatrices  $I_U$  de cette praxéologie, au sens où des sujets de  $I_U$  ont à accomplir des tâches du type  $T$ . Nous ne considérons pas ici les institutions didactiques ayant pour fonction la transmission de la praxéologie.

Les institutions  $P(S)$  entretiennent avec  $T$  **un rapport théorique**, au sens où leur mission n'est pas de traiter les tâches du type  $T$  mais de produire et surtout de valider les différentes composantes des praxéologies relatives à  $T$ , le temps de la pratique est ici suspendu. Il est tout à fait possible que  $P(S)$  soit une émanation d'une institution  $I_U$  dont certains sujets s'extraient à certains moments des activités qui les confrontent à  $T$ . Inversement des sujets d'une institution productrice de savoirs peuvent dans le cadre de cette activité être utilisateurs des savoirs produits, c'est le cas des mathématiques.

Au sein de  $P(S)$  existent des pratiques sociales de validation qui mettent à l'épreuve les savoirs technologiques s'ils ne sont pas déjà validés par une composante théorique, la théorie elle-même dans le cas où elle existe. Deux types de telles pratiques sont possibles et s'enchaînent dans la plupart des cas : pratiques internes au champ des savoirs débouchant sur un consensus au sein de la communauté des sujets, pratiques externes confrontant scientifiquement, par exemple expérimentalement en laboratoire, les théories produites au réel modélisé. Ces pratiques apportent un aval scientifique au bloc  $[\theta^{\text{th}}, \Theta]$  s'il existe, à un sous-ensemble de la technologie que nous continuerons à noter  $\theta^{\text{th}}$  même si il n'existe pas (encore) de théorie qui le justifie (une telle possibilité est une hypothèse d'école, dont il faudrait prouver qu'elle est effectivement réalisée).

Mais, nous avons postulé que dès lors qu'une praxéologie est utilisée dans une institution  $I_U$ , une partie de la technologie n'est pas validée par une théorie ; nous prolongeons cette position en supposant que, dans de très nombreux cas sinon tous, les savoirs technologiques validés par une institution  $P(S)$  n'épuisent pas la technologie, laquelle comporte en général une

<sup>31</sup> « el juego regresivo de justificaciones no se puede llevar muy lejos, y siempre aparece la referencia a un "más allá institucional", más o menos explícito, tomado como aval epistemológico. » (M. Bosch 1994, p.29)

composante  $\theta^p$  dont il faut aussi examiner les modes sociaux de validation. Il s'agit donc d'envisager dans le cadre de  $I_U$ , des pratiques de construction, mise à l'épreuve dans la multiplicité des réalisations effectives et institutionnalisation (au sens de stabilisation et non nécessairement de reconnaissance explicite par une institution donnée) de savoir-faire et savoirs. On peut penser que ces pratiques, que l'on pourrait qualifier d'empiriques, jamais totalement déprises du travail réel, dépendent très fortement de l'implication d'un collectif des sujets utilisateurs dans le développement des praxéologies utilisées.

Nous résumerons les analyses développées dans cette partie III par la schématisation suivante :

$$\begin{bmatrix} T, \tau, \theta^h, \Theta \\ \theta^p \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow P(S) \\ \leftarrow I_U \end{matrix}$$

Les flèches se veulent une évocation des pratiques sociales de validation à l'œuvre dans l'une ou l'autre des institutions  $P(S)$  et  $I_U$  portant respectivement sur le bloc  $[\theta^h, \Theta]$  et sur  $\theta^p$ .

## IV Contexte de la thèse

### IV.1 Circulation entre institutions et processus transpositifs

Revenons explicitement au contexte de la thèse et particulièrement à l'étude des projets. Pour réaliser leur projet, les étudiants sont confrontés à des tâches relevant de la discipline mathématique, pour lesquelles des praxéologies ont été produites et validées par une institution de production de savoirs mathématiques, notée  $P(M)$  dans la suite. Mais l'institution d'utilisation est alors l'institution Projet (Ifp dans la suite). La praxéologie d'origine, circulant d'une institution à une autre a nécessairement été l'objet de transformations, qui relèvent du processus transpositif dont il a été question dans II.3. Afin d'analyser cette transposition, nous nous intéressons dans ce qui suit au parcours que peut avoir suivi la praxéologie mathématique considérée pour passer de  $P(M)$  à Ifp.

### IV.2 Les Institutions étapes : parcours transpositifs interinstitutionnels

Pour rendre compte du parcours suivi par une praxéologie d'origine mathématique pour enfin parvenir à l'institution projet, nous considérons différentes institutions :

- $P(M)$  : institution de production des savoirs mathématiques
- $P(DI)$  : Institution de production des savoirs intermédiaires

Ce modèle est un modèle simplifié puisque par exemple, il existe plusieurs disciplines intermédiaires impliquées dans la formation des ingénieurs.

A l'intérieur de l'IUP, institution de formation, l'Institut Universitaire Professionnalisé d'Evry, existent plusieurs sous-institutions :

- $E(M)$  : institution d'enseignement de savoirs mathématiques
- $E(DI)$  : Institution d'enseignement de savoirs intermédiaires
- Ifp : des stages en entreprise ou projets, les projets correspondant à un dispositif de formation qui essaye de reproduire à la fois les conditions de la pratique et celles de la recherche-développement liées aux savoirs intermédiaires (voir chapitre 4)

La praxéologie mathématique initiale peut avoir suivi plusieurs parcours transpositifs interinstitutionnels au sein duquel toutes ses composantes, notamment la technologie et sa composante  $\theta^p$  sont susceptibles d'avoir évolué :

**1.  $P(M) \rightarrow E(M) \rightarrow \text{Ifp}$**

De l'institution de production de connaissances mathématiques à l'enseignement de mathématiques et de ce dernier au projet.

**2.  $P(M) \rightarrow E(M) \rightarrow E(DI) \rightarrow \text{Ifp}$**

De l'institution de production de connaissances mathématiques à l'enseignement de mathématiques, de cet enseignement à l'enseignement de disciplines intermédiaires et de ce dernier au projet.

**3.  $P(M) \rightarrow P(DI) \rightarrow E(DI) \rightarrow \text{Ifp}$**

De l'institution de production de connaissances mathématiques à l'institution de production de savoirs intermédiaires, de celle-ci à l'enseignement de disciplines intermédiaires et enfin au projet.

Ces parcours sont représentés dans le schéma ci-après :

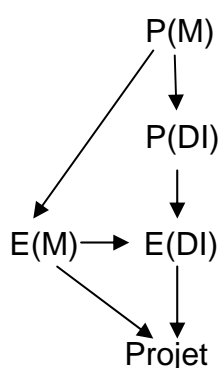


Figure 13. Schéma de parcours institutionnels

Ces parcours accordent un rôle central aux institutions de productions de savoir,  $P(M)$  et  $P(DI)$  ; celles-ci sont donc susceptibles d'occuper vis-à-vis de la praxéologie considérée la position de l'institution théorique  $I^{th}$  distinguée dans le modèle et productrice du bloc  $[\theta^{th}, \Theta]$ . Elles sont aussi utilisatrices et à ce titre peuvent contribuer, différemment l'une de l'autre au

développement de la composante  $\theta^p$ . Les transpositions de  $P(M)$  à  $E(M)$  et de  $P(DI)$  à  $E(DI)$  sont des transpositions didactiques.

Mais dans le contexte de formation professionnelle qui est le nôtre, nous devons prendre également en compte l'Institution professionnelle  $I_p$ , autrement dit la profession<sup>32</sup>. La praxéologie considérée y vit sous une forme également transposée, dotée d'une composante  $\theta^p$  spécifique, faisant intervenir les contextes professionnels d'emploi. Nous chercherons à voir dans quelle mesure cette modalité de la transposition trouve un écho dans  $E(M)$ ,  $E(DI)$  ou  $I_p$ , ce qui nous conduit au schéma plus complexe suivant

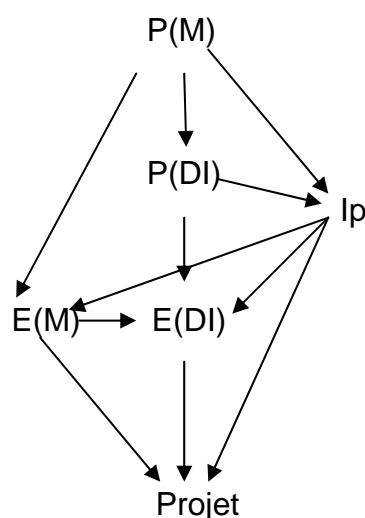


Figure 14. Schéma de parcours institutionnels incluant la pratique  $I_p$ .

### IV.3 Les assujettissements aux institutions de référence

Nous reprenons ici l'idée d'assujettissements entre institutions présentée dans II.4, mais nous devons envisager la situation suivante que nous rencontrons dans notre recherche : une institution  $I$  est déterminée par deux institutions  $I_1$  et  $I_2$  telles que l'une n'est pas une sous-institution de l'autre. Autrement dit, il nous faut envisager que la chaîne des assujettissements proposée par Chevallard puisse être ramifiée à certains niveaux.

Une institution  $I$  est une institution de référence pour une autre institution  $I'$ , si  $I$  fait peser sur  $I'$  un certain nombre de contraintes (déterminations), auxquelles  $I'$  accepte de s'assujettir ; en contrepartie  $I$  offre à  $I'$  un certain nombre de points d'appui. Autrement dit, une institution  $I$  est une institution de référence pour une autre institution  $I'$ , si  $I'$  accepte dans son intérêt d'exercer une partie de ses activités sous un certain nombre de contraintes venant de  $I$ .

<sup>32</sup> Ce modèle est de nouveau ici simplificateur : les étudiants exerceront leur métier dans un champ plus ou moins vaste de professions différentes.

Dans les chapitres précédents, nous avons identifié plusieurs institutions qui interviennent dans la conception et le développement d'un modèle de formation des futurs ingénieurs, à savoir  $P(M)$ ,  $P(DI)$  et  $I_p$ , selon les conventions introduites dans IV.1. Nous considérons donc que ces institutions sont des institutions de référence pour l'Institut Universitaire Professionnalisé d'Evry qui constitue notre terrain expérimental, sur lequel elles exercent un certain nombre d'assujettissements.

A l'intérieur de l'IUP, nous avons également envisagé diverses sous-institutions de formation,  $E(M)$ ,  $E(DI)$  et  $I_{fp}$ . En tant que sous-institutions, chacune d'entre elles est soumise à des contraintes venant de l'IUP. De ce fait, nous supposons qu'elles devraient s'assujettir au moins partiellement aux institutions de référence reconnues par l'IUP :  $P(M)$ ,  $P(DI)$  et  $I_p$ .

Les analyses en termes de niveaux de détermination développées dans le cadre de la TAD (cf. II.4) nous amènent à penser que l'étude d'une praxéologie d'origine mathématique, au sein de  $E(M)$  ou de  $E(DI)$ , éventuellement prolongée dans un projet, doit a priori se soumettre à des assujettissements issus de trois institutions de référence qui vont peser, dans une mesure que nous allons chercher à étudier, sur les choix de la transposition didactique.

## V Conclusion

Le cadre théorique de la TAD, nous permet ainsi avec les notions de praxéologie, d'institution et de rapport entre institutions d'approcher notre problématique en termes d'institutions, de rapports institutionnels et de processus de circulation des praxéologies mathématiques. La notion « classique » de praxéologie distingue quatre composantes de l'activité mathématique comportant deux blocs : technique-pratique et technologico-théorique. Ces deux blocs et les praxéologies mêmes sont l'objet d'une dynamique portant sur les processus de production, de transmission et d'utilisation. Notre intérêt se centre sur les processus d'utilisation de praxéologies mathématiques, pour les étudier nous considérons les rapports entre les institutions de :

- production  $P(M)$ ,  $P(DI)$
- transmission  $E(M)$ ,  $E(DI)$
- utilisatrices  $I_p$  et  $I_{fp}$ .

L'institution de production  $P(M)$  détermine les praxéologies mathématiques par ses assujettissements et les rend stables pour donner lieu aux processus de circulation. Par transposition didactique ces praxéologies sont assujetties aux institutions de transmission  $E(M)$  et  $E(DI)$  et finalement par le processus d'utilisation elles s'assujettissent aux contraintes des institutions utilisatrices.

Particulièrement, pour l'étude des processus de transmission, la TAD fournit des modèles et des outils : l'échelle des niveaux de détermination mathématiques met en évidence l'emboîtement d'assujettissements et de points d'appui de  $P(M)$ . Les phénomènes de codétermination d'organisations mathématiques et didactiques résultants des choix, de la prise en compte ou non de ces assujettissements au sein de l'institution d'enseignement. Les

moments de l'étude explicitant les différentes phases de la construction et reconstruction des praxéologies.

Cependant, pour étudier les processus d'utilisation qui ont lieu dans les institutions utilisatrices :  $E(DI)^{33}$ ,  $I_p$  et  $I_{fp}$ , la notion « classique » de praxéologie et plus précisément la notion de technologie nous semble limitée. Du fait, que la notion « classique » de technologie d'une praxéologie mathématique ne considère pas les assujettissements imposés par ces institutions utilisatrices. Plus précisément, elle considère que la théorie mathématique est l'unique qui produit, mobilise, légitime les praxéologies mathématiques et les apprête pour en favoriser la circulation.

Cependant, lorsque l'on considère les praxéologies mathématiques au sein des institutions utilisatrices, un phénomène de codétermination entre praxéologies mathématiques et pratiques semble avoir lieu. Les contraintes et points d'appui de  $P(M)$  sont pris ou non pris en compte et les praxéologies sont ainsi assujetties à l'institution utilisatrice. Le bloc technologique-théorique produit dans  $P(M)$  évolue et semble élargir la technologie à une nouvelle composante associée à la fonctionnalité de la technique. Cette composante est mise en évidence par le modèle élargi de la technologie comme la composante pratique  $\theta^p$  et elle explicite six fonctions pour la technique : décrire, motiver, favoriser, valider, expliquer et évaluer. Ces fonctions interviennent de manière différentielle pour l'institution  $I$  et pour la communauté d'utilisateurs  $Iu$ , du fait que ces dernières ont de buts différents, par exemple  $I$  vise la stabilisation de la technique et  $Iu$  le confort d'utilisation.

Afin d'analyser les praxéologies en jeu dans les institutions  $E$  et dans les projets  $I_{fp}$ , nous considérons particulièrement les rapports institutionnels que ces institutions entretiennent avec  $P(M)$  et  $I_p$ . Le modèle praxéologique ainsi que le modèle élargi de la technologie nous permettent de décrire la distance introduite par la transposition didactique des praxéologies  $\Pi_{DI}$  et  $\Pi_p$  respect des praxéologies  $\Pi_M$ . De même, ils nous permettent de mesurer les effets des choix d'enseignement dans les praxéologies mathématiques vivant dans  $E$  et également celles en jeu dans  $I_{fp}$ .

Nous soulignons, finalement, que les outils de la TAD et le modèle élargi de la technologie nous permettent d'avoir un cadre pour développer les analyses des enseignements mathématiques  $E(M)$ , des enseignements  $E(DI)$  et des projets  $I_{fp}$ .

<sup>33</sup>  $E(DI)$  est une institution utilisatrice de  $P(M)$ .





---

# CHAPITRE IV

---

## CONTEXTE ET METHODOLOGIE DE LA RECHERCHE

### **I Introduction**

Dans ce chapitre, nous présentons le contexte expérimental de notre travail et la méthodologie de l'expérimentation. Nous présentons d'abord l'institution choisie : l'Institut Universitaire Professionnalisé d'Evry, le modèle de formation associé, la place des mathématiques dans ce modèle et le paradigme dans lequel se situe la formation mathématique. Nous détaillons ensuite un dispositif de formation qui essaie de reproduire les conditions de la pratique : celui des projets menés en première année de master. Nous précisons les caractéristiques de ces projets et contraintes institutionnelles dans lesquelles ils sont développés. Ces projets occupent une place centrale dans notre travail expérimental. Nous présentons la méthodologie que nous avons mise en place pour leur étude, pendant deux années consécutives (2004-2005 et 2005-2006), basée sur l'immersion et les outils méthodologiques associés : entretiens et questionnaires, visant à rendre visibles les mathématiques en jeu dans les projets. Nous précisons également les données recueillies : cahier des charges des projets, rapports intermédiaires, rapports techniques, enregistrements vidéo des soutenances, et la façon dont ces données ont été analysées. Cette étude des projets nous a conduit à nous intéresser plus particulièrement dans un second temps à une notion mathématique : la transformée de Laplace. Nous analysons les enseignements correspondants et les mettons en rapport avec l'usage qui en est fait par les étudiants dans les projets. Nous

terminons ce chapitre par une première réflexion sur les potentialités et limites de cette méthodologie.

## II Contexte de la Recherche

### II.1 Les IUP et le modèle de formation associé

Les Instituts Universitaires Professionnalisés proposent un modèle de formation de futurs ingénieurs (ingénieurs-maîtres) caractérisé par une liaison étroite avec le monde de l'entreprise. Ces instituts, créés en 1991 au sein des universités, ont pour vocation la formation de cadres pour les entreprises des secteurs tertiaires et secondaires : « Leur objectif prioritaire est de former des responsables et cadres opérationnels dans un secteur donné, en s'appuyant sur une collaboration étroite entre l'Université, les entreprises publiques et privées, les organisations professionnelles, les administrations et les collectivités locales » (Cahier des charges des IUP, p. 1).

Le modèle de formation au sein de ces instituts se différencie des formations universitaires classiques par ses connexions étroites avec le milieu professionnel. Ainsi, dans ce modèle :

- la formation universitaire doit alterner de manière conséquente avec une formation en entreprise ; des stages professionnels ont lieu pendant vingt semaines (minimum) sur les trois ans de formation ;
- des PAST, Professeurs Associés à Temps Partiel, qui effectuent un demi service universitaire et exercent simultanément une activité en entreprise, sont associés de façon significative à l'enseignement ;
- des enseignements universitaires sont par ailleurs confiés à des professionnels ;
- un conseil de perfectionnement (composé de professionnels et d'universitaires) veille aux contenus des enseignements de l'IUP ;
- une commission d'habilitation spécifique vérifie l'adéquation formation-emploi et la pertinence des emplois visés ;
- une place substantielle est consacrée à la formation générale : communication, législation et organisation des entreprises, complétée par l'apprentissage de deux langues étrangères (cette dernière caractéristique s'inscrivant dans une vision européenne de la formation).

Ces caractéristiques montrent que ce modèle de formation vise à trouver un équilibre entre le monde académique et le monde industriel. Quelle est la place des mathématiques dans ce modèle ?

Selon le cahier des charges des IUP, la mission de la formation s'oriente autour de trois axes imbriqués :

- une formation fondamentale ou scientifique ;
- une formation de l'ingénieur (communication, conduite d'un projet, management, gestion, droit...) ;
- une formation technologique.

Il est précisé que la formation fondamentale ou scientifique doit assurer des connaissances théoriques fondamentales et elle inclut une composante mathématique. A priori, cette

structuration implique une formation mathématique fondamentale correspondant à une formation universitaire classique de mathématiques comme discipline de service. Selon le classement de Prudhomme (1999), les enseignements universitaires d'ingénierie peuvent en effet se regrouper en deux catégories purement scientifiques d'une part, technologiques d'autre part, qu'il désigne également, en reprenant les termes de Martinand, de la façon suivante :

- « *disciplines de service* » pour les enseignements purement scientifiques et
- « *disciplines de formation* » pour les enseignements technologiques.

Les mathématiques sont un enseignement purement scientifique et une *discipline de service* et l'objectif de leur enseignement est d'apporter des connaissances qui deviendront opératoires dans les disciplines de formation. On reconnaît là l'héritage du modèle de Laplace décrit dans le chapitre I : l'enseignement des mathématiques précède les enseignements des disciplines de formation (ou intermédiaires) et les activités pratiques telles que les projets, il en fournit les outils théoriques. Des questions émergent alors : comment ce modèle des IUP qui se veut caractérisé par une forte proximité avec le milieu professionnel intègre-t-il une formation mathématique qui semble obéir à ce modèle classique ? Comment s'y organisent la cohérence, les relations avec les enseignements des disciplines intermédiaires, les relations avec la pratique ?

Pour répondre à ces questions, nous avons choisi de partir de l'étude d'un dispositif innovant, celui des projets développé à l'IUP d'Evry, qui cherche à connecter l'univers de disciplines officielles d'enseignement, de service et de formation, avec le monde professionnel de l'ingénieur. Cette étude a pour but d'identifier les praxéologies mathématiques intervenant dans la réalisation des projets et les outils technologiques (TICE)<sup>34</sup> associés, puis de questionner à la lumière de ces praxéologies, les praxéologies mathématiques institutionnelles vivant dans les disciplines intermédiaires ou les cours de mathématiques.

## II.2 Les projets d'ingénierie au sein de l'IUP d'Evry

Les projets sont conçus comme une unité d'enseignement qui est dénommée « Etudes de Recherche et Développement » et vise une formation par la recherche. Cette unité d'enseignement que l'on pourrait retrouver dans de nombreuses formations sous la dénomination de projet se distingue ici par un fort rapprochement avec les recherches conduites au sein du laboratoire IBISC en matière de robotique ou de réalité virtuelle. Les sujets des projets relèvent toujours de la recherche ou de la recherche-développement en accord avec le laboratoire IBISC (Informatique, Biologie Intégrative et Systèmes Complexes) de l'université ou avec une entreprise. Ils portent sur des thèmes divers : réalité virtuelle, conception de véhicules légers, développement de drones pour la recherche spatiale, projet PERSEUS<sup>35</sup> (Projet Étudiant de Recherche Spatiale Européen Universitaire et Scientifique)

---

<sup>34</sup> Technologies de l'information et de la communication pour l'éducation.

<sup>35</sup> Le projet PERSEUS vise à confier aux milieux universitaires et de recherche la conception et le développement d'un système de lancement pour nanosatellites, avec un encadrement par des professionnels du secteur spatial.

avec le CNES<sup>36</sup> (Centre National d'Etudes Spatiales)... Les sujets relevant de la recherche ou de la recherche-développement nécessitent des concepts théoriques de manière plus importante que les projets technologiques. Ce choix institutionnel a pour objectif de préparer les futurs diplômés à contribuer efficacement à l'innovation dans les entreprises.

### **II.2.1 Une activité connectant deux institutions**

Ce qui précède montre le choix de l'institution de formation IUP d'Evry, de concevoir une activité connectant deux institutions : institution de production de savoirs intermédiaires P(DI) (côté recherche-développement) et institution professionnelle Ip (entreprise). Les projets ne sont pas strictement scolaires, ils répondent à des besoins professionnels venant du laboratoire ou des entreprises. Dans les projets, le sujet est ouvert, la démarche de résolution n'est pas une démarche déjà connue et institutionnalisée, le produit final et la façon de le réaliser se construisent simultanément au fil du projet. Personne y compris l'enseignant n'a a priori de réponse au problème posé. De ce fait, les projets se différencient des autres activités scolaires comme les TD (travaux dirigés) et les TP (travaux pratiques). Dans ce type de travaux, les étudiants doivent répondre à une liste de questions fixées à l'avance et auxquelles les réponses sont connues. Une fois les réponses données, le travail est terminé. Par ailleurs, l'organisation des projets est pensée pour recréer à l'intérieur de l'institution universitaire les contraintes d'une institution professionnelle. Les rôles de client, conseiller spécialiste et équipe professionnelle propres à l'institution professionnelle, sont attribués aux différents acteurs : enseignants, chercheurs et équipes d'étudiants en charge des projets, respectivement. Nous les détaillons dans le paragraphe suivant.

#### *a) Rôle des enseignants*

Les enseignants et chercheurs assument deux types de rôles correspondant aux deux institutions en présence, le rôle de « client » ou celui de « conseiller ». Le premier rôle, celui de « client », est tenu par ceux qui ont proposé les sujets des projets. Les « clients » déterminent de manière précise les attentes du projet, ils suivent la démarche de développement et évaluent les solutions technologiques élaborées par les étudiants par rapport à ces attentes. Le deuxième, celui de « conseiller », est joué par des enseignants-chercheurs ou chercheurs spécialistes du domaine du projet. Ils interviennent à la demande des équipes d'étudiants, ces derniers recevant un capital d'« heures de conseil » pour la réalisation du projet.

#### *b) Rôle des étudiants*

Les étudiants travaillent à l'image d'une équipe de travail professionnel pluridisciplinaire de 4 ou 5 membres. En effet, l'équipe rassemble des étudiants suivant différentes filières de formation au sein de l'IUP et ayant de ce fait différents profils : Génie

---

<sup>36</sup> Ces projets peuvent recevoir une aide de l'Agence Nationale de Valorisation de la Recherche ANVAR.

Systèmes Industriels (GSI) option aéronautique, option productique, option thermique ou option design, Génie Electrique et Informatique Industrielle (GEII), Génie Mécanique (GM). Ils organisent et planifient le travail de manière autonome. Ce travail demande a priori vues les caractéristiques des sujets une importante recherche documentaire, la mobilisation de connaissances acquises pendant la formation et la construction de nouvelles connaissances pour arriver au but assigné.

## II.2.2 La démarche de réalisation des projets

Cette démarche de projet commence par l'affectation des projets et se termine par leur soutenance orale. Nous en décrivons dans cette partie les différentes phases et précisons les documents produits au cours de cette démarche.

### *Affectation des projets*

Les projets sont proposés via une fiche de proposition qui comporte le thème d'inscription du projet, les moyens financiers, les outils informatiques et d'usinage disponibles, une brève description du sujet (note de centrage), le nombre d'étudiants requis pour le développement et le profil des étudiants souhaité. L'auteur du projet est également précisé. Nous reproduisons ci-après l'une de ces fiches pour illustration :

#### **FICHE DE PROPOSITION DE SUJET**

#### **Travaux d'Etudes, Recherches & Développement**

##### Partie 1 – Réservée à l'encadrement

<b>Thème(s) du ER&amp;D</b>
<input type="checkbox"/> Aéronautique : ULM / <input type="checkbox"/> Simulateur de vol / <input type="checkbox"/> Simulateur de conduite <input checked="" type="checkbox"/> Véhicule ultra léger / <input type="checkbox"/> Plateforme modulaire robotisée / <input type="checkbox"/> Handicap <input type="checkbox"/> Autres

### *Descriptif du ER&D*

<b>Titre</b>
Construction d'un « plancher défilant » pour l'essai en soufflerie d'une maquette d'automobile
<b>Mots clefs</b>
Aérodynamique automobile Réduction de consommation Mesure expérimentale du Cx Essai en soufflerie Véhicule ultra léger
<b>Spécialités requises</b>
Mécanique des fluides Mécanique Contrôle commande

Métrologie et capteurs.	
Intérêt porté par les tuteurs (entre 1 et 4 ★)	★★★★

### Moyens

Coût estimé	Financement
Petit moteur + carte commande à variateur + châssis support + bande caoutchouc 800 Euros (maximum, à préciser)	IUP
Carte acquisition pilotée par Labview 1200 Euros	IUT GTE

### Besoins

Informatique	Usinage
Type de machine, Environnement : Logiciels : PC, Labview (disponible à l'IUT GTE)	Type de machine : Machines outils classiques, soudure

## NOTE DE CENTRAGE

Affichage étudiant

Thème(s) du ER&D
<input type="checkbox"/> Aéronautique : ULM / <input type="checkbox"/> Simulateur de vol / <input type="checkbox"/> Simulateur de conduite <input checked="" type="checkbox"/> Véhicule ultra léger / <input type="checkbox"/> Plateforme modulaire robotisée / <input type="checkbox"/> Handicap <input type="checkbox"/> Autres

Description du sujet
<p>Le développement d'un nouveau véhicule requiert une étude approfondie de ses formes. Ce n'est pas qu'une question d'esthétique ! En effet l'influence de l'aérodynamisme du véhicule sur ses performances devient prépondérante dès que l'on dépasse 50 km/h. L'efficacité aérodynamique est mesurée par le coefficient de traînée appelé « Cx ». Plus il est faible et moins le véhicule consommera de carburant.</p> <p>Pour un véhicule routier on peut étudier le coefficient <b>Cx</b> à l'aide de <b>maquettes</b> placées dans une soufflerie. Cependant les souffleries sont souvent conçues pour tester des aéronefs et elles ne prennent pas en compte l'effet de sol, ce qui est un gros handicap.</p> <p>Dans le cadre du projet pluriannuel « <b>Véhicule ultra léger</b> », il serait souhaitable de se doter d'un outil expérimental pour évaluer sur maquette les performances d'un véhicule. Les</p>

maquettes peuvent être construites par des techniques de prototypage rapide (stéréolithographie, usinage rapide) disponibles à l'IUT. D'autre part, le département Génie Thermique et Energie de l'IUT d'Evry possède une **soufflerie** dont les dimensions de la veine et la vitesse maximum permettent d'envisager des maquettes au 1/15<sup>ème</sup>. On peut donc prévoir d'utiliser cette technique tout au long du développement d'un nouveau véhicule ultra léger.

Cependant il faut adapter la veine de la soufflerie de l'IUT pour les véhicules routiers. On propose de **développer un « plancher défilant »**. C'est un tapis roulant qui se place sous la maquette du véhicule à la place de la paroi fixe. Il n'est pas en contact avec la maquette (faible jeu). La vitesse de défilement variable doit être asservie à celle de l'air à l'entrée de la veine d'essai. Ainsi équipée, la maquette respecte les lois de la similitude en mécanique des fluides et donne une mesure fiable du coefficient Cx.

Nombre d'étudiants	3 ou 4														
Profil des étudiants															
<table><tr><td>GEII</td><td>x</td><td>GM</td><td>x</td></tr><tr><td>GSI Aéronautique</td><td>x</td><td>GSI Design</td><td></td></tr><tr><td>GSI Productique</td><td></td><td>GSI Energétique</td><td>x</td></tr></table>				GEII	x	GM	x	GSI Aéronautique	x	GSI Design		GSI Productique		GSI Energétique	x
GEII	x	GM	x												
GSI Aéronautique	x	GSI Design													
GSI Productique		GSI Energétique	x												
Tuteur(s) et ses coordonnées															
XXX															

Pendant la première année, 2004-2005, 105 projets ont été proposés et 45 projets ont été affectés pour un total de 154 étudiants (58 GEII, 23 GM, 15 Design, 58 GSI). Pendant la deuxième année, 2005-2006, 62 projets ont été proposés et 40 projets ont été affectés pour un total de 147 étudiants (52 GEII, 29 GM, 11 Design, 55 GSI). Les étudiants ont à choisir un projet et à se constituer en équipes pour le réaliser.

#### *b) Etablissement des rôles et formalisation du projet*

Une fois les projets affectés aux différentes équipes, les étudiants ont un premier rendez-vous avec leur client - tuteur pour fixer les contraintes d'élaboration du cahier des charges sur la base de la note de centrage. Après plusieurs réunions pour mettre au point ce cahier de charges, le client - tuteur et le fournisseur (l'équipe d'étudiants) s'accordent avec précision sur le produit à réaliser, ceci pouvant conduire à des modifications de la demande initialement rédigée par le client. Pour la réalisation, les étudiants disposent ensuite de cinq semaines organisées en deux phases : la première de deux semaines, la deuxième de trois semaines, séparées par 18 semaines de cours qui peuvent fournir des connaissances



nécessaires pour la deuxième phase du projet. Cette séparation est aussi nécessaire pour permettre d'obtenir le matériel nécessaire à la réalisation.

*c) Conception du projet : première phase*

Dans la première phase du projet, les étudiants doivent réaliser une conception générale de projet. Pour cela, ils doivent prendre en compte les contraintes du cahier des charges, l'organisation temporelle du travail, les sources d'information et les outils disponibles. A la fin de cette phase, ils doivent faire un rapport intermédiaire pour rendre compte de l'organisation globale du projet, du travail réalisé jusqu'à ce moment-là et du travail à réaliser dans la deuxième partie. Ce rapport d'une vingtaine de pages (cf. annexe du cederom) est pris en compte dans l'évaluation.

*d) Réalisation de la conception : deuxième phase*

Dans la deuxième phase, les étudiants doivent matérialiser le travail esquissé dans la première phase, ajouter, enlever et faire tous les changements nécessaires pour mener à bien le projet. A l'issue de la réalisation, ils présenteront leur travail lors d'une soutenance orale devant un jury formé de l'enseignant-client et d'autres professeurs de l'institution (30mn d'exposé et 10 minutes des questions) et doivent aussi produire un poster pour montrer leur travail de manière synthétique.

*e) Evaluation des projets*

Les projets sont évalués à partir de quatre notes :

- N1 Note du rapport intermédiaire (assignée par un enseignant différent du client)
- N2 Note de travail pendant les semaines de projet (assignée par le client - tuteur)
- N3 Note de soutenance (assignée par le jury)
- N4 Note de poster (assignée par un enseignant évaluateur)

## **II.2.3 Documents produits**

*a) Cahier des charges*

Le cahier des charges est un document qui précise les informations nécessaires pour développer le projet. Le sujet, la façon de le réaliser, les contraintes théoriques, physiques (matériel existant), économiques et de temps (délais) y sont décrits.

*b) Rapport intermédiaire*

Le rapport intermédiaire porte sur la conception du projet, c'est-à-dire l'étude théorique qui servira de base à la réalisation pratique et à la fabrication. Il est structuré de manière générale à partir de :

- une présentation du projet : description générale du projet et de sa conception ; cette dernière peut consister en une liste de tâches principales ;
- une étude du matériel existant considéré nécessaire pour le projet ;

- la présentation des objectifs et des contraintes ;
- la présentation de la solution technologique<sup>37</sup> envisagée compte tenu de l'étude du sujet, des objectifs et des contraintes Celle-ci doit être justifiée et choisie parmi différentes options à partir d'une comparaison de leurs avantages et limites respectifs.

### c) Rapport technique

Le(s) rapport(s) technique(s) ont pour objectif de préciser les caractéristiques, les aspects techniques et le fonctionnement des artefacts mobilisés (par exemple d'un moteur) ainsi que les raisons pour lesquelles les étudiants considèrent ces artefacts comme utiles. Ces rapports peuvent aussi comporter des calculs détaillés. Ils ne sont pas, contrairement aux autres, considérés comme obligatoires.

### d) Document power point – support de la soutenance

Les étudiants doivent réaliser un document à l'aide du logiciel *power point* pour la présentation du projet. Ce document doit être synthétique, permettant lors de la soutenance orale de montrer les choix effectués et les résultats obtenus. Ces résultats peuvent être accompagnés du nom des techniques utilisées (par exemple “à partir de l'analyse dimensionnelle on a obtenu...”), mais ils ne doivent en aucun cas les détailler, de même y faire figurer les calculs. Les graphes sont, en revanche, bien considérés.

PHASE I Conception du projet		PHASE II Réalisation du projet		
cahier de charges	rapport intermédiaire	rapport(s) technique(s)		soutenance orale / document <i>power point</i> poster
SEMAINE 1	SEMAINE 2	SEMAINE 3	SEMAINE 4	SEMAINE 5

Tableau 1. Documents produits dans les deux phases du projet.

Après avoir décrit les documents produits par les étudiants dans les deux phases du développement du projet. Nous présentons la méthodologie pour réaliser l'étude des projets.

## III Méthodologie d'étude des projets

Compte tenu de ce qui précède et de nos questions de recherche, l'étude des projets vise tout particulièrement à mettre en évidence les praxéologies mathématiques qui interviennent dans le développement des projets. De manière plus générale, elle vise aussi à étudier ce qui peut être apporté par des pratiques innovantes cherchant à projeter dans l'univers universitaire l'univers de la profession, pour mieux articuler savoirs théoriques et

<sup>37</sup> Du fait que le terme technologique à une signification particulière dans le cadre de la TAD, il nous semble nécessaire de détailler la signification de l'expression « la solution technologique » ; il s'agit de la solution choisie parmi les autres considérées pendant l'étude du projet. Elle va devenir concrète dans la réalisation du projet (deuxième phase).

savoirs professionnels. Pour cela, il nous faudra étudier au-delà des projets les rapports que ces praxéologies mathématiques entretiennent avec la formation, et plus particulièrement avec les enseignements des disciplines intermédiaires et de mathématiques.

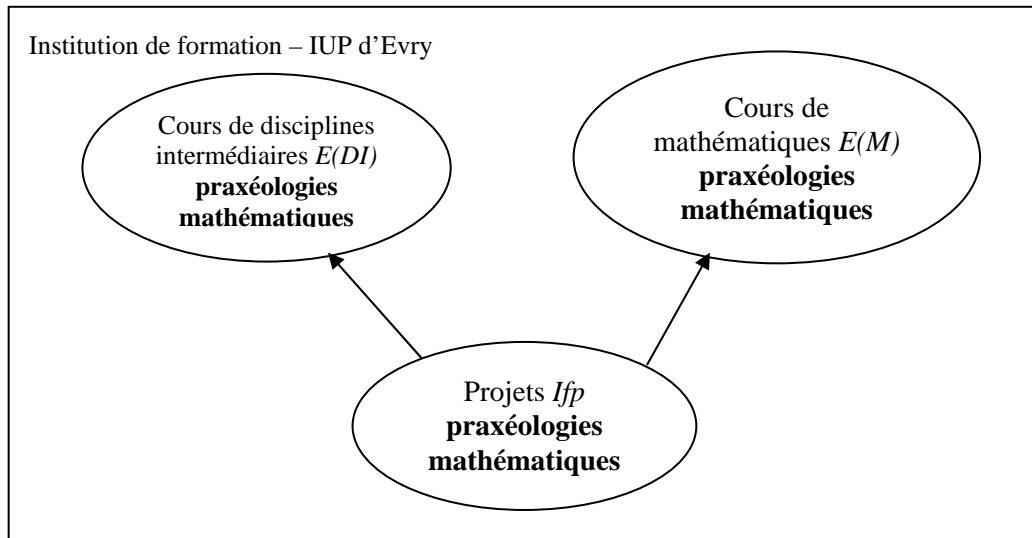


Figure 15. Institutions considérées pour étudier la circulation de praxéologies à l'IUP

Nous présentons dans cette partie la méthodologie mise en place pour réaliser l'étude des projets, le recueil des données et l'exploitation visée de ces données.

Les recherches réalisées sur les mathématiques dans les pratiques professionnelles rapportées dans le chapitre II ont montré que ces mathématiques sont souvent invisibles ou non explicites lors du développement des activités pratiques. Etant donné que nous voulions étudier une activité reproduisant les conditions de la pratique, nous avons fait l'hypothèse que nous allions devoir rendre visible ce qui ne l'est pas et que ceci ne serait possible qu'à travers une immersion dans le contexte du développement des projets. Cette immersion nous est également apparue nécessaire pour nous familiariser avec les principaux domaines de connaissance en jeu, une familiarisation nécessaire à la compréhension de praxéologies mathématiques qui sont souvent des praxéologies mixtes imbriquant mathématiques et autres domaines. Ceci nous a conduit à réaliser deux observations successives des projets. La première a eu un statut de pré – expérimentation avec l'objectif de nous familiariser avec la démarche des projets et les domaines de connaissance concernés, de concevoir et de tester une méthodologie permettant de rendre visibles les mathématiques en jeu dans les projets. La deuxième observation a fait l'objet d'une méthodologie plus élaborée et nous avons aussi cherché à y rendre visibles au-delà des mathématiques élémentaires, des mathématiques « avancées » rarement trouvées dans la pré - expérimentation.

### III.1 La sélection des projets

Le nombre des projets développés à l'IUP d'Evry est chaque année de l'ordre d'une quarantaine. Chaque projet mobilise une diversité de connaissances : technologiques,

théoriques et de savoir faire. L'identification des praxéologies mathématiques nécessite une étude approfondie incompatible avec le suivi de l'ensemble des projets. Ceci nous a conduit à choisir de travailler plus précisément sur certains projets, particulièrement dans la deuxième phase de leur développement. Pour effectuer ce choix, dans un premier temps, à partir des fiches et des cahiers de charge, nous sélectionnons le sous-ensemble des projets susceptibles de faire intervenir des mathématiques. Pour ces projets, nous proposons un questionnaire aux étudiants concernés après une première prise de contact et menons une analyse des rapports intermédiaires. La sélection définitive des projets étudiés s'effectue après un certain nombre d'entretiens menés avec les équipes sur la base d'une première sélection. Les projets sont choisis parmi ceux qui semblent pouvoir faire intervenir potentiellement le plus de mathématiques. Ils sont au nombre de 3 les deux années et l'un des projets de seconde année prolonge un projet suivi en première année.

<b>1<sup>ère</sup> année</b>	Véhicule Biplace Economique
	Conception d'un châssis de buggy tout terrain en fonction de la réglementation FIA T2 <sup>38</sup>
	Système expérimental d'analyse en soufflerie
<b>2<sup>ème</sup> année</b>	Conception d'une plate-forme expérimentale pour mettre en évidence les phénomènes d'instabilité d'une aile d'avion soumise à écoulement transverse
	Construction d'un « plancher défilant » pour l'essai en soufflerie d'une maquette d'automobile
	Système expérimental d'analyse en soufflerie (suite)

Tableau 2. Projets suivis pendant la pré-expérimentation et l'expérimentation.

*a) Entretiens de prise de contact*

Ces entretiens ont pour objectif d'établir un premier contact avec les équipes ayant choisi des sujets dont les fiches de proposition permettent de supposer que des mathématiques peuvent être en jeu dans la réalisation du projet. Sont en particulier exclus des projets concernant l'informatique et le design dans la première année et aussi ceux dits de qualité dans la deuxième année. Les entretiens ont lieu la première semaine du développement des projets, au fur et à mesure que les équipes se constituent. Ils ont concerné six équipes la première année et dix la seconde. Les questions posées sont générales et concernent le sujet du projet, la première vision du développement qu'en ont les étudiants et ce qu'ils anticipent comme possible utilisation des mathématiques. Les réponses obtenues dans ces entretiens nous fournissent des informations de nature locale, relatives à chacun des projets considérés. La première année, lors de ces entretiens, les étudiants ont eu beaucoup de difficultés à anticiper une utilisation quelconque des mathématiques et leurs réponses étaient de toute façon très vagues. Ceci nous a conduit à les prolonger pour les trois projets que nous avons

<sup>38</sup> Fédération Française de Sport Automobile pour un véhicule de classe tout terrain T2.

l'intention de sélectionner (les trois en mécanique) par un questionnaire plus précis posé pendant la deuxième semaine et décrit ci-après. La deuxième année, la familiarité acquise avec le dispositif nous a permis d'effectuer dix entretiens la première semaine et de proposer le questionnaire à seize équipes pour essayer d'avoir une vision plus globale des mathématiques en jeu.

#### *b) Questionnaire*

Le questionnaire élaboré à partir des réponses obtenues dans les premiers entretiens comporte neuf questions la première année et onze questions la deuxième année.

Les sept premières concernent le travail déjà réalisé :

Les questions 1 et 2 abordent l'avancement général du projet et nous permettent d'introduire les questions 3 et 4 portant sur les compétences, les connaissances et les outils considérés comme nécessaires à sa réalisation.

Les questions 5, 6 et 7 sont centrées sur le **contenu mathématique**. Afin de faire émerger les mathématiques utilisées dans les projets, nous explicitons dans ces questions des éléments mathématiques tels que formules trigonométriques, fonctions, équations différentielles, etc. Ce choix vise à échapper à une conception purement théorique des mathématiques chez les étudiants : celle des définitions, théorèmes et démonstrations ou à une limitation aux contenus qui sont effectivement objet d'enseignement dans les cours de mathématiques à l'IUP. Il vise à rendre également visibles les praxéologies mathématiques mises à disposition par les disciplines intermédiaires et celles qui peuvent être associées à l'usage de formules dont l'importance a été soulignée dans le chapitre II.

La question 8 concerne le travail à exécuter dans la deuxième phase, on questionne de manière ouverte les connaissances que les étudiants considèrent comme nécessaires pour cette phase, avec l'objectif de voir si des connaissances mathématiques sont citées.

Les questions 9 et 10 sont centrées sur le rapport entre les enseignements de la formation et le projet, la question 10 s'intéressant plus particulièrement au rapport entre les cours de mathématiques et le projet.

La dernière question porte sur la pertinence du projet du point de vue de l'étudiant.

Nous présentons ci-après le questionnaire :

1. Où en êtes-vous dans le déroulement de cette partie du projet ?
2. Etes-vous satisfaits de l'avancement de votre travail ?
3. Quels types de connaissances, d'outils, de compétences, avez-vous utilisés ?
4. Avez-vous utilisé des logiciels ? Si oui, lesquels et pour quoi faire ?
5. Avez-vous fait des calculs ? Si oui, lesquels ?

6. Avez-vous utilisé des formules, des représentations graphiques, géométriques ? Si oui, lesquelles et pour quoi faire ?
7. Avez-vous utilisé d'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...) ? Si oui, lesquelles et pour quoi faire ?
8. Pour l'étape suivante, pensez-vous avoir besoin de nouvelles connaissances ? Si oui, précisez.
9. Parmi les enseignements que vous avez suivi à l'université quels sont ceux qui vous semblent les plus utiles pour ce projet ? Précisez pourquoi.
10. Pensez-vous que certains de vos cours de mathématiques vous seront également utiles pour la réalisation de ce projet ? Si oui, lesquels et pourquoi ? Si non, pourquoi ?
11. Le projet vous semble-t-il important dans votre formation ? Pourquoi ?

### c) *Rapports intermédiaires*

Même si les questionnaires apportent des compléments utiles aux entretiens, les mathématiques y apparaissent généralement sous la forme de titres (par exemple calculs de trigonométrie...) et les réponses aux questions « Pour quoi faire ? » ne nous renseignent que très vaguement sur les tâches dans lesquelles ces mathématiques ont été ou risquent d'être engagées et a fortiori sur les praxéologies associées, ceci d'autant plus que les domaines considérés nous sont peu familiers. C'est pourquoi, en plus des entretiens et du questionnaire, une analyse des rapports intermédiaires nous est apparue nécessaire pour rentrer davantage dans le sujet des projets et accéder aux tâches soit de conception, soit envisagées pour la réalisation dans la deuxième phase. La deuxième année, cette analyse a aussi été prise en compte dans la sélection des trois projets finalement choisis. Ce choix s'est basé sur deux critères :

1. le contenu explicite des mathématiques dans le rapport intermédiaire,
2. le domaine d'inscription du projet, tel que l'aéronautique, la mécanique, l'électronique, etc.

## III.2 Les données recueillies sur les projets choisis les deux années

L'analyse des rapports intermédiaires permet d'identifier des tâches mathématiques, cependant, l'identification des techniques correspondantes à ces tâches n'est pas toujours possible, du fait qu'elles ne sont pas explicitées. Ceci peut s'expliquer par la nature du travail rapporté dans ce document, ce dernier correspondant à la conception générale du projet. La plupart des tâches mathématiques y apparaissent comme étant à réaliser dans la deuxième phase. Afin d'avoir une vision plus exhaustive des praxéologies impliquées dans les projets et ainsi compléter l'étude des rapports intermédiaires, pour les trois projets sélectionnés, nous avons conduit un second entretien avec l'équipe sur la base du rapport intermédiaire.

### a) Entretien sur la base de rapport intermédiaire

Ces entretiens ont eu lieu dans la troisième semaine du projet, c'est-à-dire au début de la deuxième phase. L'objectif est de préciser à quoi servent les mathématiques qui apparaissent de manière explicite dans le rapport intermédiaire qui a été remis à la fin de la première phase et que nous avons eu le temps d'étudier. Etant donné que ces mathématiques sont utilisées dans le contexte de l'activité pratique et donc sous contraintes, contexte qu'il nous intéresse particulièrement d'étudier, nous évitons de montrer un intérêt limité aux seules mathématiques en jeu dans le projet. Pour cela, nous faisons le choix de demander à l'équipe d'étudiants de clarifier, à notre intention, certains points du rapport intermédiaire qui nous semblent peu clairs, vu notre méconnaissance du domaine. Nous commençons par demander un exposé oral « informel » sur l'avancement du projet et les questions sont posées au fil de cet exposé, en se référant au contenu du rapport intermédiaire.

Ces entretiens vont mettre en évidence une division du travail au sein des équipes qui nous conduira par la suite à réaliser des entretiens individuels ou auprès de sous-équipes composées de deux étudiants qui ont pris en charge le travail impliquant des mathématiques.

### b) Entretiens individuels ou de sous-équipes

Ces entretiens, comme signalé précédemment, se développent sur des parties précises du projet et essaient d'explorer le rôle des mathématiques utilisées dans ces parties. Ils sont réalisés avec des étudiants responsables de chaque partie. Les deux tableaux ci-après précisent ceux qui ont été réalisés les deux années.

PREMIERE ANNEE			
Projet	SEMAINE 3	SEMAINE 4	SEMAINE 5
1	<u>1 Entretien :</u> E1, E2, E3, E4 : Questions par rapport au questionnaire	<u>3</u> <u>Entretiens :</u>	<u>1 Entretien :</u>
2	<u>1 Entretien :</u> E1, E2, E3 Questions par rapport au questionnaire	<u>5</u> <u>Entretiens :</u>	<u>3</u> <u>Entretiens :</u>
3	<u>1 Entretien :</u> E1, E2, E3 et E4 Questions par rapport au questionnaire	<u>2</u> <u>Entretiens :</u>	<u>1 Entretien :</u>

Tableau 3. Entretiens effectués pendant la pré-expérimentation.

DEUXIEME ANNEE			
Projet	SEMAINE 3	SEMAINE 4	SEMAINE 5
1	<u>4 Entretiens :</u> E1, E2, E3, E4 Présentation du projet E1 Calculs à faire	<u>3 Entretiens :</u> E1 Structure de la soufflerie E2 Modélisation d'une	<u>1 Entretien :</u> E2 et E3 Entretien sur maths

	E2 Explication logiciel Ansys E3 Partie électronique	pièce E3 Electronique	
2	<u>4 Entretiens :</u> E1 Présentation générale du projet E3 Présentation de la modélisation du moteur E3 ED et Matlab E3 Nouveaux calculs	<u>5 Entretiens :</u> E1 Rapport technique E2 Solidworks E3 Partie Moteur E3 Partie Moteur E4 Partie Moteur	<u>3 Entretiens :</u> E1 Contrat phase E3 Logiciel E3 système régulateur
3	<u>1 Entretien :</u> E1, E2, E3 et E4 Présentation du projet	<u>2 Entretien :</u> E2 Calculs E3 Calculs partie 2	<u>1 Entretien :</u> E3 Iso flexion

Tableau 4. Entretiens effectués pendant l'expérimentation.

### c) Soutenances –vidéo

Les soutenances orales ont pour but de former les étudiants à l'exercice professionnel que constitue la présentation d'un projet développé au sein d'une entreprise mais aussi d'évaluer le projet en tant qu'activité scolaire. Ainsi, chaque équipe d'étudiants dispose d'une demi-heure pour présenter son projet, devant un jury formé par trois enseignants et chercheurs de l'institution, l'un d'eux étant le client du projet. Observer cet exercice nous permet d'accéder à l'évaluation institutionnelle du projet. Pour cela, nous avons assisté aux trois soutenances les deux années et nous les avons filmées. La transcription et l'étude de ces données sont faites dans l'objectif d'analyser les types de questions, les explications et justifications demandées aux étudiants.

Pour notre analyse nous avons également récupéré les présentations des étudiants (format power point) et les posters (version électronique).

## III.3 L'analyse des données issues des projets

### III.3.1 Entretiens de contact et questionnaires

Dans un premier temps, les enregistrements des entretiens - prise de contact ont fait l'objet chacun d'une fiche de synthèse (cf. exemple en Annexe 4.1) et les questionnaires ont été synthétisés sous forme de tableaux par projet et par question. Dans un deuxième temps, ces premières synthèses ont été combinées pour constituer une fiche pour chaque projet, faisant apparaître en respectant la chronologie des informations recueillies, les mathématiques mentionnées comme utilisées ou à utiliser, les outils logiciels ou autres utilisés ou d'utilisation prévue en liaison avec ces mathématiques, et la fonctionnalité de ces mathématiques et outils.

La structure résultante est la suivante<sup>39</sup> :

<sup>39</sup> Les vides indiquent la non réponse des étudiants à ces questions.



Equipe 1	Utilisation de mathématiques	Outils nécessaires pour le déroulement du projet	Pour quoi faire
Entretien prise de contact  2ème jour	-Faire des calculs de pression, de vitesse, de température  -utilisations des formules mathématiques	-la physique -l'informatique -mathématiques pour faire le calcul de la vitesse	
Questionnaire      9ème jour  Conception		-outils informatiques (Internet)	recherches sur les systèmes de soufflerie déjà existants
		Mathématiques, mécanique et électronique	pour la partie installation des capteurs
	calculs	calculs mathématiques	-dimensionnement de la soufflerie (puissance)
		calculs en aéronautique	déterminer le rapport entre la pression dans la veine d'essai de la soufflerie et la vitesse d'écoulement
	théorème de Bernoulli	mathématiques	calculer la vitesse de l'air dans une soufflerie à partir de la pression
		mécanique de fluides	
	formules	physique et aérodynamique	Trouver le rapport entre l'écoulement et les différentes pressions et aussi d'effort sur la structure à étudier
	formules	électronique	Pour déterminer le capteur à choisir et les différentes étages et composants de la carte du transmetteur
	Représentations géométriques	mathématiques	Réalisation d'une aile d'avion et pour représenter l'écoulement de l'air autour de cette structure
	analyses	mathématiques	L'étude aérodynamique et électronique
Réalisation		Electronique, mécanique	Réaliser ce qu'on a propose comme solution pour les problèmes de la soufflerie
		mathématiques	calculs

Tableau 5. Synthèse des réponses des étudiants aux entretiens menés lors de la première phase.

Ces outils méthodologiques ont servi de base à l'analyse qui est présentée dans le chapitre suivant.

### **III.3.2 Rapports intermédiaires et entretiens de suivi**

Les rapports intermédiaires ont été utilisés pour identifier les praxéologies mathématiques intervenant dans la conception et la réalisation des projets. Pour cela, le rapport est découpé en une succession de tâches dans lesquelles vont s'insérer ces praxéologies. Cette identification ne donne cependant accès aux praxéologies que de façon très incomplète, quand il s'agit d'identifier les techniques et discours technologiques associés aux tâches repérées, le rôle joué par les outils technologiques (TIC). Pour les compléter, on utilise le rapport technique quand il existe et les différents entretiens menés pendant la seconde phase qui ont été dépouillés. Nous essayons également de mesurer l'impact sur ces praxéologies de la formation dispensée et le poids des contraintes. Nous utilisons pour cela les entretiens mais il nous est apparu nécessaire d'aller au-delà des projets et des documents curriculaires fournis par les responsables de la formation pour analyser de façon plus détaillée certains enseignements.

## **IV Au-delà des projets**

Dans le chapitre précédent nous avons identifié trois institutions : E(M), E(DI) et Ifp, dans lesquelles le processus de circulation des praxéologies est susceptible d'avoir lieu à l'intérieur de l'IUP. Afin d'analyser ces processus et les rapports entre les praxéologies vivant dans ces différentes institutions, nous avons recueilli certains cours de disciplines intermédiaires et des mathématiques. Le choix de ces cours repose sur les praxéologies mathématiques identifiées dans les projets et qui sont enseignées dans ces cours, particulièrement, celle impliquant la transformée de Laplace. Nous avons choisi le cours de disciplines intermédiaires (l'automatique) intitulé : L'introduction à l'Automatique de systèmes linéaires qui porte l'enseignement de la transformée de Laplace à l'IUP. Pour mieux situer les choix d'élaboration de cet enseignement, nous l'avons comparé avec ceux deux autres cours élaborés dans des institutions de nature différente : IUT et université.

Nous avons également complété ce corpus par un cours de mathématiques en école d'ingénieurs qui aborde aussi l'enseignement de la transformée de Laplace dans le cadre d'un module sur les Fonctions holomorphes.

### **Analyse des cours**

L'analyse des cours est réalisée avec l'objectif de mettre en rapport les praxéologies mathématiques identifiées lors de la réalisation des projets avec les praxéologies correspondantes vivant dans les enseignements de la formation E(M) et E(DI). A priori, cette analyse devrait s'intéresser aux enseignements de mathématiques et de disciplines intermédiaires concernées par rapport aux praxéologies en jeu dans les projets suivis pendant la deuxième phase. Du fait que dans chaque projet, les mathématiques en jeu font référence à

différents enseignements de disciplines intermédiaires, nous avons choisi de centrer notre analyse autour de la transformée de Laplace. Celle-ci est utilisée dans le projet : Développement d'un plancher défilant pour l'étude aérodynamique d'un véhicule ultra léger, son utilisation n'étant pas explicite, elle apparaît lors des entretiens sur la base du rapport intermédiaire. A partir des entretiens, on voit que la transformée de Laplace intervient pour le traitement des asservissements, ces derniers étant abordés dans le cours intitulé : Introduction à l'Automatique et systèmes linéaires. L'analyse praxéologique de ce cours essaie en particulier de nous éclairer sur la question suivante : Comment les praxéologies qui sont construites dans ce cours se situent-elles par rapport à celles mises en œuvre par les étudiants dans les projets ?

Afin de répondre à cette question et de mesurer les effets transpositifs du cours précédemment mentionné, nous menons une analyse conjointe de trois cours d'automatique élaborés dans trois institutions de formation d'ingénieurs différentes : IUP, IUT et Université.

Nous présentons cette analyse en détaille dans le chapitre VI.

De même, nous analysons un enseignement de mathématiques E(M) intitulé : Fonctions Holomorphes, qui aborde la transformée de Laplace dans une formation d'ingénieurs. Nous nous intéressons à montrer l'organisation de cet enseignement dont un des objectifs, est de fournir des praxéologies mathématiques sollicitées aux enseignements des disciplines intermédiaires E(DI).

#### *L'entretien avec l'enseignante d'automatique motivé par le projet*

A partir du suivi de développement du projet 5, dans lequel rentre en jeu la transformée de Laplace, nous avons considéré comme nécessaire de réaliser un entretien avec un enseignant de disciplines intermédiaires, afin de connaître les contraintes auxquelles les mathématiques s'assujettissent dans ces enseignements. Nous avons eu la possibilité d'avoir un entretien, avec l'enseignante assurant justement le cours d'Introduction à l'Automatique des systèmes linéaires mentionné plus haut, et impliqué par ailleurs dans le dispositif des projets. Cette enseignante est ainsi confrontée à différents moments avec les trois institutions qui nous intéressent. De ce fait, l'entretien nous a permis de connaître, du point de vue de l'enseignant des disciplines intermédiaires, les différentes contraintes auxquelles doivent s'assujettir les praxéologies mathématiques du fait de l'institution dans laquelle elles sont considérées.

## **V Réflexion sur les potentialités et limites de la méthodologie**

L'étude d'une activité comme celle des projets, qui suit un contrat dont la démarche se construit en même temps que le projet se développe, requiert une immersion permettant de suivre l'évolution du projet. Plus précisément, il est nécessaire d'étudier le rôle des praxéologies mathématiques dans les changements de solutions, les situations problématiques et les choix associés pour traiter ces dernières.

Un premier niveau de difficulté de la recherche réalisée dans cette thèse tient à la multiplicité des domaines de connaissances en jeu dans les projets, connaissances qu'un chercheur formé aux mathématiques ne maîtrise pas en général.

Le choix des projets à suivre pendant la deuxième phase est donc une tâche primordiale. Le questionnaire et, de manière plus importante, l'analyse de rapports intermédiaires nous permet de choisir trois projets ayant deux caractéristiques : des praxéologies mathématiques y interviennent et ils sont inscrits dans la même situation problématique, celle du travail dans une soufflerie. Cette problématique, encore très large, permet de limiter le champ des disciplines intermédiaires intervenantes en jeu, des logiciels utilisés et des connaissances sur les artefacts utilisées (soufflerie). Mais les trois projets font encore intervenir plusieurs disciplines intermédiaires et des connaissances très diverses au niveau des logiciels et des praxéologies mathématiques. Suivre ces projets reste donc une tâche d'une grande complexité qui demande au chercheur tout un travail d'acclimatation au contexte spécifique (initiation aux domaines disciplinaires en jeu, utilisation des logiciels). Par ailleurs, le recours à des experts est indispensable pour analyser les solutions adoptées par les étudiants dans les projets et contrôler la pertinence des analyses développées.

L'analyse des rapports intermédiaires sur les trois projets choisis permet de repérer les tâches mathématiques qui interviennent dans chacun d'eux. Les entretiens menés sur la base de ces rapports servent ensuite à identifier la division du travail et à repérer le ou les étudiants en charge des tâches les plus mathématiques avec lesquels sont réalisés des entretiens complémentaires. L'objectif est alors de faire apparaître les techniques mathématiques et de manière plus importante les technologies associées, qui en général ne sont pas explicitées dans les rapports du fait du contrat du projet ne demande pas d'explicitation. Ces entretiens sont donc fondamentaux pour notre analyse.

Ces données, complétées par l'analyse des E(DI) impliquées dans le projet concerné et par les éléments apportées par les experts permettent d'aboutir aux analyses praxéologiques présentées dans le chapitre 5.

Afin de mettre en évidence les effets transpositifs des institutions étapes E(DI) et E(M) sur les praxéologies mathématiques impliquées dans les projets, nous avons choisi d'analyser trois enseignements d'automatique et un enseignement des mathématiques autour de la transformée de Laplace. Ces analyses permettent de situer une notion dans différentes institutions, de rendre compte des différentes contraintes et des processus transpositifs ayant lieu dans la formation et d'apprécier leurs effets dans l'utilisation de cette notion dans un dispositif comme celui d'un projet.

La méthodologie adoptée prend comme domaine premier de phénomènes le champ des projets réalisés. Dans la phase initiale, nous avons été obligée d'examiner un nombre important de projets de façon à pouvoir repérer un échantillon finalement réduit satisfaisant

aux conditions de richesse mathématique et de relative centration thématique imposées par l'objet didactique de la recherche d'une part (les mathématiques dans la formation des ingénieurs) et les limites de nos connaissances dans les domaines scientifiques et professionnels concernés. Une fois cette sélection réalisée, c'est l'étude des données qui fait apparaître les mathématiques impliquées, déclenche le processus de formation disciplinaire complémentaire du chercheur et oriente le choix du thème d'étude des enseignements.

Nous avons choisi d'aborder la place des mathématiques dans la formation des ingénieurs maîtres à l'IUP d'Evry, de façon indirecte à travers le dispositif des projets.

Ce choix nous a semblé pertinent compte tenu de l'état de la réflexion et des connaissances montré dans le chapitre II. Il a permis de mettre en évidence la façon dont les étudiants utilisent les mathématiques dans une activité non strictement scolaire, dans son esprit au moins, et donc d'apprécier de façon indirecte les effets de l'enseignement. Mais ce travail par sa complexité s'est révélé extrêmement coûteux. Par ailleurs, il nous a éloignée des formations mathématiques elles-mêmes et ce d'autant plus que les enseignants de mathématiques ne se sont pas impliqués dans les projets. Finalement, le contact avec les mathématiques enseignées s'est fait essentiellement à travers les disciplines intermédiaires et en particulier l'automatique, notamment dans l'analyse des différents cours sur la transformée de Laplace.

Nous n'avons donc accès qu'à une vision partielle de la circulation des savoirs dont l'étude était a priori visée.



---

# CHAPITRE V

---

## ANALYSE PRAXEOLOGIQUE DES PROJETS

### **I Introduction**

Ce chapitre est consacré à l'analyse praxéologique des projets. L'objectif général de cette analyse est d'étudier les praxéologies mathématiques mobilisées et utilisées dans les projets, pour essayer de comprendre les besoins mathématiques auxquels les étudiants sont confrontés pendant la conception et la réalisation des projets, et la façon dont ils font face à ces besoins. Pour cela, nous utilisons la vision élargie de la technologie présentée dans le chapitre III avec ses composantes théorique et pratique. Cette vision élargie et plus généralement les outils de la Théorie Anthropologique du Didactique devraient nous permettre notamment de mettre en évidence les différents types des savoirs mobilisés, leurs origines institutionnelles, leurs interactions et les évolutions intervenus au cours de la réalisation des projets.

Pour l'analyse, comme précisé au chapitre IV, nous nous basons sur les documents produits par les étudiants : les rapports intermédiaires et techniques, ainsi que sur les entretiens réalisés auprès des étudiants. L'étude des rapports intermédiaires nous permet de repérer des tâches impliquant des mathématiques. Ces tâches étant traitées par les étudiants ultérieurement, cette étude ne suffit donc pas pour rendre compte des praxéologies développées pour les réaliser. Les rapports techniques et les entretiens réalisés au fil de la réalisation auprès des étudiants nous apportent un complément substantiel.

Nous nous centrons comme annoncé sur l'analyse des trois projets suivis dans la deuxième année d'observation. Les données relatives à la pré-expérimentation et notamment celles issues des questionnaires sont présentées synthétiquement en annexe. Les trois projets sélectionnés ont été développés dans le cadre d'une étude de phénomènes aérodynamiques dans une soufflerie et nous avons explicité les raisons de notre choix dans le chapitre précédent. Leur titre précis est le suivant :<sup>40</sup>

- **Projet 1** Système d'analyse expérimentale en soufflerie
- **Projet 2** Conception d'une plate-forme expérimentale pour mettre en évidence les phénomènes d'instabilité d'une aile d'avion soumise à un écoulement transverse
- **Projet 3** Construction d'un « plancher défilant » pour l'essai en soufflerie d'une maquette d'automobile

Chaque projet est introduit ci-dessous par une présentation succincte précisant l'objectif principal, l'objet à réaliser, la division du travail entre les membres de l'équipe et le découpage en tâches du projet. Les projets présentent en effet un découpage du travail à partir de ce qui est appelé une « analyse fonctionnelle ». Celle-ci fait partie de la méthodologie de développement de projets, elle consiste à définir les fonctions principales et secondaires de l'objet décrit à partir des caractéristiques et performances à atteindre dans le cahier des charges. « L'analyse fonctionnelle » amène les étudiants à repérer des *tâches*<sup>41</sup> principales, à décomposer celles-ci en *sous-tâches* et à établir une priorité de réalisation<sup>42</sup>. Pour notre analyse, un autre découpage des tâches est fait distinguant d'une part les tâches qui impliquent explicitement des mathématiques et d'autre part les tâches qui contextualisent ces dernières. Par exemple, dans le projet 3, la tâche de choix du moteur ne fait pas intervenir d'éléments mathématiques. Cependant, nous l'analysons du fait qu'elle constitue le premier niveau de modélisation, celui précédant la modélisation mathématique.

Afin de mieux appréhender les processus de circulation des savoirs institutionnels en jeu dans les projets, nous avons d'une part mis en rapport les techniques et technologies utilisées par les étudiants avec celles mises à disposition par les enseignements des disciplines intermédiaires, d'autre part nous avons considéré dans deux des projets (1 et 3) le point de vue d'un professionnel sur la démarche suivie par les étudiants.

Pour mettre en rapport les techniques et technologies des étudiants et celles des disciplines intermédiaires E(DI), il nous a par ailleurs paru important de reconstruire ces techniques et les technologies associées en nous appuyant sur ce que font les étudiants et sur les cours de E(DI). Cette reconstruction vise deux objectifs : le premier est de rendre compréhensible au lecteur du présent document qui ne connaîtrait pas le domaine dans lequel

---

<sup>40</sup> « Soufflerie aérodynamique : Installation permettant d'étudier les mouvements d'un fluide autour d'un matériel qui doit être soumis à de grandes vitesses. » (Le petit Robert)

<sup>41</sup> On met ce mot et celle de sous-tâches en italique pour indiquer que ce n'est pas dans le sens de Chevallard.

<sup>42</sup> Cela n'est pas l'objectif de l'analyse fonctionnelle mais c'est un effet qu'on constate dans les projets analysés.



les tâches sont proposées, les techniques mises en place par les étudiants ; le deuxième est d'explicitier les éléments mathématiques visibles dans les traces observables recueillies, ceux-ci n'étant pas toujours explicites de façon détaillée dans les tâches développées par les étudiants. Nous comparons en particulier les deux technologies : celle visible dans le travail de l'étudiant et celle que nous avons reconstruite et nous analysons leur écart. Cela nous permet d'explicitier les éléments manquants et de situer par rapport à une institution de référence la technologie intelligible qui légitime les techniques.

Le point de vue de l'expert professionnel nous permet d'accéder au point de vue de l'institution Ip et de situer les techniques utilisées par les étudiants, non seulement par rapport qui seraient mobilisées dans les disciplines intermédiaires mais aussi par rapport à celles qui le seraient dans une pratique réelle d'ingénierie. Ceci nous permet de compléter avec les données issues des soutenances orales des projets notre vision de ces derniers.

## II Analyse de projet 1

### II.1 Présentation du projet 1

Ce projet donne suite à un projet développé l'année précédente (2004-2005) et consiste à concevoir un système de mesure pour une soufflerie<sup>43</sup> (voir figure 16). Dans le rapport intermédiaire il est précisé que : « Le but de ce projet est de se doter d'un système expérimental permettant, dans les limites du possible, de pouvoir étudier l'aérodynamique d'un système. C'est-à-dire définir autant le comportement d'une structure soumise à un écoulement d'air (mesure des actions aérodynamiques) que l'écoulement du fluide autour de cette structure ». Le système de mesure existant fonctionne grâce à un tube de Pitot (figure 17).



Figure 16. Soufflerie du type Eiffel.

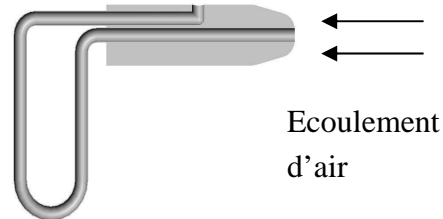


Figure 17. Tube de Pitot.

Afin d'améliorer ce système de mesure, une étude des travaux déjà effectués l'année précédente est réalisée dans la phase de conception (cf. chapitre 4, p.75). Cette étude va amener les étudiants à préciser d'abord la structure sur laquelle seront mesurés les efforts de portance<sup>44</sup> et de traînée<sup>45</sup>. Il s'agit d'un profil d'aile d'avion. La solution ensuite proposée est celle d'un système mécanique découplant les efforts : la portance est transmise verticalement et la traînée horizontalement. La mesure des efforts se fait par la mesure de la déformation de deux lames élastiques au moyen de capteurs extensométriques. Les déformations respectives des lames doivent être découplées et pour cela les étudiants ont installé des glissières dans la structure du système de mesure. Les étudiants ont à choisir la forme et les dimensions des lames qu'ils vont utiliser, choisir les jauges extensométriques, en fonction des caractéristiques de la soufflerie et des estimations faites des forces de portance et de traînée. Pour cela, ils considèrent différents types de lames, et notamment des lames rectangulaires et triangulaires.

<sup>43</sup> « Soufflerie aérodynamique : Installation permettant d'étudier les mouvements d'un fluide autour d'un matériel qui doit être soumis à des grandes vitesses. » (Le petit Robert)

<sup>44</sup> La portance est la composante de la force aérodynamique qui s'exerce sur la structure orthogonale à la direction du vent relatif. Dans le cas d'une soufflerie horizontale c'est la composante verticale.

<sup>45</sup> La traînée est la composante de la force aérodynamique qui s'exerce sur la structure et est colinéaire à la direction du vent relatif. Dans le cas d'une soufflerie horizontale c'est la composante horizontale.

### II.1.1 Division du travail

Dans ce projet les quatre membres de l'équipe suivent la formation de Génie mécanique. Le partage du travail précisé dans le planning<sup>46</sup> permet de voir qu'une grande partie des activités sont attribuées au groupe (quatre étudiants). Cependant, lors des entretiens nous avons constaté que le travail mathématique repose sur un binôme d'étudiants E2 et E3 et particulièrement sur E2. Ce dernier réalise la tâche la plus mathématique : le dimensionnement des lames.

### II.1.2 Tâches à développer par les étudiants

Le découpage du travail présenté dans le rapport intermédiaire porte sur trois parties : l'analyse de la soufflerie, l'étude des travaux préliminaires et la proposition d'une solution technologique. Nous présentons ces parties et les *sous-tâches* associées :

#### 1. Analyse de la soufflerie

- a) analyse de la soufflerie
- b) caractéristiques de la soufflerie
- c) les procédés existants dans les entreprises spécialisées

#### 2. Etude des travaux préliminaires

- a) notions d'aérodynamique
- b) détermination de la vitesse maximale
- c) détermination des efforts s'appliquant sur le profil de l'aile

#### 3. Proposition d'une solution technologique et étude de trois « sous solutions »

- a) solution « lames ressorts »
- b) solution « lame triangle en isoflexion avec jauges extensométriques »
- c) solution « lame rectangle avec jauges extensométriques »

L'analyse de la soufflerie et l'étude des travaux préliminaires sont réalisées dans la phase de conception (cf. chapitre 4). L'étude des trois « sous-solutions » a débuté pendant la phase de conception et s'est achevée pendant la phase de réalisation. Pour notre analyse nous allons choisir seulement trois de ces tâches, que nous étudions dans la partie suivante.

## II.2 Analyse des tâches choisies

Notre analyse porte sur trois tâches :

- 1. Détermination de la vitesse maximale
- 2. Dimensionnement des lames en rectangle
- 3. Dimensionnement des lames en triangle

---

<sup>46</sup>Document annexe aux rapports intermédiaire et final

Nous avons choisi ces tâches du fait qu'elles font intervenir des éléments mathématiques de manière explicite à la différence des autres tâches présentées plus haut. La première tâche est réalisée dans le cadre de l'étude des travaux déjà effectués l'année précédente et la technique associée fait intervenir des calculs de pression et de vitesse sur la base de formules simples. La deuxième fait intervenir des calculs de résistance de matériaux incluant la résolution d'une équation différentielle et est réalisée dans le cadre de l'étude des lames. Ces dernières sont étudiées avec l'objectif de choisir le système de mesure des efforts le plus adapté. Pour analyser cette tâche, nous la découpons en trois sous-tâches qui sont : l'obtention de la formule de la flèche, l'obtention de la formule de la contrainte maximale en flexion et la détermination des dimensions des lames. La troisième tâche est réalisée après suggestion d'un expert. Ce dernier propose aux étudiants de changer la géométrie des lames et de considérer des lames triangulaires. Pour ces dernières en effet la position des jauges est sans influence sur la mesure de la déformation. De ce fait, les calculs faits lors de la réalisation de la deuxième tâche ne conviennent plus et d'autres calculs sont effectués. Cependant, à la fin du projet les étudiants reviennent aux lames rectangulaires assurant que les triangulaires ne permettent pas un choix de jauge compatible avec les contraintes. Lors de la soutenance, l'expert qui est membre du jury met en évidence que cette affirmation résulte d'erreurs dans les calculs effectués pour les lames triangulaires.

Pour identifier et analyser les praxéologies associées à la réalisation de ces différentes tâches et leur évolution au cours du projet, nous nous appuyons sur les rapports intermédiaire et final<sup>47</sup>, les entretiens menés dans la deuxième phase du projet et le décryptage de la vidéo de la soutenance orale du projet. Mais auparavant, vu la distance entre les praxéologies mises en place par les étudiants et les praxéologies professionnelles associées à ce type de tâche, nous décrivons une solution experte du problème posé.

## II.3 Solution professionnelle experte

### II.3.1 Etude des lames et capteurs à jauge extensométriques

La solution experte professionnelle du problème posé n'emprunte pas le cheminement suivi par les étudiants. Elle consiste d'abord en une estimation de l'ordre de grandeur des efforts de portance et de traînée qui doivent être mesurés. Cette estimation s'appuie sur les formules donnant ces deux efforts. Ces formules, classiques en aérodynamique, sont les suivantes :

$$\text{Portance} = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot C_z \cdot V^2$$

$$\text{Traînée} = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot C_x \cdot V^2$$

où  $\rho$  correspond à la densité de l'air,  $S$  à l'aire de la structure,  $V$  à la vitesse de l'air dans la soufflerie. Le  $C_z$  maximum pour ce type de structure et des incidences réalistes est estimé à 2 et le  $C_x$  à 0,1. L'aire de la structure est de l'ordre de 3,5 dm<sup>2</sup>, la structure étant approchée par

<sup>47</sup> Le rapport final est réalisé à la demande expresse du « client-tuteur » de cette équipe.

un rectangle de 25cm x 14cm. La vitesse dans la soufflerie est comprise entre 14m/s et 18m/s. Enfin la densité de l'air est approchée par 1,3.

On en déduit un ordre de grandeur pour les deux forces : entre 9N et 15N pour la portance, entre 0,4N et 0,8N pour la traînée.

( $\frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot V^2$  : 4,5 et 7,4)

L'expert utilise ensuite les formules connues donnant les valeurs des déformations unitaires pour des lames rectangulaires et triangulaires. Ces formules, classiques en résistance des matériaux, sont les suivantes :

- Pour une lame rectangulaire en flexion, la déformation unitaire longitudinale  $\epsilon_x$  est égale à  $6Fl/Ebh^2$ ,  $F$  étant la force appliquée,  $l$  la distance entre le point où la déformation est mesurée et le point d'application de la force,  $E$  le module de Young du matériau,  $b$  la largeur de la lame et  $h$  son épaisseur.
- Pour une lame triangulaire en flexion (en fait il y a alors isoflexion), le rapport  $l/b$  est constant, les triangles étant semblables (figure 18) et la valeur de  $\epsilon_x$  est égale à :  $6FL/Ebh^2$  quel que soit le point de collage de la jauge sur l'axe de la lame,  $L$  étant la distance entre le point d'application de la force et l'encastrement, c'est-à-dire la hauteur du triangle isocèle associé à la lame et  $b$  la largeur de la lame à l'encastrement.

Pour les jauges, la limite d'utilisation usuelle correspond à un  $\epsilon_x$  de l'ordre de  $10^{-3}$  et l'on essaie d'atteindre cette limite d'utilisation. On cherchera donc à s'approcher de la situation où  $6FL/Ebh^2 = 10^{-3}$  pour les maxima estimés de portance et de traînée.

Pour l'acier, le module de Young est de 21000kg/mm<sup>2</sup> et pour l'aluminium il est de 7000kg/mm<sup>2</sup>. On aura donc suivant le matériau utilisé deux équations différentes à satisfaire approximativement.

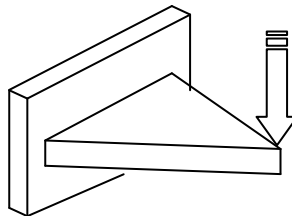


Figure18. Lames en triangle.

Si l'on considère les estimations faites pour la portance et la traînée, on arrive aux conditions suivantes :

Avec l'acier, pour la portance :

$$90 L/210000bh^2 \approx 10^{-3}$$

soit :  $90 L/210bh^2 \approx 1$

ou :  $bh^2/L \approx 9/21$  soit approximativement : 0,4

Pour la traînée :

$$bh^2/L \approx 4,8/210 \text{ soit approximativement : } 0,02$$

Avec l'aluminium, pour la portance :

$$bh^2/L \approx 9/7 \text{ soit approximativement : } 1,3$$

et, pour la traînée :

$$bh^2/L \approx 4,8/70 \text{ soit approximativement : } 0,07$$

Il reste alors à choisir b, h et L en prenant en compte le fait que L est de l'ordre du dm, b de l'ordre du cm et h de l'ordre du mm. Pour une épaisseur h de l'ordre du mm, on voit que le choix d'une lame en acier est peu approprié pour la traînée puisqu'il conduit à un rapport b/L de l'ordre de 0.02, donc à une largeur trop faible.

D'autre part, la contrainte principale  $\sigma_x$  est reliée à  $\epsilon_x$  par la relation :  $\sigma_x = E \cdot \epsilon_x$  d'où une contrainte maximale de 21kg pour l'acier et de 7kg pour l'aluminium. Pour être sûr de rester dans les limites d'élasticité du matériau, on se fixe un coefficient de sécurité par rapport à cette valeur qui influera sur le choix du matériau. On choisira par exemple un acier acceptant une contrainte d'une centaine de kg, c'est-à-dire un acier spécial.

L'expert, pour ces données concernant les capteurs à jauges extensométriques, s'appuie sur un ouvrage spécialisé peu diffusé et ancien. Il a fourni les informations aux étudiants lorsqu'ils sont venus lui présenter les premiers calculs qui seront détaillés ensuite et c'est à ce moment qu'il leur a également suggéré l'utilisation de lames triangulaires en leur expliquant que, dans ce cas, le rapport l/b était constant.

Par ailleurs, la vitesse de l'air dans la gaine est déterminée de la façon suivante :

### II.3.2 Détermination de la vitesse dans la gaine

Pour mesurer la vitesse de l'air dans la gaine, le groupe ayant travaillé l'année précédente a utilisé un tube de Pitot couplé avec un manomètre à eau. Le tube de Pitot est un dispositif comportant deux prises d'air, l'une face à l'écoulement d'air et l'autre en surface. La première est soumise à la somme des pressions statique et dynamique tandis que la seconde est soumise à la seule pression statique. Le dispositif permet de faire la différence des deux pressions et c'est donc la pression dynamique égale à  $1/2 \rho_{\text{air}} \cdot V^2$  qui est mesurée à l'aide du manomètre à eau.

On obtient donc :  $1/2 \rho_{\text{air}} \cdot V^2 = \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot \Delta h$ ,  $\Delta h$  étant la hauteur de la colonne d'eau.

$$\text{D'où la valeur de } V : V = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot \Delta h}{\rho_{\text{air}}}}$$

### II.3.3 Caractéristiques de la solution experte

Cette démarche de l'expert nous montre une praxéologie qui est centrée sur le dimensionnement de la lame et le choix de matériau associé. La technique s'appuie sur une formule classique de résistance des matériaux et l'imposition d'une condition visant à optimiser l'utilisation des jauges extensométriques. On arrive ainsi à une égalité dépendant de cinq variables à satisfaire de façon approchée. En fait, anticipant sur cette égalité, l'expert fait d'abord une estimation des intervalles pour les forces de traînée et de portance basée sur des formules classiques d'aérodynamique et des valeurs raisonnables des paramètres y intervenant, mémorisées. On notera que les calculs sont simplifiés à l'extrême pour pouvoir être effectués quasiment mentalement. Cette estimation étant faite la résolution approchée de l'équation

associée à l'égalité prend le relais sous deux formes distinctes, suivant le matériau choisi, ce qui permet de se ramener uniquement à trois variables homogènes : celles associées aux dimensions de la lame. La résolution, c'est-à-dire le choix des trois dimensions, est effectuée en raisonnant sur leurs ordres de grandeur respectifs et leurs implications vu la nature des dépendances en jeu dans la formule. Enfin, bien que deux géométries de lame conduisent à la même formule, l'expert en privilégie une. Il est intéressant de souligner que la propriété invoquée : constance du rapport  $l/b$ , est une conséquence directe du théorème de Thalès. Pour ce qui concerne ensuite la détermination de la vitesse dans la gaine, là encore le calcul semble pour l'expert complètement routinier.

Les techniques utilisées mettent donc en jeu des formules mémorisées, des valeurs connues pour un certain nombre de grandeurs, des critères de choix hiérarchisés par des savoirs issus de la pratique qui permettent de guider les calculs, et en particulier de gérer de façon optimale la multiplicité des variables en jeu, des techniques de calcul approché qui exploitent la structure des formules utilisées et le jeu sur les unités. Dans le discours technologique, les fonctions de description et de motivation sont privilégiées. Les formules apparaissent comme des objets complètement naturalisés et la question de leur validation ne se pose pas, pas plus que celle des valeurs proposées pour les paramètres. Ce qui semble essentiel à l'efficacité des praxéologies mises en œuvre, c'est la mise en relation particulièrement performante entre ces formules et les contraintes de la pratique qui, elles, sont clairement explicitées. On retrouve bien là une caractéristique soulignée par Bissel (2002) (cf. chapitre II, p.38).

Venons-en maintenant à l'analyse des praxéologies développées par les étudiants pour ces mêmes tâches.

## II.4 Solutions réalisés par les étudiants

### II.4.1 Détermination de la vitesse

*Type de tâche 1 : Détermination de la vitesse*

*Technique concernant le type de tâche 1*

Le dispositif de mesure ayant été mis au point dans le cadre d'un projet développé l'année précédente, les étudiants ont eu à comprendre la technique utilisée et à refaire les mesures. La technique utilisée est décrite dans le rapport intermédiaire de la manière suivante :

« La mesure de la vitesse d'un écoulement à l'aide du tube de Pitot est une application de la relation de Bernoulli. Dans un écoulement stationnaire d'un fluide parfait incompressible, le long d'une ligne de courant et sans perte d'énergie, la quantité :

E cinétique + E pression + E potentielle = Cste

$$\frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot V^2 + P + \rho_{air} \cdot g \cdot Z = Cste$$

Le tube de Pitot comporte deux prises de pressions : une face à l'écoulement (la pression dynamique  $P_d$ ) l'autre, perpendiculaire à l'écoulement (pression statique  $P_s$ ). Pour une ligne de courant horizontale, ou pour de l'air dont le poids peut être négligé, on a pour la ligne de courant qui arrive sur la face à l'écoulement :

$$\frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot V^2 + P_s = P_d$$

La vitesse de l'écoulement est alors donnée par :  $V = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho_{air}}}$

Nous avons exprimé la vitesse en fonction de la différence de pression. Il faut maintenant exprimer la différence de pression ( $\Delta P$ ) en fonction de la différence de hauteur ( $\Delta h$ ).

Avec la conservation de volume, on sait que :  $\Delta p = \rho_{eau} \cdot g \cdot \Delta h$

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho_{eau} \cdot g \cdot \Delta h}{\rho_{air}}}$$

Relation directe  $V = f(\Delta h)$  en mm :  $V = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho_{eau} \cdot g \cdot 10^{-3}}{\rho_{air}}} \cdot \sqrt{\Delta h}$

Avec :

$\rho_{air} = 1.25 \text{ Kg/m}^3$  ;  $\rho_{eau} = 1000 \text{ Kg/m}^3$  ;  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  ; on obtient :

$$V \text{ (m/s)} = 4 \sqrt{\Delta h}$$

Sur le manomètre différentiel à eau on mesure :

Présence du filtre :  $\Delta h = 12 \text{ mm} \longrightarrow V_{max} = 13.8 \text{ m/s}$

Absence du filtre :  $\Delta h = 20 \text{ mm} \longrightarrow V_{max} = 17.8 \text{ m/s}$  » (Rapport intermédiaire, pp.8-9)

### *Technique et technologie concernant le type de tâche 1*

Découpons la technique en deux parties : la première partie concerne alors la détermination de la vitesse en fonction de la différence de pression et la deuxième la détermination de la vitesse en fonction de la différence de hauteur.

Pour la première partie, les étudiants développent une démarche déductive, cherchant à relier pressions et vitesse en appliquant la relation de Bernoulli. Les hypothèses permettant d'établir cette relation sont précisées : fluide parfait et incompressible, régime stationnaire. La relation de Bernoulli est d'abord exprimée sous forme de conservation de l'énergie, puis en termes de pression,  $P$  désignant alors la pression statique. La mise en relation de ces égalités avec le dispositif de Pitot est, plus problématique, même si ce dispositif est présenté dans les cours de dynamique des fluides comme une application classique de la relation de Bernoulli. En effet l'égalité écrite, en considérant de façon justifiée qu'il n'y a pas de variation de pression due à une variation de hauteur, est :



$\frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot V^2 + P_s = P_d$ ,  $P_s$  désignant la pression statique et  $P_d$  la pression dynamique, alors que la pression dynamique est égale justement à  $\frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot V^2$ .

De plus, on ne voit pas comment cette égalité pourrait être cohérente avec la description faite du dispositif : « Le tube de Pitot comporte deux prises de pressions : une face à l'écoulement (la pression dynamique  $P_d$ ) l'autre, perpendiculaire à l'écoulement (pression statique  $P_s$ ) », qui, elle-même ne correspond pas à la description du principe de fonctionnement du dispositif faite par l'expert pour lequel la première prise d'air est soumise à la somme des pressions statiques et dynamiques.

L'effort visible fait par les étudiants pour construire un discours technologique légitimant la formule utilisée ne semble donc pas convaincant. Interrogés sur les ressources utilisées pour construire ce discours, ils disent avoir utilisé Wikipedia.

La consultation de l'article « Tube de Pitot » de Wikipedia montre effectivement une référence explicite au théorème de Bernoulli mais sans le citer précisément. Cette référence à Bernoulli est insérée dans un discours qui manque pour le moins de clarté et ne se raccorde pas de façon évidente aux descriptions précédentes :

« Il est constitué de deux tubes coudés concentriques dont les orifices, en communication avec le fluide dont on veut mesurer la vitesse, sont disposés de façon particulière.

L'un, placé orthogonalement, a une vitesse relative  $v$  égale à la vitesse du fluide et une *pression statique*  $p_s$  égale à la pression ambiante.

L'autre, placé dans le sens de l'écoulement, a une vitesse relative nulle et une *pression totale*  $p_t$ , somme de la *pression dynamique* et de la *pression statique*.

La différence entre ces pressions donne la vitesse air de laquelle on peut déduire la vitesse sol, ces deux paramètres étant des informations primordiales pour le pilote qui en a besoin pour calculer son déplacement dans l'espace (navigation) et la consommation de son véhicule.

Il suffit alors d'appliquer le théorème de Bernoulli en négligeant le terme  $z$  pour avoir une relation directe entre la vitesse et la pression dynamique  $p_t - p_s$  que l'on mesure avec un capteur de pression ou un simple manomètre. »

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + p_s = 0 + p_t$$

d'où

$$v^2 = \frac{2(p_t - p_s)}{\rho}$$

$v$  = vitesse

$p$  = pression dans la conduite ( $p_s$  est la pression statique,  $p_t$  est la pression totale)

$\rho$  = masse volumique du fluide

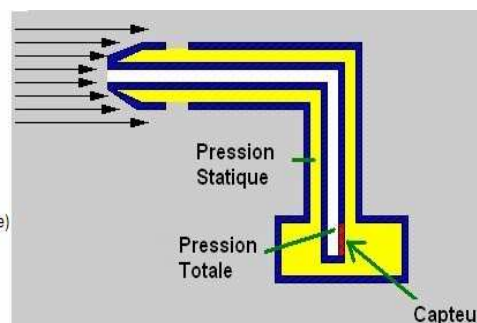


Figure 19. Tube de Pitot (source Wikipedia).

En fait, la mise en relation peut s'effectuer de la façon suivante : si A désigne la prise d'air face à l'écoulement et B celle dans le sens de l'écoulement, en A point d'arrêt de l'écoulement la vitesse est nulle, en B la vitesse est celle de l'écoulement d'air et la pression, la pression statique de l'air  $P_s$ . La relation de Bernoulli se traduit donc par l'égalité :

$$P_A = P_s + \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot V^2.$$

Quel a été le travail technologique réel des étudiants dans ce contexte ? Les entretiens menés nous en montrent certaines caractéristiques intéressantes.

Lorsque les étudiants expliquent avoir utilisé Wikipedia (au moment de cet entretien, nous n'avions pas nous-même encore consulté ce site) et non des documents universitaires, nous leur demandons s'ils ont cherché à vérifier et valider l'information fournie. Un des étudiants (E4) souligne que, effectivement, cette information nécessite d'être vérifiée et pour lui, le moyen de le faire, semble être de croiser plusieurs sources. Cependant, il ne précise pas comment il l'a fait effectivement dans ce cas, avec quelles sources, et il semble peu probable que le groupe ait mis en place à travers ce croisement une dialectique des médias et des milieux au sens de Chevallard. (Chevallard, 2007)

« **E4** : C'est vrai que sur wikipédia tout le monde peut écrire mais d'un autre côté n'importe qui peut faire un site Internet sur n'importe quel autre sujet et marquer n'importe quoi, il n'y a pas que wikipédia qu'il faut vérifier. Normalement, c'est toutes les données Internet qu'il faut vérifier ; tout le monde peut se planter et marquer n'importe quoi sur Internet.

*Comment savez-vous que cette information est fiable ?*

**E4** : On a fait un recoupement d'information dans d'autres sources.

**E1** : Et aussi par rapport à ce qui a été fait l'année dernière » (Explication orale des étudiants lors de l'entretien sur la base de rapport intermédiaire, phase 2)

Comme l'indique la fin de cette citation, un autre étudiant (E1) fait référence au travail effectué l'année précédente (référence au projet réalisé en 2004-2005 sur le même sujet). La cohérence avec ce travail, qui a été lui-même validé, assure pour lui la légitimité de la technique. Les différences existant entre la formule donnée dans Wikipedia et celle écrite par les étudiants, le fait notamment que la pression dynamique  $P_d$  se soit substituée à la pression totale  $P_t$ , n'est pas évoqué dans l'entretien. On peut penser que, pour les étudiants, le but poursuivi de relier la vitesse de l'écoulement d'air à une différence de pression est atteint, cette différence étant naturellement celle des deux pressions identifiées : la pression dynamique et la pression statique. Il a été de plus atteint en se référant à une loi de l'hydrodynamique et le contrat didactique peut être considéré comme satisfait.

La seconde partie du calcul permet de relier cette vitesse à la variation de hauteur d'eau mesurée dans le manomètre. Lors de l'entretien, nous demandons aux étudiants de nous expliquer à quoi correspond ce calcul et en particulier la référence faite à la conservation du volume qui apparaît comme un élément technologique fondant la légitimité du calcul :

« Avec la conservation de volume, on sait que :  $\Delta p = \rho_{eau} \cdot g \cdot \Delta h$

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho_{eau} \cdot g \cdot \Delta h}{\rho_{air}}} \gg$$

La réponse, d'abord donnée par E1, fait de façon surprenante, référence au théorème de Bernouilli et à l'hypothèse de conservation des volumes qui lui est associée :

« **E1** c'est les hypothèses sur la loi, cela veut dire que dans le théorème de Bernouilli il y a des hypothèses de fonctionnement et qui permettent justement la simplification du calcul et de déterminer cette vitesse-là. C'est-à-dire que si on n'a pas la conservation du volume ça peut arriver que ce soit plus compliqué pour déterminer la vitesse. » (Explication orale de l'étudiants lors de l'entretien sur la base du rapport intermédiaire, phase 2)

Elle est renforcée par une contribution de E2 :

« **E2** c'est l'air qui rentre dans l'entrée de la soufflerie, c'est la même quantité d'air que sur un mètre cube par exemple, c'est la même quantité d'air qui va sortir derrière c'est cela la conservation du volume. C'est les hypothèses des fluides. » (Explication orale de l'étudiant lors de l'entretien sur la base de rapport intermédiaire, phase 2)

E3 va ensuite revenir sur cette explication, en posant la question de la conservation de volume en jeu : celle de l'air ou de l'eau ?

« **E3** et pour la conservation du volume, je crois qu'il s'est trompé tout à l'heure (E2), mais c'est la conservation de volume d'eau

**E2** C'est de l'eau ? Ah oui ?

**E3** oui, parce que si on met une certaine quantité d'eau et ici, cela va être à pression donc ça va se décaler et en fait, on a la concentration du volume d'eau voilà on va utiliser ça.

**E1** donc il ne s'est pas trompé, je suis désolé

**E2** c'était un exemple monsieur » (Explication orale des étudiants lors de l'entretien sur la base de rapport intermédiaire, phase 2)

On voit donc les étudiants pris dans une certaine confusion entre deux dispositifs : le dispositif du Pitot dont l'analyse relève de la mécanique des fluides et se base sur l'hypothèse d'écoulement stationnaire isovolume d'un fluide parfait qui a conduit à la première formule d'une part, le dispositif du manomètre à eau qui permet de mesurer la différence de pression d'autre part. On notera d'ailleurs que le schéma du Pitot qui est fourni à la page 8 (ici figure 2) du rapport intermédiaire en regard de l'expression de la relation de Bernouilli entretient la confusion. Le Pitot n'est pas différencié du manomètre et une flèche « Liquide » pointe vers l'intérieur du tube de Pitot.

Cette discussion confuse entre les étudiants, nous conduit à leur demander si il n'y avait pas une autre technique disponible pour déterminer la vitesse. Le premier étudiant à répondre (E3) dit que non et valide la technique mise en place, en assurant que dans toutes les recherches faites sur Internet, ils ont abouti aux mêmes formules. Ceci semble donc confirmer que les étudiants ont utilisé diverses sources Internet et non la seule source Wikipedia pour s'assurer que leurs formules étaient correctes. Mais, comme E3 le souligne bien, ces sources Internet sont des sources lacunaires, les formules y sont données mais elles n'y sont pas établies et un réel travail d'ordre technologique est resté à leur charge :

« **E3** Non, non et celle-là on a trouvé cette formule-là dans les recherches sur Internet. Vous avez toujours celle-ci (référence à la formule  $\frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot V^2 + P_s = P_d$  de leur rapport) et vous

avez celle-là (référence à  $v = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho_{eau} \cdot g \cdot 10^{-3}}{\rho_{air}}} \cdot \sqrt{\Delta h}$ ) qui est donnée, après par contre toute la

partie démonstration, ça c'est nous qui avons fait les calculs... donc on est obligé de passer par là, parce que dans notre système on a de l'air qui rentre ici, on a de l'air en dessous, on a aussi de l'eau ici dans le tube... » (Explication orale de l'étudiant lors de l'entretien sur la base de rapport intermédiaire, phase 2)

« E2 en fait l'eau, elle va monter d'un côté à cause des différences de pression, provoqué par la vitesse de l'air donc c'est comme ça que on va...par exemple... justement... la tâche c'est la différence entre  $h_1$  et  $h_2$  de 1cm ou 2cm ou n'importe quoi et on calcule la vitesse avec ça » (Explication orale de l'étudiant lors de l'entretien sur la base de rapport intermédiaire, phase 2)

La comparaison avec le travail de l'expert met ici bien en évidence la différence de contrat. Là où l'expert posait directement des formules, les étudiants se sentent obligés de reconstruire un discours technologique permettant de les justifier faisant intervenir la fonction de validation de ce discours. Pour cela, ils mobilisent comme c'était prévisible la relation de Bernoulli et des formules reliant vitesse et pression, pression et différence de hauteur. Il s'agit de trouver les moyens de dériver des formules dont l'exactitude et l'adaptation à la situation donnée ne fait pour eux aucun doute vu qu'on les retrouve partout, tout en essayant de donner un sens au dispositif élaboré par leurs prédécesseurs : tube de Pitot et manomètre à eau. Les calculs sont simples sur le plan mathématique, mais reconstruire cette cohérence n'est pas pour autant évidente et les extraits d'entretien nous montrent bien les difficultés qu'ils rencontrent et ne surmontent pas de façon satisfaisante. Il y a la volonté évidente d'entrer dans un discours justificatif sans doute pour des raisons de contrat didactique mais qui n'aboutit pas à une validation satisfaisante faute d'une réelle compréhension de la physique des phénomènes. Si l'on compare avec le discours de l'expert on voit un basculement du discours technologique des fonctions de description et motivation aux fonctions de description et validation qui exprime clairement des différences de position institutionnelle.

Nous allons analyser maintenant la réalisation de la tâche portant sur le dimensionnement des lames rectangulaires.

#### II.4.2 Dimensionnement de lames rectangulaires

##### *Type de tâche 2 : Dimensionnement de lames en rectangle*

Le dimensionnement de lames est une sous-tâche de la tâche concernant l'étude de ce que les étudiants ont appelé des « lames ressorts ». Ces dernières sont des composants, comme nous l'avons expliqué en présentant la solution experte, du système de mesure d'efforts étudié (cf. schéma associé (figure 20)). Le système lui-même est décrit dans le rapport final de la manière suivante :

« Lorsque la soufflerie est en fonctionnement, elle aspire de l'air, cet air circule dans le corps de la soufflerie jusqu'à parcourir la veine d'étude. La veine d'étude est située entre l'entrée de l'air et le moteur aspirant. A l'intérieur de celle-ci est tenu un profil. Dans notre cas il s'agit d'un profil d'aile.

En fonction de l'angle d'attaque choisi, réglé grâce à un rapporteur intégré, les efforts transmis sont plus ou moins importants.

Comme nous le savons, il s'agit de la portance ainsi que de la traînée. Pour pouvoir mesurer chacun des efforts, il est important de les « découpler ». Dans notre solution proposée, l'effort

de portance est transmis verticalement, la traînée, elle, est transmise horizontalement. Le découplage est réussi grâce aux glissières placées dans la structure. Le déplacement engendre alors un déplacement. Ce dernier est lui directement transmis sur les lamelles. Nous reste uniquement, alors, à « récupérer » l'information.

En effet, il apparaît de manière assez explicite, que les efforts de portance et de traînée vont être mesurés via un déplacement. On remarque également que les efforts sont découplés. » (Rapport final, p.15)

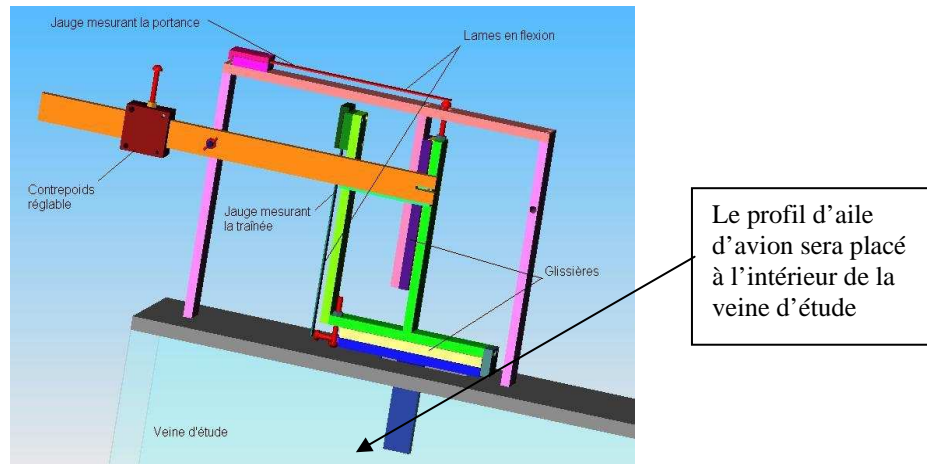


Figure 20. Schéma du système de mesures d'efforts.

Dans cette description, après explication du système mis en place pour découpler les efforts, le fonctionnement du système est décrit de façon floue en terme de déplacement. En fait, l'aile est maintenue par les lames et les efforts de portance s'exercent donc sur les lames, provoquant une flexion de ces dernières qui va être mesurée par des capteurs à jauges extensométriques.

Dans le rapport final sont précisés la forme des lames (figure 22), le schéma associé indiquant la force  $F$  appliquée (figure 21) et la tâche que les étudiants se donnent : « Dans ce système de mesure de déplacement par ressort, nous chercherons donc à maximiser la flèche afin d'avoir une grande plage de mesure d'efforts ».

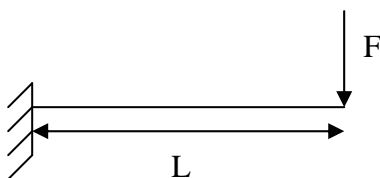


Figure 21. Schéma associé à la géométrie des lames.

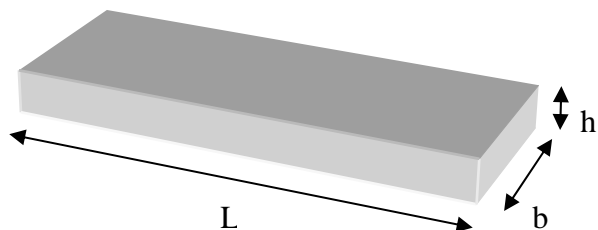


Figure 22. Géométrie des lames

On note dès à présent un décalage évident avec la technique experte qui ne se donne pas le même but. Il ne s'agit pas en effet pour l'expert interviewé de maximiser la flèche, une flexion importante des lames ayant des effets sur l'incidence du profil d'aile que les lames tiennent et rendant donc problématique la mesure effectuée (le but est de mesurer les efforts

de portance et de traînée en fonction de l'incidence) mais de déterminer une flexion unitaire longitudinale permettant d'exploiter au mieux les caractéristiques des jauges extensométriques utilisées.

La stratégie développée par les étudiants nous conduit, elle, pour analyser cette tâche, à la découper en trois sous-tâches :

**Sous-tâche 2.1** obtention de la formule de la flèche

**Sous-tâche 2.2** obtention de la formule de la contrainte maximale en flexion

**Sous-tâche 2.3** détermination des dimensions

Nous présentons dans ce qui suit l'analyse de ces trois sous-tâches.

### Sous-tâche 2.1 Obtention de la formule de la flèche

La technique utilisée par les étudiants consiste à retrouver cette formule à partir de l'équation différentielle fondamentale de la flexion en résistance des matériaux. Considérons le repère suivant (figure 23) :

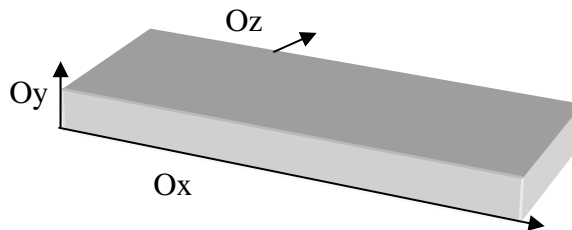


Figure 23. Schéma de lame rectangulaire.

(Ox) est alors l'axe longitudinal de la lame, (Oz) son axe transversal et (Oy) la direction de force exercée sur la lame. L'équation fondamentale qui exprime la flexion au point x sur l'axe longitudinal de la lame est :  $y'' = M/EI_z$ , où M est le moment de flexion au point considéré, E le module de Young du matériau et  $I_z$  le moment quadratique de la surface de section  $S_x$  par rapport à l'axe parallèle à Oz passant par le centre de la section. On détermine la solution satisfaisant les conditions initiales  $y'(0) = y(0) = 0$  qui résultent de l'encastrement de la lame dans le plan d'équation  $x=0$ .

Dans le cas d'une lame en rectangle de longueur L, de largeur b et d'épaisseur h, le moment quadratique  $I_z$  est constant. Il est en effet égal à l'intégrale  $\iint y^2 dydz$ , l'intégrale étant prise

sur la surface  $S_x$ , et on obtient  $\left[ \frac{by^3}{3} \right]_{-h/2}^{h/2} = \frac{bh^3}{12}$ . Si une force F est appliquée à l'extrémité de

la lame, le moment de flexion au point d'abscisse x est égal à  $F(L-x)$ .

La résolution de l'équation différentielle se ramène alors au calcul successif de deux primitives pour aboutir à l'expression de la flèche au point d'application de la force à l'extrémité de la lame :  $y = \frac{FL^3}{3EI_z}$

### Technique concernant la sous-tâche 2.1

La technique apparaît dans les rapports intermédiaire et final de la manière suivante<sup>48</sup> :

« En partant de la formule de la flèche suivante :  $EI_z y'' = Mflz$

En intégrant cette formule on obtient la formule de la flèche suivante :

$$y'' = \frac{Mflz}{EI_z} \quad \text{avec } Mflz = F(L-x)$$

$$y'' = \frac{F(L-x)}{EI_z} \quad \begin{array}{l} E = \text{module d'Young du matériau} \\ I_z = bh^3/12 \quad (\text{moment quadratique}) \end{array}$$

$$y' = \frac{FLx}{EI_z} - \frac{Fx^2}{2EI_z} + C_1 \quad \text{détermination de } C_1 \text{ et } C_2 :$$

$$y = \frac{FLx^2}{2EI_z} - \frac{Fx^3}{6EI_z} + C_1x + C_2 \quad \text{les conditions aux limites nous donnent :}$$

En  $x = 0 \Leftrightarrow y' = 0$  et donc  $C_1 = 0$   
de même en  $x = 0 \Leftrightarrow y = 0$  et donc  $C_2 = 0$

Nous avons donc la formule de la flèche en  $x = L$  :

$$y = \frac{FL^3}{3EI_z} \quad \text{pour le cas d'une lamelle en flexion simple comme modélisée ci-dessus.} \quad \text{» (Rapport final, p.18)}$$

On voit donc que les étudiants ne se contentent pas de donner l'expression de la flèche comme le ferait sans doute un professionnel mais détaillent soigneusement ces calculs, classiques en résistance des matériaux, sans préciser cependant le repère, ni re-calculer la valeur de  $I_z$ . Malheureusement, ils n'ont pas choisi les conventions usuelles utilisées ci-dessus mais noté  $h$  la largeur et  $b$  l'épaisseur ; leur expression de  $I_z$  intervertissant  $b$  et  $h$  est donc erronée. La volonté « démonstrative » pour reprendre le discours des étudiants cité plus haut se manifeste également dans l'utilisation des signes d'équivalence logique dans l'expression

<sup>48</sup> Ici on a reproduit la technique développée par les étudiants dans le rapport intermédiaire. On note que dans le terme  $I_z$ , le  $z$  apparaît parfois en indice parfois non, les deux notations  $I_z$  et  $I_z$  représentent le moment quadratique.

des conditions initiales, même si elle est ici complètement inutile (une virgule ferait parfaitement l'affaire) et conduit même à une utilisation abusive de ce symbole.

### Sous-tâche 2.2 Obtention de la formule de la contrainte maximale en flexion

Les étudiants cherchent ensuite à calculer la valeur de la contrainte maximale en flexion dans la lame, en s'appuyant sur la formule de la flèche obtenue et une autre formule fondamentale en résistance des matériaux reliant en tout point la contrainte longitudinale  $\sigma$  à  $y$ ,  $\sigma = My/I_z$ .

#### Technique concernant la sous-tâche 2.2

La technique utilisée diffère entre le rapport intermédiaire et le rapport final, suite aux remarques de l'expert. Nous les présentons successivement.

Dans le rapport intermédiaire, les étudiants veulent déterminer l'allongement  $\Delta l$  qu'ils se proposent de mesurer avec les jauges extensométriques. Pour exprimer cet allongement, ils partent de la formule de la contrainte maximale :  $\sigma_m = \frac{MFl_z}{I_z} \times y_{\max}$  (1) et proposent la succession de calculs suivante, en utilisant la relation entre  $\sigma$  et  $\varepsilon$  mentionnée dans la solution experte :

$$\ll \sigma_m = \frac{MFl_z}{I_z} \times y_{\max}$$

de plus on sait que :

$$\sigma = E\varepsilon \text{ et } \varepsilon = \frac{\Delta l}{L} \text{ et } y_{\max} = b/2$$

$$\text{d'où } \varepsilon = \frac{\Delta l}{L} = \frac{\sigma}{E} = \frac{FLb}{2EI_z} \Leftrightarrow \Delta l = \frac{FL^2b}{2EI_z} \gg (\text{Rapport intermédiaire, p.13})$$

Cette succession de calculs est difficilement compréhensible. Il semble d'abord qu'il faille comprendre le  $MFl_z$  du numérateur de  $\sigma_m$  comme le moment maximum soit  $FL$ . La déformation longitudinale unitaire est exprimée comme  $\Delta l/L$ ,  $L$  étant la longueur de la lame entière, ce qui conduit à une expression de  $\Delta l$  bizarrement indépendante de  $l$ .

Cette formule déterminant  $\Delta l$  ne figure plus dans le rapport final où  $b$  correspond à la largeur et  $h$  à l'épaisseur, à sa place ce sont la flèche  $y$  et la largeur  $b$  qui sont déterminées en fonction de  $\sigma$ .

Nous pouvons dire que la technique mise en œuvre est alors composée de quatre parties :

1. remplacement de  $I_z$  dans l'expression de la flèche  $\frac{4FL^3}{3EI_z}$  pour obtenir :  $\frac{4FL^3}{Ebh^3}$
2. remplacement de paramètres et simplification de la formule de la contrainte maximale  $\sigma_m = \frac{Mfl_z}{I_z} \times y_{\max}$  pour obtenir celle-ci :  $\sigma = \frac{6FL}{bh^2}$
3. à partir de deux formules précédentes détermination de la flèche en fonction de  $\sigma$ ,  

$$y = \frac{2L^2\sigma_m}{3Eh}$$



4. détermination de la formule pour la largeur  $b$ ,  $b = \frac{6FL}{h^2 \sigma_m}$

### **PARTIE 1**

« Pour la suite des calculs, nous utiliserons donc  $y = \frac{FL^3}{3EI_z}$

$$\text{Avec } I_z = bh^3/12 \text{ on arrive à : } y = \frac{12FL^3}{3Ebh^3} = \frac{4FL^3}{Ebh^3} \iff y = \frac{4FL^3}{Ebh^3}$$

De même, pour calculer la valeur de la contrainte maximale en flexion dans la lamelle nous utiliserons :

$$\sigma_m = \frac{MFl_z}{I_z} \times y_{\max} \text{ avec ici } y_{\max} = \frac{h}{2}, MFl_z = FL \text{ et } I_z = \frac{bh^3}{12} \gg$$

### **PARTIE 2**

« Nous obtenons donc :

$$\sigma_m = \frac{MFl_z}{I_z} \times y_{\max} = \frac{12MFl_z h}{2bh^3} = \frac{12FLh}{2bh^3}$$

$$\text{d'où } \sigma_m = \frac{6FL}{bh^2} \gg$$

### **PARTIE 3**

« Nous avons donc les deux équations suivantes :

$$\sigma_m = \frac{6FL}{bh^2} \text{ et } y = \frac{4FL^3}{Ebh^3}$$

On remarque que :

$$y = \frac{4L^2}{Eh} \times \frac{FL}{bh^2} \text{ et } \frac{FL}{bh^2} = \frac{\sigma_m}{6} \iff y = \frac{4L^2}{Eh} \times \frac{\sigma_m}{6}$$

Nous avons alors :

$$y = \frac{2L^2 \sigma_m}{3Eh} \gg$$

### **PARTIE 4**

« D'autre part on a :  $y = \frac{4FL^3}{Ebh^3} \iff b = \frac{4FL^3}{Eyh^3}$  avec  $y = \frac{2L^2 \sigma_m}{3Eh}$  on obtient :

$$b = \frac{4FL^3}{Eh^3} \times \frac{3Eh}{2L^2\sigma_m} = \frac{12FL^3Eh}{2Eh^3L^2\sigma_m} = \frac{6FL}{h^2\sigma_m}.$$

Au final nous aurons donc :

$$y = \frac{2L^2\sigma_m}{3Eh} \text{ et } b = \frac{6FL}{h^2\sigma_m} \gg (\text{Rapport final, pp.18-19})$$

Cette fois, la formule obtenue pour  $\sigma$  est bien celle donnée dans les formulaires techniques, le choix est fait de fixer  $y_{\max}$  à  $h/2$ , la moitié de la hauteur de la lame, n'est toujours pas justifié mais les calculs qui sont effectués ensuite sont corrects même si nous n'en comprenons pas la finalité. En quoi le fait d'exprimer la flèche et la largeur de la lame en fonction de  $\sigma_m$  fait-il avancer la résolution du problème posé ? On notera de nouveau la surcharge logique avec les grosses flèches d'équivalence.

### *Technologie concernant les sous-tâches 2.1 et 2.2*

Nous allons analyser simultanément la technologie pour les sous-tâches 2.1 et 2.2, car elles sont similaires. Afin de montrer l'évolution des éléments technologiques, nous allons considérer d'abord le rapport intermédiaire et le premier entretien mené sur la base de ce rapport et ensuite le rapport final. Dans le rapport intermédiaire, il y a des bribes de justifications pour cette technique. Par exemple, le choix de celle-ci est justifié en soulignant que le phénomène à étudier est celui des lames en flexion. Lors de l'entretien, les étudiants mettent en évidence que la tâche est une tâche classique de résistance des matériaux et que la technique utilisée a été rendue disponible par cet enseignement :

« **E2** Alors ça c'est la formule de l'équation de la flèche qu'on apprend au cours de matériaux pour la flexion simple

**E4** c'est un peu l'algorithme il y a pas trop à justifier en fait

**E2** il n'y a pas à justifier

**E3** c'est rien de compliqué, c'est purement la résistance de matériaux c'est vraiment un cas classique de flexion simple

**E4** cela reste comparable à ce qu'on a fait en TD, c'est une poutre, on a des formules... »

(Explication orale des étudiants lors de l'entretien sur la base de rapport intermédiaire, phase 2)

La technique utilisée est très proche de celle utilisée en TD de résistance de matériaux. Ceci nous conduit à nous demander, vu le décalage avec la stratégie de l'expert, si le calcul de la flèche soigneusement effectué n'a pas été mené parce qu'il s'agit justement d'un calcul emblématique pour eux de la résistance des matériaux plutôt qu'en raison de son utilité pour la tâche. Comme nous l'avons souligné plus haut, l'équation différentielle du deuxième ordre à résoudre est particulièrement simple. En revanche, son écriture se fonde sur des éléments technologiques de la résistance des matériaux. Ils n'étaient pas explicités dans le rapport intermédiaire mais le sont dans le rapport final et l'on voit les étudiants les préciser en les situant dans le cadre du respect d'un contrat didactique :

« Avant tous calculs, il est important de citer les hypothèses de la RDM sur lesquels nous nous baserons pour dimensionner les lamelles :

Le matériau utilisé sera continu, c'est-à-dire que la distance entre ses fibres ou ses grains est suffisamment petite par rapport aux dimensions de la lamelle.

Les lamelles seront considérées comme homogènes c'est-à-dire qu'elles ont une structure identique en tout point.

Enfin, les lamelles seront isotropes, elles auront les mêmes caractéristiques mécaniques en tout point.

L'effort appliqué sera situé sur la ligne moyenne de la lamelle. » (Rapport final, p. 17)

### Sous-tâche 2.3 Détermination des dimensions des lames

Dans les deux sous-tâches précédentes ont été déterminées l'expression de la flèche, un allongement  $\Delta l$ , ainsi que des expressions de la flexion maximale et de l'épaisseur  $b$  en fonction de la contrainte maximale  $\sigma_m$ . Comme nous l'avons mentionné, les calculs effectués, ne correspondent pas à ceux donnés à voir par l'expert. Comment sont-ils alors exploités pour choisir les lames ? C'est ce que nous allons examiner maintenant en considérant d'abord la technique mise en œuvre dans la première phase du projet et présentée dans le rapport intermédiaire.

#### Technique concernant la sous-tâche 2.3

La technique utilisée par les étudiants consiste à fixer les paramètres suivants :  $L$  la longueur de la lame,  $h$  sa largeur,  $F$  la force qui a été estimée préalablement et à essayer de maximiser la flèche et l'allongement. On notera que les calculs effectués pour évaluer la portance et la traînée, ont repris ceux effectués dans le projet précédent. On y prend en compte l'incidence de l'aile en distinguant une surface de portance et une surface de traînée, obtenues par projection horizontale et verticale et multipliant le  $C_z$  par le sinus de l'angle d'incidence. Le  $C_x$  évalué à 1,22 est également très supérieur à celui communiqué par l'expert. Ces calculs erronés dont nous ne connaissons pas l'origine conduisent, en Newtons, pour la portance à l'intervalle  $[0,75 ; 11,47]$  et pour la traînée  $[0,14 ; 2,31]$ . Ils sont donc sensiblement différents de ceux que nous avons reproduits plus haut ; les encadrements qui en résultent aussi. Le matériau choisi est l'aluminium, de ce fait le module de Young est aussi fixe. Les étudiants font donc varier l'épaisseur  $b$  et déterminent le moment quadratique  $I_z = bh^3/12$ , la flèche  $y = FL^3/3EI_z$  et  $\Delta l = FL^2b/2EI_z$ . Ces calculs sont présentés dans le rapport intermédiaire sous forme des tableaux qui ont été réalisés avec Excel :

#### Calculs des dimensions de la lame pour la traînée :

Aluminium

F en N	L en m	E en Pa	b en m	h en m	Iz en m4	flèche (Y) en m	Delta l
1	0,2	6,90E+10	0,0005	0,01	4,16667E-11	9,28E-04	3,48E-06
1	0,2	6,90E+10	0,001	0,01	8,33333E-11	4,64E-04	3,48E-06
1	0,2	6,90E+10	0,0015	0,01	1,25E-10	3,09E-04	3,48E-06
1	0,2	6,90E+10	0,002	0,01	1,66667E-10	2,32E-04	3,48E-06
1	0,2	6,90E+10	0,0025	0,01	2,08333E-10	1,86E-04	3,48E-06

Calculs des dimensions de la lame pour la portance :

Aluminium

F en N	L en m	E en Pa	b en m	h en m	Iz en m <sup>4</sup>	flèche (Y) en m	delta L
10	0,2	6,90E+10	0,0005	0,01	4,1667E-11	9,28E-03	3,48E-05
10	0,2	6,90E+10	0,001	0,01	8,3333E-11	4,64E-03	3,48E-05
10	0,2	6,90E+10	0,0015	0,01	1,25E-10	3,09E-03	3,48E-05
10	0,2	6,90E+10	0,002	0,01	1,6667E-10	2,32E-03	3,48E-05
10	0,2	6,90E+10	0,0025	0,01	2,0833E-10	1,86E-03	3,48E-05

(Rapport intermédiaire, p.14)

On remarquera que la valeur choisie pour la largeur des lames est de 1cm, ce qui peut paraître un peu faible, tandis que celles choisies pour l'épaisseur varient sur une plage de 0,5mm à 2,5mm par pas de 0,5mm.

La technique utilisée vise, selon les étudiants, à optimiser les dimensions de la lame afin d'obtenir une déformation maximale. Ceci est explicité dans le rapport intermédiaire de la manière suivante :

« Afin de comparer les différentes flèches et les différents  $\Delta l$  en fonction des géométries choisies, les calculs ont été fait sous formes de tableaux récapitulatifs [...] Le premier tableau représente explicitement les flèches et les allongements obtenus en fonction des différentes épaisseurs de lamelles soumises à la force minimale de traînée » (Rapport intermédiaire, p.14)

Le pluriel utilisé concernant les géométries est un peu abusif, puisque l'unique forme géométrique considérée jusqu'ici est le rectangle.

La technique montrée par ces étudiants est assez déconcertante, même sans tenir compte des erreurs de calcul précédentes. S'ils veulent étudier l'effet de la géométrie de la lame, on s'attendrait à ce qu'ils expriment  $y$  et  $\Delta l$  en fonction des dimensions de la lame, ce qui est aisé puisqu'il suffit de remplacer dans les expressions qu'ils ont  $I_z$  par sa valeur en fonction de  $b$  et  $h$ , puis qu'ils cherchent à étudier les dépendances en jeu dans les deux expressions rationnelles de trois variables obtenues pour faire un choix raisonné. Or ils fixent deux des variables, ce qui ne leur laisse que la possibilité d'étudier l'effet de la troisième. Peut-être cette priorité donnée à la variabilité de  $b$  reflète-t-elle simplement l'ordre de priorité dans les décisions à prendre : choisir une lame, c'est d'abord choisir un matériau et une épaisseur pour ce matériau.

Les résultats affichés, même si les étudiants n'ont pas réfléchi aux dépendances en jeu, devraient à leur tour attirer leur attention. En effet, ils obtiennent pour la flèche une fonction apparemment décroissante de l'épaisseur et pour  $\Delta l$  une fonction constante. Ceci n'a rien d'étonnant si l'on regarde les formules puisque  $I_z$  est proportionnel à l'épaisseur. Il s'ensuit que la flèche est inversement proportionnelle à l'épaisseur et que, par simplification avec le  $b$  figurant au numérateur,  $\Delta l$  est indépendant de l'épaisseur. Comment les étudiants commentent-ils et interprètent-ils ces données ?

### Technologie concernant la sous-tâche 2.3

Les étudiants expliquent dans le rapport intermédiaire que ces calculs permettent d'effectuer le choix des lames à utiliser :

« Les dimensions calculées ci-dessous nous ont permis de faire un choix quant à l'utilisation des lames. L'atelier de l'IUP dispose de certaines fournitures parmi lesquelles des lames de 1,5mm d'épaisseur. » (Rapport intermédiaire, p. 14)

Ce qui précède nous fait supposer que le rôle des calculs est de vérifier si, parmi les lames disponibles dans l'atelier, il existe des lames que les étudiants peuvent utiliser dans le projet. Ceci explique aussi le choix de la plage de variation de l'épaisseur (de 0,5mm à 2,5mm). Cependant, lors de l'entretien, les étudiants ne mettent pas cela en évidence, ils décrivent une technique dont des paramètres sont fixés pour se ramener à une seule variable

« **E2** oui Excel, j'ai entré les formules [...] ce qui ne changeait pas c'était la force, la longueur on l'avait fixée aussi, comme  $E$  c'est le module de Young vu que c'était de l'aluminium a été aussi fixé. Par contre  $b$  c'était l'épaisseur, donc je l'ai fait varier de 0,5 millimètres jusqu'à 2,5 millimètres, la hauteur je l'ai fixée aussi et donc du coup vu qu'on varie l'épaisseur, le moment quadratique ( $I_z = bh^3/2$ ) varie donc d'après la flèche et  $\Delta l$ ...

**E4** en fait, donc, arbitrairement on a trois dimensions et on a fixé 2 et on a fait varier qu'une seule

**E2** on voit très bien que  $\Delta l$  c'est tellement affine que ça ne change pas beaucoup, cela change que  $10^{-9}$  ou je n'ai sais pas combien de chiffres » (Explication orale des étudiants lors d'un entretien)

Au vu de cet extrait, la technique utilisée semble bien une stratégie pour étudier des variations dans le cas d'expressions dépendant de plusieurs variables. On voit aussi que la variation de  $I_z$  les a conduits à anticiper une variation de  $y$  et  $\Delta l$  qui en dépendent. La constance des valeurs de  $\Delta l$  ne les amène pas à remettre en cause cette anticipation. Il doit y avoir variation, estiment-ils, mais à une échelle inférieure. L'intervention de la notion de fonction affine pour légitimer cette interprétation est, tout a fait surprenante comme si affine signifiait variant peu.

L'étudiant E4 justifie ensuite cette technique par son « efficacité » pour le dimensionnement des lames :

« **E4** parce qu'en fait le but de ça est de faire varier une section entre les autres donc on pouvait jouer sur tous les paramètres pour faire varier la géométrie de la lame, mais bon on aurait une infinité de solutions pour retomber sur le résultat qu'on voulait. Donc pour réduire les essais on a fixé deux variables, parce qu'en fait on les a fixés pour que cela soit compatible avec la conception de la machine elle-même, pour rester dans des ordres de grandeurs raisonnables comme la longueur par exemple, donc on a fait varier que l'épaisseur ça suffisait pour atteindre l'objectif qu'on s'était fixé

**E1** l'objectif c'était de rester efficace dans les calculs, dans notre approche parce que si on part dans un dimensionnement, ça n'a aucun intérêt

**E4** la longueur on peut la faire varier de quelque millimètres à plusieurs dizaines de mètres c'est infini on fait ce qu'on veut, donc pour avoir quelque chose de cohérent, il ne fallait pas que ça dépasse la machine etc. donc on s'est fixé une longueur arbitraire on n'a fait varier qu'une variable » (Explication orale des étudiants lors d'un entretien)

Notons que cet extrait montre bien la conduite pragmatique des étudiants, qui rejoint en cela celle de l'expert. Une fois exprimées les grandeurs en jeu, la réponse ne va pas passer par une étude exhaustive des variations mais par des choix raisonnables en fonction des matériaux disponibles et des contraintes diverses imposées par la situation. On simplifie donc la situation en fixant toutes les variables sauf une et on fait quelques calculs avec Excel dans

une plage choisie à l'avance. On ne cherche pas non plus à comprendre plus avant qualitativement les dépendances et leurs effets, ce serait une perte de temps. Les données obtenues servent à un contrôle rapide, elles ne sont pas objet d'étude. Elles conduisent cependant à repérer la faible valeur de  $\Delta l$  et à chercher un moyen qui permettra d'amplifier la mesure.

« La valeur des  $\Delta l$  étant très petite nous utiliserons des jauges extensométriques afin de mesurer ces petites déformations. Si les jauges ne mesurent pas ces  $\Delta l$ , M. Robert Patrick, responsable HBM France (conception et fabrication de jauges extensométriques) nous a conseillé de venir mettre un amplificateur, afin d'augmenter le gain, à la suite des jauges pour amplifier le signal électrique due à la déformation » (Rapport intermédiaire, p.14)

Au cours du projet, on note cependant une évolution dans l'explicitation des justifications, suite sans doute aux interactions avec le tuteur et l'expert. La technique est justifiée ainsi dans le rapport final:

« Ces équations étant composées de plusieurs variables, nous fixerons certaines d'entre elles en prenant en compte les contraintes d'encombrement de notre conception. Les calculs de dimensionnement ont été établis de manière à faire varier les épaisseurs existantes et ainsi ne pas dépasser le  $\sigma_m$ <sup>49</sup> du matériau choisi. » (Rapport final, p.20)

Dans ce document, les justifications à propos des valeurs fixées sont aussi explicitées :

« Nous avons choisi d'imposer une longueur  $L$  :

$L = 300\text{mm}$  —> cette variable étant élevée au carré dans la formule, nous la fixons au maximum afin de maximiser la flèche.

En ce qui concerne  $h$  (l'épaisseur de la lamelle), nous avons pris plusieurs épaisseurs standard existantes. Ces dernières feront varier la flèche et la largeur. » (Rapport final, p.20)

Cet extrait montre que le critère d'optimisation initial, la maximisation de la flèche n'a pas été remis en cause, ce que laissaient aussi entrevoir les calculs effectués mais s'y ajoute l'expression d'une contrainte nouvelle, celle de rester dans les limites d'élasticité du matériau (via le contrôle de  $\sigma_m$ ). Ceci peut expliquer pourquoi les étudiants ont cherché à obtenir une expression de la flèche et de la largeur en fonction de  $\sigma_m$ . On voit aussi se dessiner une prise en compte qualitative des dépendances. Les étudiants justifient ainsi que  $L$  soit fixée à 300mm en remarquant d'une part que cette dimension est élevée au carré dans la formule, d'autre part en considérant les contraintes induites par les dimensions de la machine (fabrication).

Les étudiants présentent ensuite deux graphes montrant la largeur  $b$  en fonction de la flèche (déformation maximale) pour des efforts de portance et de traînée fixés respectivement cette fois à 12N et 2N.

---

<sup>49</sup>  $\sigma_m$  est la limite élastique du matériau.

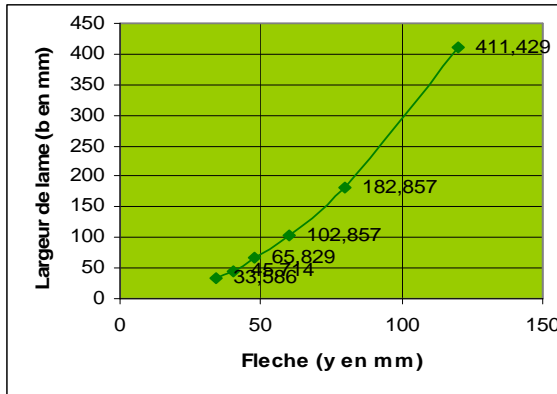


Figure 24. La largeur en fonction de la flèche pour l'effort de la portance.

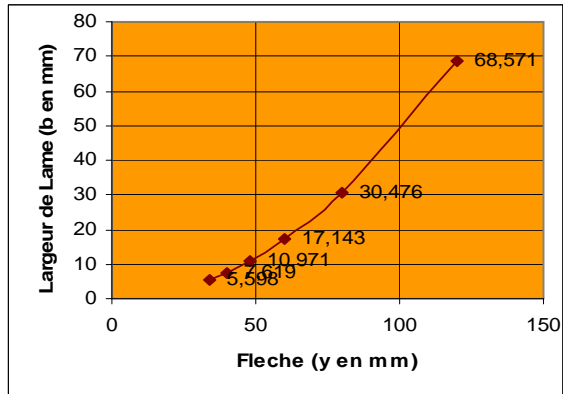


Figure 25. La largeur en fonction de la flèche pour l'effort de la traînée.

La raison d'être de ces deux graphes n'est pas évidente. On s'attendrait d'abord, vu que les étudiants cherchent à maximiser la flèche, à ce qu'ils cherchent plutôt à étudier l'évolution de la flèche en fonction de la largeur. Mais surtout, l'expression de la flèche nous donne à voir une fonction inversement proportionnelle à  $b$ , lorsque toutes les autres variables sont fixées, puisque  $y = 4FL^3/Ebh^3$ . La croissance des graphes résulte donc du fait que les points obtenus correspondent à des valeurs différentes de  $h$ . On peut alors se demander si l'utilisation d'Excel et la facilité avec laquelle ce logiciel permet de générer des représentations graphiques à partir de tableaux de valeurs n'est pas la source principale de ce type de représentation. En effet, dans le tableau Excel fourni, les colonnes relatives à  $y$  et à  $b$  sont contiguës et la colonne relative à  $y$  est à gauche de celle de  $b$ . Ceci peut induire le tracé d'un graphe (largeur/flèche) pour voir.

Les étudiants souhaitent, on le sait, maximiser la flèche, tout en restant dans des limites raisonnables pour les valeurs de cette flèche. Pour piloter ce choix, les tableaux donnés en annexe semblent a priori plus efficaces. Comment les étudiants ont-ils procédé en fait ?

Dans le rapport final, à la suite des graphes, ils écrivent :

« D'après le tableau (cf. annexe) et les deux courbes (ci-dessus figures 24 et 25), nous pouvons remarquer plusieurs points. D'une part, l'aluminium n'est pas le matériau adéquat. En effet, au moment où la flèche devient exploitable pour une bonne plage de mesure, les autres dimensions de la lamelle deviennent aberrantes au niveau de l'encombrement.

(Ces dernières sont écrites en rouge dans le tableau). A l'inverse lorsque les dimensions deviennent « raisonnables », la flèche n'est pas assez importante pour une bonne plage de mesure. En effet, si l'on souhaite augmenter la précision de notre lecture du déplacement il faut trouver un bon équilibre entre la flèche et l'encombrement.

D'autre part, on remarque que l'acier offre un bon compromis puisque, dans les deux cas de mesure de force (portance et traînée), nous trouvons une flèche « correcte » pour une lecture de la mesure et une largeur réalisable à la conception ». (Rapport final, p.21)

Comme les graphes (figures 24 et 25), ne concernent que l'acier, il semble difficile qu'ils puissent montrer que l'aluminium n'est pas un matériau adapté. Ceci conduit à penser qu'ils ont eu une fonction surtout illustrative et de communication et que c'est sur la base du tableau annexé au rapport final (Tableau 6) que s'est effectuée la sélection. On y remarque en effet que les largeurs de lames associées à l'aluminium sont bien trop grandes. Vu la taille de

ces valeurs, on est amené à se demander comment elles ont été obtenues. En fait, b pour l'aluminium a été calculé avec une limite d'élasticité de 20, tandis que pour l'acier, elle était prise de façon plus raisonnable à 210 (en Mpa).

F mesure	F <sub>th</sub> (N)	F réel (N)	L (mm)	E (Mpa)	h (mm)	y (mm)	b (mm)	Sigma (Mpa)	rendement glissière	Matériau
Portance	12	12	300	210000	0,5	120,000	411,429	210	1	Acier
	12	12	300	210000	0,75	80,000	182,857	210	1	
	12	12	300	210000	1	60,000	102,857	210	1	
	12	12	300	210000	1,25	48,000	65,829	210	1	
	12	12	300	210000	1,5	40,000	45,714	210	1	
	12	12	300	210000	1,75	34,286	33,586	210	1	
	12	12	300	70000	0,5	34,286	4320,000	20	1	Alu
	12	12	300	70000	0,75	22,857	1920,000	20	1	
	12	12	300	70000	1	17,143	1080,000	20	1	
	12	12	300	70000	1,25	13,714	691,200	20	1	
	12	12	300	70000	1,5	11,429	480,000	20	1	
	12	12	300	70000	1,75	9,796	352,653	20	1	
Traînée	2	2	300	210000	0,5	120,000	68,571	210	1	Acier
	2	2	300	210000	0,75	80,000	30,476	210	1	
	2	2	300	210000	1	60,000	17,143	210	1	
	2	2	300	210000	1,25	48,000	10,971	210	1	
	2	2	300	210000	1,5	40,000	7,619	210	1	
	2	2	300	210000	1,75	34,286	5,598	210	1	
	2	2	300	70000	0,5	34,286	720,000	20	1	Alu
	2	2	300	70000	0,75	22,857	320,000	20	1	
	2	2	300	70000	1	17,143	180,000	20	1	
	2	2	300	70000	1,25	13,714	115,200	20	1	
	2	2	300	70000	1,5	11,429	80,000	20	1	
	2	2	300	70000	1,75	9,796	58,776	20	1	

Tableau 6. Efforts de la portance et de la traînée par rapport à des lames en acier et en aluminium.

C'est bien à partir de ce tableau qu'est choisi le matériau : l'acier et les largeurs de la lame : 65,8 pour la mesure de l'effort de portance et 30,5 pour la mesure de l'effort de traînée comme le confirme l'annexe au rapport final :

« Le tableau ci-dessus exprime les valeurs de flèches et largeur calculées à partir de valeur fixée pour chacun des deux matériaux. Il apparaît de manière explicite que certaines valeurs calculées sont aberrantes (surlignée en rouge). D'autre part, certaines d'entre elles, ne permettent plus de vérifier la théorie de la poutre compte tenu des dimensions. Seule les valeurs (surlignées en vert) ont retenu notre attention. A partir de ces calculs, nous avons donc retenu les dimensions d'une seule lamelle en fonction du matériau. » (Annexe au rapport final, p. 48)



Les critères de maximisation de la flèche et de largeur acceptable sont pris en compte mais le choix entre les valeurs apparemment acceptables n'est pas justifié.

Les étudiants calculent finalement, pour les deux largeurs choisies (et on peut s'étonner que ces dimensions ne fassent pas l'objet d'un arrondi) et les épaisseurs associées des lames : 1,25mm pour la lame associée à la mesure de l'effort de portance et 0,75mm pour la lame associée à l'effort de traînée, et des lames en acier de 30cm de long, les flèches et de la contrainte maximale  $\sigma_m$  pour des valeurs de l'effort allant de 1N à 12N par pas de 1N pour la portance et de 0,1N à 2N par pas de 0,1N pour la traînée. On peut penser qu'il s'agit de s'assurer que, dans les intervalles d'effort qui ont été estimés, on ne dépasse pas avec les choix de lame effectués la contrainte maximale autorisée pour le matériau choisi. Les calculs effectués montrent que la limite d'élasticité donnée de 210 pour ce matériau n'est en effet pas dépassée. En fait, si c'était le cas, puisque  $\sigma_m$  est proportionnel à F, il suffirait de faire le calcul pour la valeur maximum de la portance. De fait, la raison d'être de ces calculs n'est pas claire dans l'annexe du rapport qui indique seulement que : « C'est alors, à partir de ces dimensions, que nous allons faire varier la plage d'effort afin de déterminer la précision de notre lecture. » Le rapport lui-même indique que ce calcul a été fait et fournit deux courbes donnant l'évolution de la flèche (désignée par évolution du déplacement) en fonction de l'effort de portance, sans les commenter. Comme la flèche est proportionnelle à F, on a un tracé linéaire.

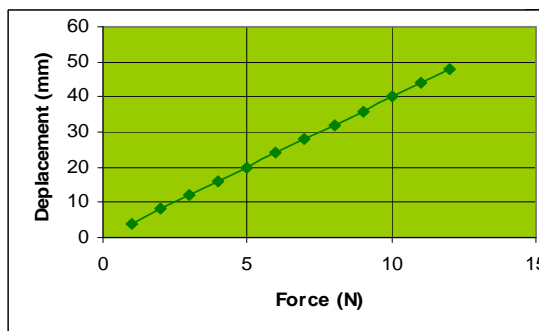


Figure 26. Le déplacement en fonction de l'effort de portance.

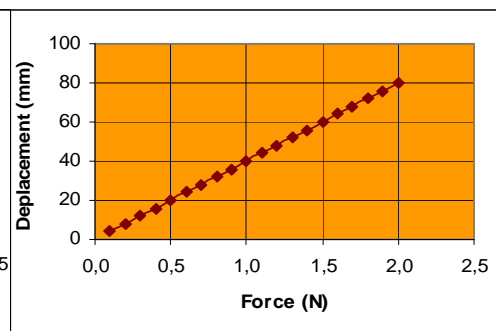


Figure 27. Le déplacement en fonction de l'effort de traînée.

En conclusion, les étudiants déclarent :

« Pour conclure cette étude, nous pouvons constater que d'après l'ensemble des calculs réalisés que si, en choix de matériau, nous optons pour l'aluminium la solution n'est pas réalisable. En effet, compte tenu des hypothèses et de l'encombrement nous ne pouvons choisir ce matériau. Si nous devons opter pour cette solution, alors nous choisirions comme matériau : l'acier. » (Rapport final, p.22)

Cette conclusion reste étrangement hypothétique. Peut-être est-ce dû au fait que l'expert a suggéré l'utilisation d'une lame triangle. Peut-être, malgré l'accumulation de tableaux et de graphes sont-ils moyennement convaincus par les calculs et raisonnements qu'ils ont effectués. L'expérience du domaine qui guide les choix de l'expert et lui permet de les hiérarchiser en fonction d'un petit nombre de critères, leur fait visiblement défaut. La situation d'optimisation semble trop floue pour eux et ils ont de plus du mal à la gérer en ne

fixant pas toutes les variables sauf une. On peut faire l'hypothèse qu'il s'agit là d'une situation de prise de décision nouvelle pour eux, très loin des calculs bien calibrés de résistance des matériaux qu'ils ont pu avoir à faire dans l'enseignement de cette discipline. Ils n'arrivent pas à justifier vraiment par rapport à la composante théorique de la technologie, la pertinence des valeurs trouvées. Et comme dans ce projet, la vérification expérimentale n'a pas lieu, les justifications données dans le rapport final ne peuvent pas se nourrir d'une validation pragmatique.

Comme nous l'avons précisé, l'expert à qui ils ont présenté le rapport intermédiaire leur a conseillé de choisir plutôt des lames triangulaires et leur a fourni les références concernant les capteurs à jauges extensométriques (cf. annexe). Dans le rapport final, les étudiants étudient donc cette possibilité de solution.

### II.4.3 Dimensionnement des lames en triangle

#### *Type de tâche 3 : dimensionnement des lames en triangle*

La tâche consiste à déterminer les dimensions des lames en triangle. Le schéma des lames (figure 28), le schéma d'isoflexion associé (figure 29) les paramètres et les équations pour réaliser cette tâche sont présentés dans le rapport final de la manière suivante :

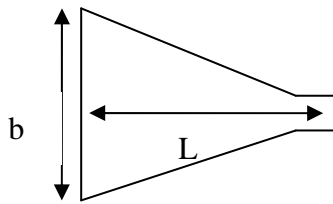


Figure 28. Schéma de lames en triangle.

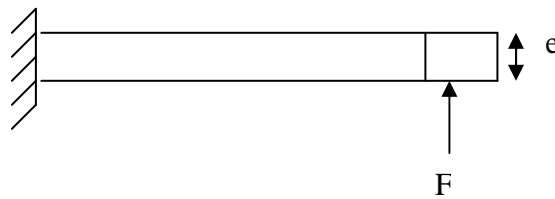


Figure 29. Schéma d'isoflexion de lames en triangle.

« Légende :  $L$  = distance force encastrement.

$b$  = largeur à l'encastrement.

$e$  = épaisseur de la lame.

$F$  = Force appliquée (au sommet).

$\varepsilon_1$  = indication de l'allongement de la jauge placée longitudinalement.

$\varepsilon_2$  = indication de l'allongement de la jauge placée transversalement.

$f$  = flèche en bout de lame.

Avec :

$$\varepsilon_1 = \frac{6FL}{Ebe^2} \quad \varepsilon_2 = -\frac{6F\mu L}{Ebe^2} \quad f = \frac{6FL^3}{Ebe^3} \quad \text{» (Rapport final, p. 23)}$$

On notera que les notations utilisées sont celles de l'ouvrage sur les capteurs fourni par l'expert.

#### *Technique concernant le type de tâche 3*

Afin de montrer l'évolution de cette technique nous présentons chronologiquement le travail développé par les étudiants lors de la réalisation de cette tâche. Rappelons que cette

tâche est annoncée dans le premier entretien (semaine 3 du projet). Nous avons alors mené un entretien auprès de l'étudiant E2 la semaine quatre du projet, la première technique (technique 1) mise en œuvre nous est montrée. Cette technique ne figure pas dans le rapport final. Dans ce dernier figure une autre technique que nous appelons technique 2. Nous reproduisons d'abord les calculs et le schéma associé (figure 30) à la technique 1 et ensuite nous présentons la technique 2.

#### Technique 1 :

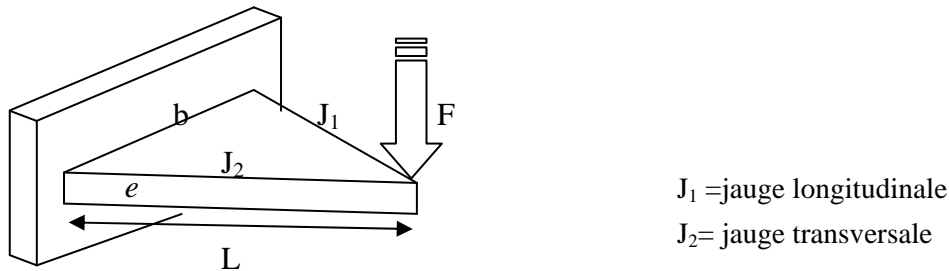


Figure 30. Schéma des lames en triangle et en isoflexion.

L'étudiant signale que les déformations ( $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ) seront calculées pour les efforts de portance et de traînée dont les valeurs critiques sont  $F=0,14$  et  $F=11,47$  :

- portance  $F_{\min}=0,75$  et  $F_{\max}=11,47$
- traînée  $F_{\min}=0,14$  et  $F_{\max}=2,31$

La limite élastique est ensuite calculée pour chaque jauge. Cette limite doit rester plus petite que 1/10 de la limite élastique du matériau. Dans ce cas, le matériau choisi est l'aluminium et sa limite élastique prise est  $\sigma_e \approx 210 \text{ Mpa} (210 \text{ N/m}^2)$ . Les calculs montrés sont les suivants :

Pour  $F=0,14$

Et les paramètres suivants :

$$e = 1,5 \text{ mm} (1,5 \times 10^{-3} \text{ m})$$

$$b = 100$$

$$L = 150$$

$$\varepsilon_1 = \frac{6FL}{Ebe^2} = \frac{6 \times 0,14 \times 150}{70000 \times 100 \times (1,5)^2} = 8 \times 10^{-6} \text{ mm} \Rightarrow 8 \times 10^{-9} \text{ n}$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{6F\mu L}{Ebe^2} = \frac{-6 \times 0,3 \times 0,14 \times 150}{70000 \times 100 \times (1,5)^2} = -2 \times 10^{-6} \text{ mm} \Rightarrow -2 \times 10^{-9} \text{ n}$$

Ensuite, la limite élastique est calculée pour chaque jauge :

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1 = 70000 \times 8 \times 10^{-6} = 0,56 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_2 = E\varepsilon_2 = 70000 \times -2 \times 10^{-6} = 0,14 \text{ Mpa}$$

a) **Pour F=11,47N**

$$\varepsilon_1 = \frac{6 \times 11,47 \times 150}{70000 \times 100 \times (1,5)^2} = 6,55 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{-6 \times 0,3 \times 11,47 \times 150}{70000 \times 100 \times (1,5)^2} = -1,97 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1 = 70000 \times 6,55 \times 10^{-4} = 45,85 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_2 = E\varepsilon_2 = 70000 \times -1,97 \times 10^{-4} = 12,39 \text{ Mpa}$$

On a que  $\sigma_e \approx 210 \text{ Mpa}$  ( $210 \text{ N} / \text{m}^2$ )

$$\sigma_e / 10 = 21$$

Pour  $F_{\max}=11,47\text{N}$ ,  $\sigma_1 = 45,85 \text{ Mpa} \geq \sigma_e / 10$ .

Cette valeur dépasse la limite élastique donc un re-dimensionnement doit s'effectuer. Pour cela, l'épaisseur est modifiée à 3mm.

c) *Re-dimensionnement de la lamelle : on prend  $e=3\text{mm}$  et  $F=11,47\text{N}$*

$$\varepsilon_1 = \frac{6 \times 11,47 \times 150}{70000 \times 100 \times (3)^2} = 1,64 \times 10^{-2} \text{ mm dont } \sigma_1 = 11,47 \text{ et } \sigma_1 < \sigma_2 / 10$$

Lamelle pour la portance  $0,75\text{N} < F < 11,47\text{N}$

Pour  $F=0,75$  avec  $e=3\text{mm}$

$$\varepsilon_{1\min} = \frac{6 \times 0,75 \times 150}{70000 \times 100 \times (3)^2} = 1,1 \times 10^{-5} \text{ mm dont}$$

$$\sigma_{1\min} = 70000 \times 1,1 \times 10^{-5} = 0,75 \text{ Nmm}^{-2} \Rightarrow 0,75 \text{ Mpa}$$

Donc pour mesurer la traînée nous avons une lamelle comme celle de la figure 31.

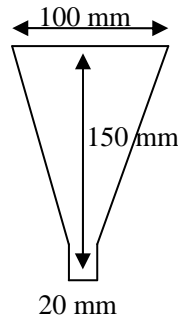


Figure 31. Schéma de la lamelle en triangle.

### Technologie concernant le type de tâche 3

L'étudiant nous décrit la technique lors de l'entretien. Il souligne d'abord le calcul des déformations ( $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ) en exploitant des formules issues d'un livre fourni par l'expert. Ces déformations sont calculées pour les valeurs minimale et maximale de la portance et de la traînée ( $F_{\min}=0,14$  et  $F_{\max}=11,47$ ). La contrainte à respecter est celle de ne pas dépasser la limite élastique de l'acier.

« Par rapport au bouquin qui nous a été prêté, j'avais les formules pour calculer  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  [...] J'ai calculé en fait les  $\sigma$  (limite élastique) associés aux epsilons ( $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ) par rapport aux efforts appliqués donc pour  $F=0,14N$ , j'ai fait le calcul et on avait  $\sigma_1=0,56Mpa$  et  $\sigma_2=0,14$ . Pour faire des bonnes valeurs avec les jauges il faut rester dans le 1/10 de la limite élastique du matériau. » (Explication orale lors d'un entretien, phase 2)

Le coefficient de sécurité qui est fixé à 1/10 peut-être compris comme évitant la fatigue du matériau. Notons que pour les calculs la valeur du module de Young  $E$  de 70000 est effectivement celle de l'aluminium. Concernant la limite élastique de ce matériau, il y a une confusion : la limite élastique de 210Mpa est la limite de l'acier et non celle de l'aluminium, qui est de l'ordre de 70Mpa. Cette confusion ne pose pas de problèmes pour les calculs puisque le dixième de la limite élastique de l'aluminium est de 7Mpa donc plus petite que celle de l'acier qui est de 21Mpa.

Les déformations des jauges sous  $F=0,14$  ne dépassent pas la limite élastique considérée et l'étudiant poursuit la réalisation du calcul pour  $F=11,47$ .

« Ensuite j'ai pris la valeur critique maximale c'est  $F=11,47$  avec une épaisseur de 1,5mm et donc j'ai fait le même calcul. J'ai trouvé  $\sigma_1=45,85Mpa$  et  $\sigma_2=1,972 \times 10^{-4}$ . Et sachant que le  $\sigma$  de l'aluminium est de 210Mpa. Parce qu'il y a différents aluminiums ça dépend des alliages, j'ai fait une moyenne en gros et j'ai pris 210Mpa et donc  $\sigma/10$  est 21Mpa (210N/m<sup>2</sup>). On voit qu'on est largement supérieur, ça veut dire qu'on dépasse le dixième de la limite élastique du matériau. Ça veut dire que les valeurs qu'on va avoir par la suite ne vont pas être très cohérentes. » (Explication orale lors d'un entretien, phase 2)

Lorsque la déformation de la portance pour  $F=11,47$  dépasse cette limite, l'étudiant refait les calculs en changeant l'épaisseur de la lame de 1,5mm à 3mm. On peut noter que ces calculs n'étaient pas nécessaires, puisqu'il suffit de diviser par 4 le résultat déjà obtenu.

Le calcul est cependant fait pour les valeurs minimale et maximale de la portance qui sont :  $F=0,75$  et  $F=11,47$ . Par ailleurs, les calculs ne sont pas refaits pour l'effort de la traînée et

l'étudiant ne semble pas être convaincu de cette solution, lorsqu'il signale qu'une des lames aura une épaisseur de 1,5mm et l'autre de 3mm.

« [...] j'ai redimensionné la lamelle j'ai pris une épaisseur plus importante, j'ai pris 3mm, j'ai refait le calcul et je trouve  $\sigma=11,47$  donc est en dessous de 21Mpa donc c'est bon, là c'est passé. Par contre, ça veut dire que j'ai une lamelle qui fait 1,5mm d'épaisseur pour la mesure de la traînée et j'ai une lamelle qui fait 3mm d'épaisseur pour la mesure de la portance et comme la force minimale de la portance est 0,75N. J'ai quand même fait un calcul avec l'épaisseur de 3mm pour voir si on pouvait voir quelque chose, et donc j'ai fait le calcul et ça fera 0,75Mpa donc sera mesurable, c'est de l'ordre de micromètres. » (Explication orale lors d'un entretien, phase 2)

Notons que les calculs sur les valeurs minimale et maximale de traînée et de portance permettent d'assurer que les déformations de jauges sont mesurables. Ces calculs ont donc le rôle de justifier et légitimer la solution proposée. La technique utilisée se voit limitée puisque, à la place du critère de l'expert qui est que  $\epsilon$  max doit être  $10^{-3}$  et qui est moins sensible aux contraintes sur  $\sigma$  car dit-il on peut choisir des aciers spéciaux par exemple ayant des limites d'élasticité plus élevées, c'est la contrainte de la limite de  $\sigma \leq 21\text{Mpa}$  qui est imposée. La justification de la technique portant sur la fixation des valeurs et laissant seulement une variable, reste implicite puisqu'on ne sait pas pourquoi c'est l'épaisseur est la variable choisie.

Remarquons que la technique du calcul de la flèche est abandonnée, cela peut être dû au fait que les étudiants emploient la technique proposée dans l'ouvrage fourni par l'expert. La technique du calcul de flèche était possible, on le présente ci-dessous, mais ce calcul n'est nullement demandé dans le cadre du projet, il est considéré inutile par l'expert.

Il faut calculer  $I_z$  qui cette fois n'est pas constant puisque la largeur du rectangle de la section d'abscisse  $x$  est  $b(L-x)/L$ . On en déduit par intégration que  $I_z(x) = h^3b(L-x)/12L$ . Quand on écrit l'équation différentielle, le facteur  $L-x$  de  $I_z$  se simplifie avec le  $L-x$  qui est associé au moment de la force  $F$  et on arrive à  $y''=12FL/Ebh^3$  d'où par double intégration la valeur de la flèche :  $6FL^3/Ebh^3$  qui est la valeur donnée dans l'ouvrage cité.

Le problème qui reste ouvert en appliquant la technique 1, est la différence d'épaisseurs des lames. Nous supposons que c'est pour cela que ces calculs ne figurent pas dans le rapport final. Dans ce document est décrite une autre technique :

### Technique 2

« Notre démarche, dans ce cas, de dimensionnement va être la suivante :  
-Nous allons déterminer la déformation maximale de la jauge elle-même.  
-Ensuite, déterminer l'épaisseur en fonction des autres dimensions et de la déformation  $\epsilon$  avec la formule  $\epsilon_1$  présentée précédemment. » (Rapport final, p.24)

A la différence de la technique 1, dans cette technique, les étudiants partent de la valeur de déformation fournie par le fabricant des jauges. Cette déformation correspond au 5% de la longueur initiale de la jauge, à partir de cette donnée les étudiants calculent la longueur d'allongement. Pour trouver l'épaisseur des lames ils fixent les paramètres de

largeur et la longueur. Nous présentons ci-après la description détaillée de la technique qui apparaît dans le rapport final :

« Nous savons que 1 pouce = 25,4 mm. La jauge mesure 250 millièmes de pouce. Il apparaît après calcul que la longueur de la jauge est de 6,35mm.

$\Delta L / L = \varepsilon$  or  $\varepsilon = 5\%$  de la longueur initiale de la jauge. Soit  $0,05 * 6,35 = 0,3175$  mm. Donc une longueur allongée de 6,6675 mm.

Nous pouvons alors déterminer la valeur de  $\varepsilon$ .

Soit  $\varepsilon = (6,6675 - 6,35) / 6,35$ , on trouve que  $\varepsilon = 0,05$ .

Cette valeur de  $\varepsilon$  est introduite dans la formule de calcul de déformation longitudinale. Avant cela, compte tenu de l'encombrement de la machine, nous avons « fixé » 2 des 3 dimensions des lames. Il s'agit de la largeur et la longueur.

Nous avons donc fixé  $L = 150$  mm et  $b = 100$  mm.

Après calculs, que l'épaisseur est de  $1,08 * 10^{-8}$  m,  $e = 0,000104$  m soit 0,103 mm environ.

Nous trouvons donc, une valeur pour l'épaisseur de nos lames, cependant il apparaît très clairement que la réalisation et la mise en œuvre sont impossibles.

En effet, les lames succomberaient aux efforts dus à son propre poids. De plus, dans le commerce il n'existe de « plaque d'acier qu'à partir de 0,75 mm d'épaisseur à vendre. » » (Rapport final, p.24)<sup>50</sup>

La valeur trouvée de l'épaisseur est à nouveau incorrecte. La manière d'agir pour modifier ce paramètre est la même que dans la première technique : jouer sur les paramètres de longueur et de largeur. Comme dernier recours, ils modifient le choix de matériau afin d'avoir un module d'Young différent, mais cela ne fonctionne pas non plus.

« Nous avons également tenté de modifier le matériau, en optant pour un module d'Young plus faible. Mais le résultat est sensiblement identique. Par exemple, pour l'aluminium.  $E = 70000$  Mpa. En utilisant la même démarche nous trouvons une épaisseur de 0,3 mm ce qui est également irréalisable. » (Rapport final, pp.24-25)

Tout ce qui est réalisée ne fonctionne pas comme ils le rapportent dans la conclusion de cette solution mise dans le rapport final :

« Cette solution était un bon compromis facilité de mise en œuvre et précision dans la mesure. Cependant, il est évident qu'il est nous est impossible de pouvoir mettre en place de telle lames aux vu des dimensions calculées. Ces dernières, sont beaucoup trop fine pour pouvoir satisfaire les exigences de notre conception. En effet, elles succomberaient sous l'effet de leur propre poids, rendant, ainsi impossible tout type de lecture de la mesure. » (Rapport final, p.25)

Analysant les calculs effectués dans cette technique 2, on peut se demander à quoi sert aux étudiants de calculer l'allongement de la jauge pour ensuite faire la différence ainsi que le rapport et retomber sur le 5% dont ils sont partis. Il semble qu'ils ont besoin de signifier le 5% d'allongement en termes physiques : qu'est-ce que ces relations  $\varepsilon = 5\% = \Delta L / L$  veulent dire concrètement ? Les premiers calculs permettent ainsi de déterminer la longueur initiale de la jauge ainsi que celui de son allongement, ils reviennent ensuite au départ pour s'assurer que ces valeurs correspondent à ce 5% initial.

Si on fait les calculs avec les valeurs indiqués,  $F = 12$  N,  $E = 210000$  module de Young pour l'acier,  $b = 100$  et  $L = 150$ , on trouve que  $e = 0,101$  mm. On se demande comment ils

<sup>50</sup> La notation ici présentée est celle utilisée par les étudiants dans le rapport intermédiaire.

passent de  $1,08 \cdot 10^{-8}$  à  $e=0,000104\text{m}$  puis à  $0,103\text{mm}$ . Pour l'aluminium, avec une largeur de  $1\text{cm}$  on trouve  $e$  de  $56\text{mm}$ , ce qui est convenable.

On voit une grande difficulté à adapter la technique à une autre voie que celle de fixer les valeurs de  $b$  et de  $L$ , c'est-à-dire à varier les dimensions de leur triangle. Cette difficulté les amène à choisir des jauges spéciales dites à grand allongement à 5% et non celles standard à  $10^{-3}$ , qui sont proposées par l'expert.

Ils cherchent une solution pratique et ne questionnent pas la technique utilisée. Cela les amène même à conclure que la solution de lames en triangle ne peut pas être mise en œuvre car elle ne permet pas de mesurer les efforts. Ils reviennent donc à la première solution proposée, celle de lames rectangulaires, en cherchant cette fois à optimiser la largeur de la lame sous la contrainte de respecter la limite d'élasticité du matériau.

Ils font varier la largeur entre 30 et 100mm et calculent le  $\sigma$  correspondant et comparent au  $\sigma_e$  donné pour le matériau divisé par 10. Des graphiques sont fournis pour les différents cas (portance, traînée, acier, aluminium). Seul le cas de la traînée avec l'acier est sans problème puisque toutes les largeurs conviennent à partir de 30mm. Ceci les conduit à se décider pour des lames en acier et à assouplir leur contrainte en passant à un coefficient de sécurité de 3,5 (au lieu de 10) qui selon eux « reste dans les hypothèses de la RDM ». Finalement les dimensions choisies pour les lames sont : effort de portance (300, 50, 3) et effort de traînée (300, 30, 2). On notera que la longueur est la même mais que l'épaisseur a aussi varié. On peut supposer qu'il y a eu des bricolages pour faire rentrer la mesure des efforts de portance dans les limites de l'épure. Encore une fois, il y a accumulation de graphes et tableaux en fixant tout sauf une variable, mais pas d'anticipation et régulation par la compréhension des dépendances.

Nous avons présenté ci-dessus une analyse praxéologique des trois tâches dont les tâches, techniques et justifications montrées sont celles fournies par les étudiants. Elles sont, comme on l'a vu, très différentes de celles de l'expert et aboutissent au rejet de la solution que celui-ci préconise. Il nous a donc paru particulièrement intéressant de voir comment les étudiants avaient présenté leurs choix et les avaient justifiés lors de la soutenance orale qui en constitue l'évaluation institutionnelle, et comment ce travail avait été reçu sachant que l'expert qui les avait conseillés était membre de ce jury.

Nous revenons d'abord sur les arguments présentés par les étudiants à l'appui de leurs choix successifs de lames dans les entretiens avant d'en venir à la soutenance elle-même en distinguant deux parties : présentation des étudiants et interventions du jury.

## **II.5 Une situation de conflit : lames rectangle/triangle**

### **II.5.1 Le choix initial et le passage à des lames en triangles**

Le choix initial de lames en rectangle, comme les étudiants l'expliquent dans l'entretien 2, est motivé par leur expérience pratique antérieure à l'IUP, confirmée une fois de plus, par le recours à des sources extérieures et notamment Internet :



« **E4** on nous l'a donné (référence au modèle en triangle)

**E3** parce que nous, on est parti sur ce modèle-là (lame rectangulaire), c'est un peu par expérience. Parce qu'en fait, les travaux pratiques qu'on a vus les années passées on avait fait des essais de flexion et c'était des modèles comme ça en bas (atelier) donc à l'IUP. On est parti un peu là-dessus et après on a eu des petits renseignements par plusieurs personnes qui nous ont confié des livres et même sur Internet on a trouvé pas mal de choses qui se sont faites avec des profils comme ça donc pour nous ça sera préférable d'avoir ça, voilà » (Explication orale des étudiants lors de l'entretien sur la base du rapport intermédiaire, phase 2)

C'est aussi cette expérience mais sur un plan plus théorique qui les conduit, sans doute par une analogie praxéologique, à se donner pour tâche de calculer la flèche et la déformation maximale, un calcul classique dans l'enseignement de résistance des matériaux, contrairement à la tâche que se donne l'expert.

L'entretien 2 confirme donc (voir citation ci-dessus) que c'est bien l'intervention de l'expert qui les a amenés à modifier leur choix. Il montre aussi que les étudiants se sont appropriés les arguments de l'expert mais que, en revanche, pour eux, passer de lames rectangulaires à des lames triangulaires revient à refaire complètement les calculs, non à les adapter comme nous en avons montré plus haut la possibilité, et qu'ils n'anticipent pas la proximité des formules. Les trois extraits ci-après en témoignent :

« **E4** de toute façon Jeff (**E2**) les formules elles ne sont plus d'actualité on va mettre un triangle à la place du rectangle c'est plus les mêmes calculs, les calculs vont changer

**E2** justement avec la formation qu'on a eue récemment

**E4** on va changer la géométrie de la lame, en fait, les calculs ne sont plus les mêmes » (Explication orale des étudiants lors de l'entretien sur la base du rapport intermédiaire, phase 2)

C'est l'étudiant (**E2**) qui explique que la raison du changement vient de la recherche de mesures plus précises des efforts :

« **E2** c'est plus des lames comme ça, c'est un triangle [...] les contraintes elles sont d'iso flexion sont toutes les mêmes dans le triangle donc c'est pour être sûr d'avoir les bonnes valeurs, alors que par exemple dans cette lamelle-là, si on décale un petit peu le point d'appui, si on n'est pas dans la ligne moyenne de la lamelle on risque de faire un peu de torsion et donc on ne peut pas mesurer » (Explication orale des étudiants lors de l'entretien sur la base du rapport intermédiaire, phase 2)

Et **E3** confirme :

« **E3** [...] on avait prévu de mettre une jauge vers l'encastrement à une certaine distance  $r$ , malheureusement il est presque impossible de mettre à la bonne longueur parce que les jauges sont très petites et avec la collage et tout ça, elles sont jamais bonnes. On va utiliser donc un autre profil comme ça (référence au triangle), bah en théorie voilà avec le même effort, c'est toujours pareil, là par contre il faut mettre les jauges. Il n'y a pas de longueur donc le système d'encastrement à 80 degrés et par contre on peut le mettre où on veut, il n'y a pas de longueur à respecter. » (Explication orale des étudiants lors de l'entretien sur la base de rapport intermédiaire, phase 2)

## II.5.2 Les calculs erronés font revenir à la solution des lames en rectangle

Les deux techniques employées pour réaliser le dimensionnement des lames en triangle dont nous avons déjà mis en évidence les limites aboutissent au même résultat : une épaisseur très petite incompatible avec celle des matériaux disponibles à l'IUP et avec la

pratique. Les étudiants sont alors amenés à revenir à la première solution, celle des lames rectangulaires. Dans le premier entretien mené auprès de l'étudiant E2, il nous explique pourquoi les résultats obtenus pour cette tâche prouvent que la géométrie en triangle ne convient pas pour la solution proposée :

« En fait, il s'est avéré en refaisant les calculs parce qu'on s'est trompé dans les calculs. En les refaisant il s'est avéré que en fixant les paramètres comme la longueur, la force, encastrement, la largeur d'encastrement base (tac). Ça nous donné des épaisseurs de : 0,1mm ou 0,2mm donc ce n'est pas possible. De métal de 0, 1mm c'est possible mais c'est une feuille rien que son poids ça fléchit tout seul. En changeant la variable L, en changeant juste ça, j'ai fait un petit graphe pour voir que l'épaisseur monte avec la distance force encastrement et qu'on n'atteint même pas 0,25mm d'épaisseur. Ensuite j'ai fait varier la variable b, donc la largeur d'encastrement donc là pareil, plus la largeur d'encastrement augmente, plus l'épaisseur diminue donc ça ne va pas. On voit que on arrive à 0,1 ça ne va pas non plus. J'ai fait varier les deux variables en même temps (L, b) et là on voit que c'est pareil pour au dessous d'un millimètre. » (Explication orale de l'étudiant lors de l'entretien, phase 2)

On voit à partir de cette description de la technique que cette dernière n'est pas questionnée. On voit aussi que les étudiants ne font toujours aucune analyse qualitative des dépendances ce qui leur permettrait de raisonner les calculs. L'étudiant modifie d'abord une variable, puis une autre, puis les deux en même temps. Il confirme également le rôle d'appui joué par les nombreuses représentations graphiques utilisées. La cohérence des résultats obtenus le conduit à revenir à la première solution, dans laquelle « les calculs sont bons », comme il le souligne dans cet extrait d'entretien :

« ...j'ai reparti sur la lamelle rectangulaire et là en fait, on voit que ça passe mieux. Alors, dans le tableaux j'ai mis la force en newton je fait varier de 0,14N notre force de traînée la plus bas à 12N notre force de portance le plus haut. L est la longueur de la lamelle, j'ai mis 20cm (200mm), l est la longueur entre la force et l'emplacement des jauges je l'ai mis à 3cm du bord d'encastrement, E c'est l'acier module d'Young, j'ai mis l'acier et ça c'est la largeur donc j'ai mis 70mm. [...] L'épaisseur j'ai mis 2mm, ensuite j'ai calculé la flèche pour une formule qu'on a en fonction de tous les autres paramètres. J'ai calculé  $\sigma_{\max}$  dans le matériau, le  $\epsilon$  atteint c'est-à-dire l'emplacement que les fils vont atteindre en fonction de la flèche maximale. Parce que il ne fallait pas que on se déplace plus que le déplacement de la jauge, qui est de 0,05. Et c'est pareil, quand on va faire des mesures avec des jauges on doit rester à la limite élastique du matériau divisé par 10 donc un coefficient de sécurité de 10 donc ce qui me ramène à 21 Mpa, ça veut dire que  $\sigma_{\max}$  ne doit pas dépasser 21, En fait remarque que arriver à 10N je dépasse 21,4. Ce n'est pas grave parce je suis à  $\sigma/10$  donc ça veut dire que ma limite élastique est 21Mpa et là je suis à peine à 21Mpa. Donc ça passe carrément... »

On notera la persistance de la vision initiale en déplacement et la difficulté à voir  $\epsilon$  comme un rapport et non comme une longueur.

### II.5.3 La soutenance orale

Cette solution est présentée lors de la soutenance orale du projet. Les questions à la fin de l'exposé mettent en évidence que les calculs pour les lames en triangle n'ont pas été réalisés correctement et que ce sont ces erreurs qui ont poussé aux étudiants à revenir à la solution des lames en rectangle. A partir des questions du jury, on a confirmation que le

dimensionnement des lames joue effectivement un rôle important dans ce projet, et qu'il combine différentes tâches : choix de matériau, étude des deux types de lames. Le jury questionne les étudiants sur ces trois tâches suivant le même ordre et il met en évidence que différents éléments doivent être pris en compte au-delà des seuls calculs effectués. Pour le choix de matériau, c'est le cas notamment du traitement thermique, comme on peut le voir dans l'extrait suivant :

« **J3** Pour le choix de matériau, ce qui m'intéresse, qu'est-ce que vous avez choisi ?

**E3** Comme matériau au choix il y avait le polyaluminium et il y avait l'acier et l'aluminium, qui auparavant étaient des matériaux classiques.

**J3** D'accord, et vous avez choisi quoi ?

**E3** Nous, avec le **dimensionnement** qu'on a établi, ça sera l'acier

**J3** Quel acier ?

*L'étudiant E1 donne une référence d'acier inexistante*

**J3** Ça pose des problèmes parce que, rappelez-vous, l'acier a des caractéristiques qui nécessitent un traitement thermique, traitement thermique de l'acier que vous deviez faire...

**E1** On ne s'est pas plongé sur ce problème de conception parce que déjà on s'est orienté dans une première solution et il s'était avéré que cette solution... » (Extrait de la soutenance orale du projet)

Les étudiants répondent que le traitement thermique n'a pas été fait, parce que la solution vers laquelle ils se sont orientés n'a pas été convenable (référence aux lames en triangle). Le jury souligne alors que l'inadéquation de cette solution est sans aucun doute due à des erreurs dans les calculs :

« **J3** C'était quelle solution ?

**E4** Les lames en isoflexion

[...] **J3** La lame en isoflexion, elle, on ne peut pas la mettre, alors qu'on peut mettre la lame rectangulaire... ça tient moins de place ?

**E1** ce n'est pas le problème, le problème qui s'est posé avec cette lame-là, c'est qu'il se trouve que... par rapport à notre machine on trouve par exemple, que si on fixe la base et la hauteur de cette lame qui corresponde à un triangle, il s'est trouvé... qu'on avait une épaisseur de 0.1 mm, ce qui est infaisable...

**J3** Ecoutez, soyons raisonnables, si vous avez mis une lame rectangulaire et si vous l'avez trouvée compatible, la lame rectangulaire à l'endroit où vous mettez les jauges c'est la même que celle-là, à un certain moment, du point de vue de la sensibilité. Donc si la sensibilité est bonne pour la lame rectangulaire, nécessairement vous avez la même épaisseur pour ces jauges-là... ou la rectangulaire ne passe pas ou les deux passent. Et la seule conclusion est que vous vous êtes plantés dans les calculs mais cela peut arriver. » (Extrait de la soutenance orale du projet)

On notera l'argumentation développée par le membre du jury pour arriver à sa conclusion. Il ne s'agit pas pour lui de rentrer dans le détail des calculs. Ce sont, vu la façon dont il s'exprime, des savoirs d'expérience mais aisément compréhensibles si l'on considère la proximité des formules donnant la valeur de  $\epsilon$  dans les deux cas qui justifient qu'il puisse prédire sans calcul que les résultats trouvés par le groupe sont erronés. Dans sa fonction d'évaluation, on voit là encore le discours technologique des experts s'appuyer sur des savoirs issus de la pratique qui ne peuvent être partagés par les étudiants.

En fait l'erreur des étudiants vient du fait qu'il leur paraît nécessaire de choisir un triangle de forme équilibrée sans angle trop aigu d'où le choix de 15cm pour la hauteur au lieu de 30cm

pour la longueur du rectangle, et une base de 10cm au lieu de 3cm pour la largeur du rectangle. Ces choix affectent leurs calculs. A ceci s'ajoute la valeur limite prise pour  $\varepsilon$ , de 5% au lieu de  $10^{-3}$  pour l'expert et l'on sort des limites de l'épure.

Le jury questionne ensuite les étudiants sur la détermination du point d'application de la force  $F$  et deux problèmes sont posés. Le premier est lié au fait qu'il ne faut pas qu'en appuyant n'importe comment, on crée par exemple un couple, ce qui aurait pour effet de fausser toutes les mesures. D'où le problème de l'aménagement du point d'appui par un système de couteau par exemple. Le second est celui de la connaissance précise de la distance de la jauge au point d'application de la force. Dans le cas de l'isoflexion, ce problème ne se pose pas mais il intervient dans le cas de la lame rectangulaire. Il peut être résolu en utilisant deux jauges au lieu d'une et en utilisant un dispositif (pont de jauge) fournissant la différence des  $\varepsilon$  respectifs. Alors, on a, en faisant la différence  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$  un facteur  $(l_1 - l_2)$  qui apparaît et ce qui doit être alors connu avec précision, c'est seulement la distance des deux jauges, plus facile à évaluer.

« **J3** Dans le deux cas (isoflexion ou rectangulaire) ça vous oblige à bien fixer l'endroit où ça appuie, qu'est-ce vous envisagez pour la fixation : au bout de la lame, à l'endroit où vous voulez mesurer la force ? Parce qu'il y a deux extrémités, une partie encastrée et une partie où on va appuyer, pour la partie à appuyer, vous avez dû prévoir un couteau ou quelque chose comme ça.

L'étudiant E4 reconnaît des difficultés à implémenter les calculs nécessaires pour accomplir cette tâche :

**E4** Au début, on avait pensé à un simple appui ponctuel dont vous nous avez dit que ça ne fonctionnerait pas parce qu'il y avait un problème de frottement. A la suite de la réunion qu'on a eu tous ensemble, on s'est rendu compte que c'était, en effectuant les calculs, que ça c'était compliqué, et moins au niveau de la conception, et on s'est dit, si on n'arrive pas, comme il fallait revenir sur la conception, on aura d'abord envisagé une sorte de... En fait, transformer le frottement en roulement dans un premier temps, mais a priori ce n'était pas notre objectif principal.

**J3** Si vous avez regardé le livre que je vous avais remis, ou on met le couteau, ou on met une position de jauges fondamentalement différente » (Extrait de la soutenance orale du projet)

## II.6 Conclusion de l'analyse du projet 1

L'analyse de ce projet nous a permis de mettre en évidence que les mathématiques qui interviennent sont imbriquées avec d'autres savoirs des disciplines intermédiaires et des savoirs pratiques. On retrouve ainsi dans la solution experte des formules issues de l'aérodynamique et une praxéologie mathématique issue de la résistance des matériaux. Le caractère imbriqué de la praxéologie et de sa composante mathématique a en effet un contrôle de la technique mathématique qui ne dépend pas exclusivement de la technologie mathématique. Ceci est particulièrement visible dans la solution professionnelle du dimensionnement des lames triangulaires, l'expert contrôle la technique mise en place en faisant intervenir des savoirs pratiques et des savoirs d'expérience. Contrairement à la solution de l'expert qui encapsule les savoirs mathématiques, les étudiants se donnent la tâche de justifier ces savoirs encapsulés en faisant appel aux cours de résistance des matériaux et

aux travaux pratiques. La première tâche ainsi proposée par les étudiants l'est par analogie à ce qui a été fait dans la formation et ceci les conduit à proposer une tâche qui n'est pas pertinente pour le projet. Ceci est dû au fait que les tâches proposées dans la formation et même dans les travaux pratiques ne sont pas de même nature que celles du projet.

On retrouve ici le résultat souligné par Kent et Noss (2002), l'expérience modifie le besoin d'explicitier les mathématiques. Ces auteurs montraient que le travail mathématique affecté à des ingénieurs experts ne demandait pas l'explicitation des mathématiques comme celui affecté aux jeunes diplômés. Dans ce projet, l'expert à la différence des étudiants a tellement intégré les connaissances mathématiques qu'il n'exprime plus ce besoin de les expliciter.

La deuxième tâche réalisée par les étudiants est celle suggérée par l'expert. Les motivations exprimées par les étudiants semblent avoir complètement intégré celles de l'expert, cependant les étudiants manquent de contrôle dans la technique et ils n'aboutissent pas. La technique à l'oeuvre fait intervenir des relations fonctionnelles avec de nombreuses variables, contrairement à l'expert, les étudiants font intervenir le calcul numérique dont le tableur est utilisé comme un moyen d'exploration et de contrôle. Ceci semble, en plus, être motivé par le contrat du projet dont les graphes sont vus comme un élément de contrôle et d'évaluation de la technique. Le manque d'un critère pour effectuer les calculs numériques, d'une étude qualitative de la dépendance de la relation fonctionnelle et une interprétation non adéquate des résultats obtenus fait rentrer les étudiants dans une situation de conflit. Pour la confronter la validation théorique et pratique sont des fonctions qui doivent être accessibles. Cette complémentarité des validations théoriques et pratiques a été également mise en évidence par Noss et al. (2000), dont les praticiens font intervenir des connaissances pratiques et mathématiques pour faire face à des situations non habituelles (*break-down*) dans la pratique.

Par ailleurs, l'étude qualitative des relations fonctionnelles n'est pas jugée noble pour faire partie de l'enseignement mathématique ni des disciplines intermédiaires à ce niveau d'enseignement, ce qui pénalise notamment ces étudiants.

### III Analyse de projet 2

#### III.1 Présentation du projet 2

Ce projet porte sur l'étude des phénomènes vibratoires induits par l'écoulement d'un fluide sur une aile d'avion. Il vise à concevoir un dispositif de simulation avec une maquette de profil d'aile d'avion soumise à un écoulement d'air en soufflerie pour aider à la compréhension de ces phénomènes. Un des objectifs signalé dans le rapport intermédiaire est plus précisément celui de « déterminer les conditions à remplir pour des vibrations suffisamment importantes, voire proches de la résonance [...] afin de les reproduire sur une plate-forme d'essai ». Pour concevoir la simulation, dans un premier temps, les étudiants étudient le cas du cylindre soumis à un écoulement laminaire<sup>51</sup> et plus précisément les effets de turbulences sur celui-ci.

A la fin du projet, les étudiants présentent sur un poster le schéma 1 (figures 32, 33 et 34) que nous reproduisons ci-dessous :

#### Les phénomènes vibratoires :

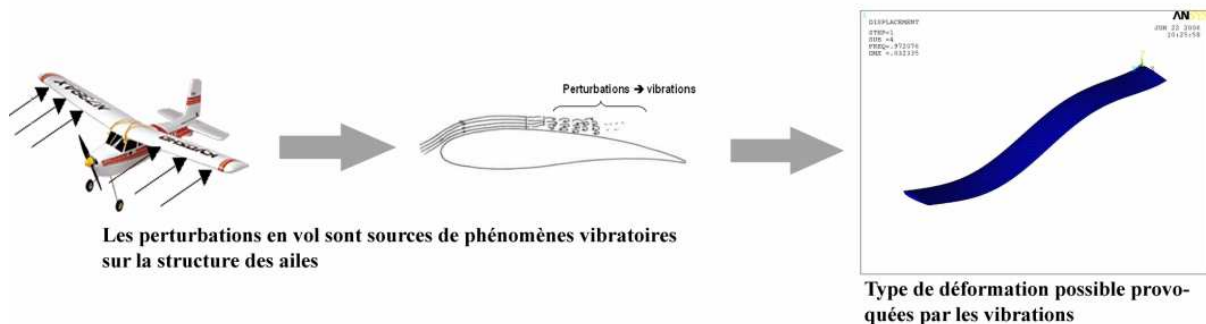


Figure 32. Schéma de perturbations en vol.

Figure 33. Perturbations sur la surface en plan d'aile.

Figure 34. Calcul des déformations provoquées par des vibrations.

Ce schéma reflète la méthodologie mise en place pour aborder ce projet. Le phénomène de perturbations en vol (figure 32) est étudié à partir d'une plaque plane associée à un modèle réduit d'une aile d'avion (figure 33). Ce dernier, comme annoncé plus haut, est transposé du modèle d'aile cylindrique. Les déformations provoquées par des vibrations sur l'aile soumise à l'écoulement sont calculées à l'aide du logiciel ANSYS. La figure 34 expose l'image d'une aile déformée produite à l'aide de ce logiciel.

<sup>51</sup> « Ecoulement laminaire : le mouvement d'un fluide est qualifié d'écoulement laminaire lorsqu'il peut se poursuivre sans agitation, comme par couches parallèles entre lesquelles ne s'effectuent que peu d'échanges significatifs de parcelles de fluide : les molécules du fluide, au sein de ces couches, suivent alors des trajectoires voisines où les vitesses ne subissent pas de variations marquées, et les lignes de courant, dans un tel mouvement, semblent se disposer en feuillets parallèles. Ce type d'écoulement, pour le fluide considéré, correspond à des valeurs suffisamment faibles du nombre de Reynolds. » (Annexe 2 du rapport intermédiaire, p. 30)

L'analyse dimensionnelle et les nombres adimensionnels, plus particulièrement le nombre de Reynolds, jouent un rôle crucial dans ce projet. Nous proposons dans cette analyse de l'étudier plus particulièrement ainsi que le travail effectué avec le logiciel ANSYS.

### III.1.1 Division du travail

Le partage du travail n'est pas explicité dans le rapport intermédiaire, mais lors des entretiens nous constatons que le travail est distribué entre deux binômes : le premier formé par les étudiants E1 et E2 a à sa charge le travail de conception. Ce travail porte sur l'étude du modèle du cylindre, la transposition de ce modèle à celui du profil d'aile et les calculs effectués sur le logiciel ANSYS. Le deuxième binôme, formé par les étudiants E3 et E4, a à sa charge le travail électronique : la conception du système de mesure à partir du logiciel Labview. Pour notre analyse, nous nous concentrons sur le travail effectué par le premier binôme qui a un contenu mathématique plus important. Nous avons constaté, comme dans les deux autres équipes, que le travail mathématique est effectué en grande partie par un seul étudiant, E2.

### III.1.2 Tâches à développer

Pour développer le projet, les étudiants présentent dans le rapport intermédiaire le travail à réaliser en trois parties<sup>52</sup> :

#### 1) Etude des effets des perturbations sur une structure

- documentation sur les phénomènes perturbateurs en mécanique des fluides ;
- étude simplifiée avec un cylindre ;
- étude du profil d'aile (modèle réduit et modèle réel) ;
- création d'un modèle CAO (conception assistée par ordinateur) du profil d'aile pour le calcul numérique ;
- calcul numérique sur ANSYS et Cosmos ;
- détermination de la vitesse d'écoulement ;
- interprétation des résultats ;
- comparaison entre le modèle réduit et le modèle réel.

#### 2) Conception

- recherche de solutions existantes ;
- recherche de solutions adaptées à notre cas ;
- recherche de solutions de mesure ;
- choix d'une solution mécanique ;
- détermination de la plage de mesure des vibrations ;
- choix d'une solution de mesure adaptée ;

---

<sup>52</sup> Ce découpage est présenté dans le rapport intermédiaire suivant les phases de réalisation. Pour ce document nous considérons les tâches associées à chaque partie, excepté la phase de réalisation, comme dans le rapport intermédiaire.

- validation de la solution de mesure avec la solution mécanique.

### 3) Fabrication

- préparation du modèle CAO du profil d'aile final et de son moule ;
- création du programme de MOCN (machine-outil à commande numérique) ;
- usinage du moule ;
- -moulage de l'aile.

## III.2 Analyse des tâches choisies

Le choix d'analyser ce projet vient du fait que les réponses au questionnaire formulées par les étudiants soulignent l'utilisation de la méthode des éléments finis et de l'analyse dimensionnelle. Lors de l'analyse du rapport intermédiaire, nous trouvons de manière explicite des éléments tels que le théorème de Vaschy-Buckingham et les nombres adimensionnels de Reynolds et de Strouhal. Ces trois éléments font effectivement partie de l'analyse dimensionnelle qui est signalée comme un outil permettant de développer l'étude expérimentale.

Contrairement aux deux autres projets, nous prévoyons dans celui-ci des éléments théoriques explicites. En effet, un des premiers documents fournis pour le développement du projet est un article de recherche intitulé : « Vibrations planes d'un cylindre sous écoulement : étude d'une résonance longitudinale », dont un des auteurs est le tuteur de l'équipe.

L'article porte sur une étude d'un cylindre « de diamètre  $D$ , plongé dans un fluide incompressible visqueux (masse volumique  $\rho$  et de viscosité  $\nu$ ), en écoulement uniforme avec une vitesse à l'infinie  $U_\infty$  telle que  $Re = U_\infty D / \nu = 325^{53}$  » (Loret et al. 2003, p.2). Cette étude est consacrée en grande partie à l'utilisation de méthodes numériques permettant de déterminer le comportement du cylindre dans le fluide. Ce document semble établir un « guide » de développement du projet pour les étudiants. Dans l'article, les outils mathématiques sont explicites, ainsi que leur association aux modèles physiques utilisés. Cependant, à la différence de l'article, dans le projet il doit y avoir la conception et réalisation d'une phase expérimentale. La coordination des outils théoriques, des calculs mathématiques et du travail expérimental est donc à mettre en place.

Notre analyse porte plus particulièrement sur trois tâches de la conception du projet qui sont :

- Tâche 1. Etude théorique des phénomènes de vibration
- Tâche 2. Déformation d'une poutre
- Tâche 3. Calcul de déformation d'une aile d'avion

Ces tâches sont analysées en deux parties : la première concerne la tâche 1 qui fait intervenir l'analyse dimensionnelle et la deuxième les tâches 2 et 3 qui sont effectuées avec

---

<sup>53</sup>  $Re$  symbolise le nombre de Reynolds.



le logiciel ANSYS. Ce logiciel fonctionne sur la base de la méthode mathématique des éléments finis.

Pour la première partie, nous appuyons notre analyse sur un enseignement de mécanique des fluides de l'Ecole Centrale de Nantes<sup>54</sup>. Ce document nous permet de comparer les éléments technologiques donnés par les étudiants et ceux d'un cours possible concernant l'utilisation de l'analyse dimensionnelle. La tâche 2 est réalisée comme appui de la tâche 3, cette dernière permettant de mieux comprendre la démarche effectuée avec le logiciel ANSYS. De ce fait, nous reproduisons la tâche 3 et nous essayons d'avoir accès aux praxéologies mobilisées par l'étudiant lors du travail avec ce logiciel.

### **III.3 Etude théorique des phénomènes de vibration**

Pour réaliser l'étude des phénomènes de vibration, les étudiants considèrent donc d'abord comme précisé ci-dessus le cas d'un cylindre soumis à un écoulement de fluide. Cette méthodologie a été suggérée par le tuteur. Elle est par ailleurs classique dans les études de phénomènes vibratoires sur une aile d'avion. Ils opèrent ensuite la transposition à l'aile d'avion, puis le passage de l'aile à une maquette.

#### **III.3.1 Tâche 1. Etude simplifiée avec un cylindre et transposition à l'aile d'avion**

Il s'agit principalement pour les étudiants de comprendre les phénomènes vibratoires dans le cas du cylindre et d'en produire une explication théorique simple, puis de généraliser à une aile d'avion. Nous décrivons d'abord la technique suivie pour cette étude puis le discours technologique associé.

*Technique concernant la tâche 1 :*

##### *a) Etude pour le cylindre*

Pour comprendre les phénomènes vibratoires dans le cas du cylindre, les étudiants s'appuient sur l'article fourni par le tuteur et un document Internet. Cette étude les amène à mettre en évidence les variables qui conditionnent l'apparition de phénomènes de turbulence, à les décrire et à souligner l'importance de nombres adimensionnels tels que les nombres de Reynolds et de Strouhal pour contrôler le dispositif expérimental visé.

Dans le rapport intermédiaire, ils précisent que leur étude porte sur un cylindre soumis un écoulement laminaire (figure 35) et que, sous certaines conditions qui sont données telles que vitesse de l'écoulement, taille et forme de la structure qui fait obstacle à l'écoulement ainsi que viscosité du fluide, des tourbillons peuvent apparaître à l'arrière du cylindre (figure 36).

---

<sup>54</sup> Ce cours est analysé car nous n'avons pas eu accès au cours de mécanique des fluides suivi par les étudiants concernés.

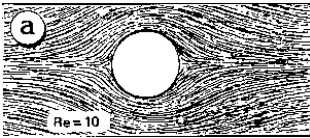


Figure 35. Ecoulement pour un faible Reynolds.

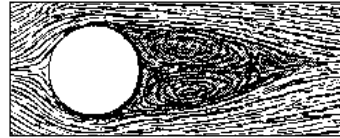


Figure 36. Dépressions à l'arrière du cylindre.

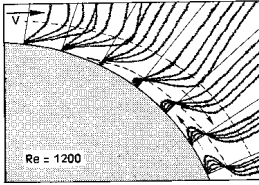


Figure 37. Vecteurs vitesses en surface du cylindre.

Ce phénomène est décrit est lié au nombre de Reynolds de la manière suivante :

« Ce phénomène physique est dû à des dépressions qui se forment à l'arrière de l'obstacle lorsque les conditions sont réunies (vitesse, forme de dimensions de l'obstacle, et viscosité du fluide). En regardant de plus près [figure 37], on peut représenter la courbe des vecteurs au niveau de la couche limite et en chaque point. Les vitesses sont très faibles à la surface du corps et leurs vecteurs s'inversent à proximité des dépressions, provoquant une recirculation du fluide, c'est-à-dire des tourbillons. On dit, dans ce cas que l'écoulement devient turbulent. Nous pouvons décrire l'apparition de ce comportement du fluide par un terme appelé le nombre de Reynolds [...] » (Rapport intermédiaire, p.10)

« Nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} = \frac{V \cdot D}{\nu}$$

$\rho$  : masse volumique du fluide ( $\text{kg/m}^3$ )

$V$  : vitesse de l'écoulement de fluide (m/s)

$D$  : diamètre du cylindre (m)

$\mu$  : viscosité dynamique ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ )

$\nu$  : viscosité cinématique ( $\text{m}^2/\text{s}$ ) » (Annexe du rapport intermédiaire, p.27)

Ce nombre de Reynolds permet, comme indiqué plus haut, de déterminer les conditions dans lesquelles les turbulences ont lieu ainsi que de caractériser les différents régimes. Les étudiants insistent sur cette caractéristique :

« Ce terme est un nombre adimensionnel qui tient compte des caractéristiques du fluide et de la structure et qui, selon la valeur qu'il prend, nous permet de prévoir le régime adopté par le fluide. » (Rapport intermédiaire, p.10)

Et joignent en annexe les schémas de la figure 38 extraits du document Internet utilisé.

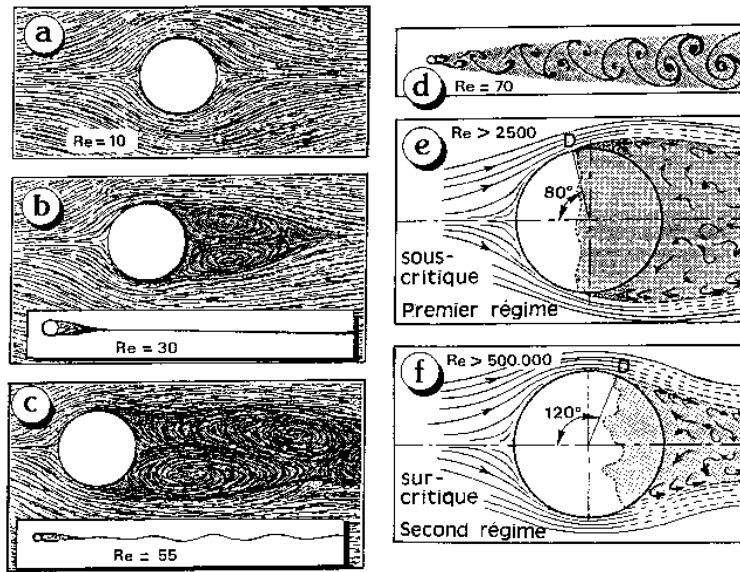


Figure 38. Effet de Reynolds.

Ces schémas montrent que, plus le nombre de Reynolds est grand, plus les phénomènes vibratoires sont importants. Les deux derniers décrivent deux régimes : sous-critique ( $Re > 2500$ ) et sur-critique ( $Re < 500\,000$ ).

L'autre nombre introduit est celui de Strouhal, qui est utilisé pour réaliser le calcul de la fréquence d'émission des tourbillons. Les étudiants mettent en évidence que ce calcul est très important pour pouvoir reproduire le phénomène de résonance :

« Ce nombre est connu pour un cylindre et vaut approximativement 0,2. De plus, il dépend de la fréquence d'émission des tourbillons. Ainsi en faisant varier les différentes composantes du « Strouhal » (vitesse du fluide et dimension du cylindre) nous sommes à même de déduire cette fréquence. Or, nous savons que si la valeur de cette fréquence se rapproche de celle de la **fréquence propre** [...] de notre système, nous obtiendrons un état vibratoire important et facilement détectable. Il ne reste ici qu'à déterminer la fréquence propre et déterminer les valeurs concordantes de nos fréquences respectives puis nous pourrions déduire les conditions (vitesse du fluide, dimension du cylindre) à remplir pour provoquer ce phénomène vibratoire. » (Rapport intermédiaire, p.11)

Ce nombre est présenté dans l'une des annexes de la manière suivante :

« **Nombre de Strouhal :**

$$St = \frac{f_e \cdot D}{V}$$

avec  $f_e$  : fréquence d'émissions des tourbillons (Hz)  
 $D$  : le diamètre du cylindre (m)  
 $V$  : vitesse de l'écoulement de fluide (m/s)

#### b) Transposition pour l'étude de l'aile d'avion

Pour transposer à l'aile d'avion, les étudiants la considèrent comme un cylindre dont le diamètre est la direction transversale à l'écoulement :

« Dans le cas de l'aile nous prenons à la place de  $D$  le terme  $b$  qui est sa dimension transversale à l'écoulement, c'est-à-dire son épaisseur. » (Annexe 1. Rapport intermédiaire, p.28)



Figure 39. Schéma de l'aile plane.

Ils fournissent ensuite des schémas correspondant à ceux associés au cylindre, dont la source n'est pas indiquée, soulignant l'analogie avec ce cas particulier (figures 40 et 41) :

« En effet, nous avons le même phénomène pour une aile d'avion et c'est ce cas précis que nous voulons étudier pour notre projet. Ainsi nous pouvons voir sur les schémas ci-dessous la répartition des vitesses à la surface de l'aile et les turbulences. Ceci se rapproche du cas du cylindre vu précédemment. » (Entretien mené pendant la semaine 3 du projet)

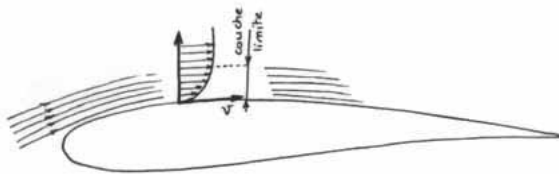


Figure 40. Régime laminaire sur le profil d'aile.

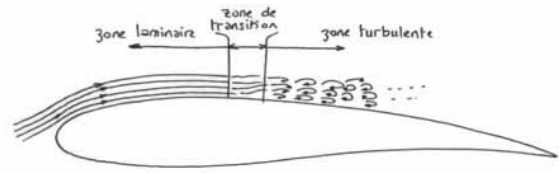


Figure 41. Régime turbulent sur le profil d'aile.

L'étude du cylindre a donc permis aux étudiants notamment d'identifier des conditions d'apparition de phénomènes de turbulence et de les relier au nombre de Reynolds, les paramètres déterminant la fréquence d'émission des tourbillons et de les relier au nombre de Strouhal, et d'envisager la généralisation via ces nombres adimensionnels à d'autres formes géométriques. Avant d'analyser les éléments technologiques qui accompagnent l'introduction de ces nombres, comme ces derniers font intervenir l'analyse dimensionnelle, il nous semble important d'en présenter synthétiquement les fondements.

### III.3.2 Présentation synthétique de l'analyse dimensionnelle

Pour cette présentation nous nous appuyons sur le cours de mécanique des fluides de l'Ecole Central de Nantes, document d'appui mentionné plus haut. Dans ce cours, un chapitre est entièrement consacré à la méthode de l'analyse dimensionnelle, que nous présentons ici en cinq parties :

- 1) Présentation générale de la méthode
- 2) Génération des nombres adimensionnels
- 3) Description de la technique
- 4) Théorème de Vaschy-Buckingham
- 5) Analyse de similitude

## 1) Présentation générale de l'analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle est introduite en mettant l'accent sur la nature des grandeurs qui interviennent dans la mécanique des fluides. C'est l'identification des grandeurs fondamentales - longueur, temps, masse et éventuellement la température - qui est au coeur de cette méthode. Les caractéristiques des grandeurs fondamentales et de celles dites « secondaires » sont mises ensuite sous forme de tableau. Ce tableau comporte quatre blocs qui regroupent quatre types des grandeurs : fondamentale, cinématique, dynamique et thermique comme on peut le voir ci-dessous :

GRANDEUR	SYMBOLE	DIMENSION	UNITÉ S.I.	NATURE
Longueur	$\ell, L, D, d$	[L]	mètre (m)	fondamentale
Temps	t	[T]	seconde (s)	
Masse	M, m	[M]	kilogramme (kg)	
Température	$\Theta$	[ $\Theta$ ]	Kelvin (K)	
Vitesse	V, U	[L.T <sup>-1</sup> ]	m.s <sup>-1</sup>	cinématique
Accélération	$\gamma$	[L.T <sup>-2</sup> ]	m.s <sup>-2</sup>	
Débit volumique	Q <sub>v</sub>	[L <sup>3</sup> .T <sup>-1</sup> ]	m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup>	
Viscosité cinématique	$\nu$	[L <sup>2</sup> .T <sup>-1</sup> ]	m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	
Vitesse de rotation	$\omega$	[T <sup>-1</sup> ]	s <sup>-1</sup>	
Masse volumique	$\rho$	[M.L <sup>-3</sup> ]	kg/m <sup>3</sup>	
Viscosité dynamique	$\mu$	[M.L <sup>-1</sup> .T <sup>-1</sup> ]	Poiseuille (PI)	dynamique
Tension capillaire	$\sigma$	[M.T <sup>-2</sup> ]	kg/s <sup>2</sup>	
Force	f, F	[M.L.T <sup>-2</sup> ]	Newton (N)	
Couple	C	[M.L <sup>2</sup> .T <sup>-2</sup> ]	mètre-Newton (m.N)	
Pression, contrainte	P, $\tau$	[M.L <sup>-1</sup> .T <sup>-2</sup> ]	Pascal (Pa)	
Puissance mécanique	$\mathcal{P}_m$	[M.L <sup>2</sup> .T <sup>-3</sup> ]	Watt (W)	
Puissance thermique	$\mathcal{A}$	[M.L <sup>2</sup> .T <sup>-3</sup> ]	Watt (W)	thermique
Quantité de chaleur	Q	[M.L <sup>2</sup> .T <sup>-2</sup> ]	Joule (J)	
Conductivité thermique	K	[M.L.T <sup>-3</sup> . $\Theta^{-1}$ ]	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	
Diffusivité thermique	$\alpha$	[L <sup>2</sup> .T <sup>-1</sup> ]	m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	
Capacité calorifique	Cp, Cv	[L <sup>2</sup> .T <sup>-2</sup> . $\Theta^{-1}$ ]	J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	

Tableau 7. Types des grandeurs utilisées en mécanique des fluides.

Notons la quantité importante des grandeurs secondaires. La dimension de ces grandeurs est déterminée par rapport à celle des grandeurs fondamentales qui interviennent dans chacune d'elles. On a ainsi par exemple, que la dimension de la *vitesse* est : [L.T<sup>-1</sup>] longueur/temps.

Pour compléter l'introduction, l'auteur produit un discours technologique justifiant le choix de l'analyse dimensionnelle pour traiter de manière expérimentale l'étude des phénomènes physiques que les équations de Navier Stokes (présentées dans le chapitre précédant à celui de l'analyse dimensionnelle) ne permettent pas de résoudre :

« Les équations de Navier Stokes ne peuvent être résolues que dans des cas très simples. Pour cette raison, on est souvent contraint d'utiliser les méthodes expérimentales pour évaluer l'importance relative des différentes contributions au bilan des variables dépendantes. L'estimation a priori des ordres de grandeurs des termes des équations de bilan donne souvent des résultats utiles dans des situations compliquées. L'analyse dimensionnelle est l'outil efficace de cette procédure d'estimation. » (Cours de mécanique des fluides, p.108)

Remarquons que l'auteur donne d'emblée la motivation de la méthode indépendamment des techniques d'estimation liées aux nombres adimensionnels qui sont présentées après.

« L'analyse dimensionnelle permet de regrouper les paramètres physiques ( $\mu$ ,  $K$ ,  $C_p$ ...), les variables dépendantes ( $\rho$ ,  $P$ ,  $\Theta$ ,  $V_i$ ) et indépendantes ( $x_i$ ,  $t$ ), en nombres adimensionnels ayant une signification physique et qui permettent :

- de négliger les termes peu importants et donc de simplifier le problème,
- d'obtenir des informations sur la solution avant d'avoir résolu le problème,
- d'optimiser une éventuelle approche expérimentale,
- d'étendre les résultats obtenus sur une maquette d'échelle réduite au problème grandeur nature » (Cours de mécanique des fluides, p.108)

## 2) Génération des nombres adimensionnels

Les techniques d'estimation utilisées dans l'analyse dimensionnelle ont recours aux nombres adimensionnels. Ces techniques consistent à déterminer à partir de « variables typiques »<sup>55</sup>, les termes intervenants dans les équations de bilan, comme celle de l'équation de quantité de mouvement que nous présentons ci-après :

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \vec{V} \bullet \text{grad} \vec{V} = \rho \vec{g} - \text{grad} P + \mu \Delta \vec{V} + \text{grad} \left( \frac{\mu}{3} \text{div} \vec{V} \right) \quad (1)$$

Les nombres adimensionnels sont des rapports qui résultent de la comparaison entre deux termes de l'équation de bilan (1). Le nombre de Reynolds est ainsi le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses :

$$\frac{\rho \vec{V} \bullet \text{grad} \vec{V}}{\mu \Delta \vec{V} + \text{grad} \left( \frac{\mu}{3} \text{div} \vec{V} \right)} \propto \frac{\rho_0 U_0^2 / \ell_0}{\mu_0 U_0 / \ell_0^2} = \frac{\rho_0 U_0 \ell_0}{\mu_0}$$

A partir des techniques d'estimation portant sur l'équation (1), quatre nombres adimensionnels sont présentés : Strouhal (St), Froude (Fr), Euler (Eu) et Reynolds (Re). D'autres nombres sont obtenus à partir de l'équation de l'énergie.

## 3) Description de la technique

Une description de la technique est présentée et appliquée ensuite à un exemple portant sur une étude de l'écoulement d'un fluide isovolume dans une conduite cylindrique :

« On présente ici une analyse systématique *aveugle* fondée sur la dimension des variables descriptives du problème étudié. Le principe fondamental repose sur l'homogénéité dimensionnelle. Il faut :

- 1) recenser les variables du problème (intuition, expérience...)
- 2) former avec ces variables une équation hypothétique (généralement un développement généralisé de type polynomial),

<sup>55</sup> Les « variables typiques » telles que, la dimension de l'écoulement  $\ell_0$ , la vitesse  $U_0$ , la pression  $P_0$ , la masse volumique  $\rho_0$ , la viscosité  $\mu_0$ , sont celles sur lesquelles les variables indépendantes varient de manière significative.

- 3) appliquer à cette relation le principe d'homogénéité dimensionnelle ;
- 4) effectuer quelques expériences pour déterminer les coefficients constants qui subsistent dans l'équation. » (Cours de mécanique des fluides, p.111)

Remarquons que cette technique fait intervenir des mathématiques mais elle-même n'est pas une technique mathématique. Certains gestes décrits ainsi que le contrôle de la technique restent en effet à la charge de l'intuition et de l'expérience.

#### 4) Théorème de Vaschy-Buckingham

Le théorème est annoncé comme un élément généralisateur de la méthode présentée.

« Théorème : Soit un phénomène décrit par un relation  $f(p_1, p_2, \dots, p_n)=0$  faisant intervenir  $n$  paramètres indépendants. Si  $k$  est le nombre désigne le nombre de grandeurs fondamentales nécessaires pour définir les paramètres  $p_1, p_2, \dots, p_n$  alors la relation initiale peut être mise sous la forme :

$$\phi(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-k}) = 0$$

où les  $\Pi_i$  sont des groupements, INDEPENDANTS et sans dimension, des  $n$  variables initiales. » (Cours de mécanique des fluides, p.112)

L'auteur explicite le rôle technologique de ce théorème en expliquant la validité de la technique mise en place pour l'exemple qui a précédé le théorème. Il associe également l'intuition à la mise en place de la technique. Le résultat du théorème est ensuite rendu opérationnel en mentionnant que la solution sera toujours correcte :

- « si on obtient bien  $n-k$  nombres  $\Pi_i$
- si ces nombres font bien intervenir toutes les variables ( $p_1, p_2, \dots, p_n$ )
- s'ils sont indépendants » (Cours de mécanique des fluides, p.112)

Une autre technique plus systématique est ensuite proposée et même « recommandée » :

« On commence par choisir  $k$  variables dimensionnellement indépendantes parmi les  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . On forme ensuite les groupes suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pi_1 = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_k^{\alpha_k} \dots p_{k+1}^{\alpha_{k+1}} \\ \Pi_2 = p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} p_k^{\beta_k} \dots p_{k+2}^{\beta_{k+2}} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \Pi_{n-k} = p_1^{\lambda_1} p_2^{\lambda_2} p_k^{\lambda_k} \dots p_n^{\lambda_n} \end{array} \right.$$

Il reste finalement à déterminer les combinaisons qui rendent chacun de ces groupements sans dimension. Il suffit pour cela d'exprimer les unités de chaque quantité  $\pi_i$  en fonction des grandeurs fondamentales  $[M, L, T, \Theta]$  » (Cours de mécanique des fluides, pp.112-113)

### 5) Analyse de Similitude

L'auteur introduit l'analyse de similitude en décrivant d'abord la motivation, comme dans le reste du cours, qui est liée cette fois aux conditions matériels et pratiques de l'étude sur une maquette à échelle réduite :

« Pour des raisons de rentabilité, on ne peut guère envisager d'entreprendre des études expérimentales d'écoulements sur des ouvrages en vraie grandeur. Il se pose aussi souvent des problèmes de faisabilité subordonnés à des impératifs d'exploitation, des difficultés de contrôle de paramètres dans le cas de phénomènes naturels... On cherche donc autant que possible à travailler sur des écoulements de maquette à échelle réduite, et il convient donc d'établir des lois de similitude » (Cours de mécanique des fluides, p.120)

La définition de l'analyse de similitude est ensuite donnée :

« Deux écoulements (E1) et (E2) sont semblables si, à des instants homologues tels que  $t_2 = qt_1$ , les domaines fluides (D1) et (D2) se correspondent dans une similitude géométrique de rapport constant, et si, pour chaque couple de points homologues  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_2$ , il existe un rapport constant entre les vitesses, un rapport constant entre les pressions, et de façon générale, un rapport constant entre toutes les grandeurs de la même nature. » (Cours de mécanique des fluides, p.120)

Cette définition établit donc les conditions qui permettent de déterminer que deux écoulements sont semblables et permet de dégager un résultat important : l'étude faite sur une maquette est transposable à celle de l'aile réelle si les écoulements dans les deux cas sont semblables. L'auteur insiste en détaillant les types de similitudes qui composent ce résultat :

« Il résulte de cette définition que si deux écoulements sont semblables, ils vérifient à la fois une similitude géométrique (rapport d'échelle), une similitude mécanique (les grandeurs physiques, dynamiques et éventuellement thermiques homologues sont similaires) » (Cours de mécanique des fluides, p.120)

Les éléments ici présentés nous permettront d'analyser dans la partie suivante les éléments technologiques explicités par les étudiants.

### III.3.3 Analyse des éléments technologiques explicités par les étudiants concernant la tâche 1.

Pour analyser les éléments technologiques mis en place par les étudiants nous nous appuyons sur les fondements de l'analyse dimensionnelle présentés ci-dessus et sur les discours produits par les étudiants lors de l'entretien réalisé à la base du rapport intermédiaire (cf. chapitre 4). Notre analyse est organisée par rapport aux deux parties de la technique : l'étude de cylindre et la transposition à l'aile réelle.

#### a) Etude du cylindre

La motivation de l'étude du cylindre est celle de pouvoir déterminer les conditions pour reproduire des phénomènes vibratoires. Les étudiants suivent la méthodologie employée d'une part dans l'article de recherche mis à disposition et celle du document Internet. Dans ce dernier, ils considèrent particulièrement la partie concernant les effets de Reynolds sur corps cylindriques. Le discours technologique reprend les considérations citées plus haut concernant



l'analyse dimensionnelle avec une forte fonction de motivation et en combinant les deux aspects vus dans la partie concernant la technique : obtention de relations des grandeurs et similitude physique. Lors des entretiens, les étudiants mettent bien en évidence que cette étude du cylindre fait intervenir notamment le nombre de Reynolds pour déterminer le régime des turbulences, comme le dit l'étudiant E2 :

« **E2** En fait le nombre de Reynolds est utilisé en général...très couramment pour ce type de problèmes, c'est-à-dire un obstacle placé dans un écoulement et ça permet de prévoir, comme je dis, les turbulences à l'arrière de l'obstacle mais après si on utilise le nombre de Reynolds, on n'utilise pas forcément ce théorème-là [référence au théorème de Vaschy-Buckingham].

La composante pratique de la technologie émerge lorsqu'un des étudiants, E2, affirme que le nombre de Reynolds est « couramment » utilisé pour aborder ce type de problèmes. La justification fait alors référence à un usage social. L'étudiant insiste sur le point que cet usage du nombre de Reynolds n'est pas, pour eux, lié directement au théorème de Vaschy-Buckingham :

*Avez-vous déjà utilisé le théorème dans le projet même ?*

**E1** En fait, on essaie de comprendre le théorème mais ce n'est pas évident.

**E2** Parce qu'en fait c'est plus appliqué à une aile d'avion, nous en fait on a simplifié le problème d'abord, parce que c'est vrai, c'est trop compliqué. Dans le nombre de Reynolds je crois qu'il y a la forme géométrique qui intervient, mais les premiers calculs qu'on a faits c'est juste avec un cylindre ce n'est pas avec le modèle réduit parce que forcément c'est un peu plus compliqué... » (Entretien mené pendant la semaine 3)

Les étudiants justifient l'étude du cylindre comme l'étude d'un élément plus simple que celle du modèle réduit, permettant ainsi de comprendre le phénomène et d'être en mesure de transposer les résultats de cette étude à celle de l'aile d'avion à travers le modèle réduit. La légitimation de cette étude est trouvée à partir des documents consultés par les étudiants, ce qui est remarquable est la tâche qu'ils se donnent pour justifier théoriquement leur travail.

#### *b) Transposition à l'aile d'avion*

L'analogie faite entre le cylindre et l'aile peut sembler ici très sommairement justifiée. Mais le recours à des formes simplifiées pour étudier les phénomènes : cylindres, sphères et plaques planes est usuel en aérodynamique (cf. aussi projet 1). Il est considéré par exemple comme allant de soi dans le document Internet consulté par les étudiants de passer directement de l'étude du cylindre à une surface en plan d'aile. De plus, on peut penser que le fait que les étudiants aient reçu de leur tuteur-client l'article de recherche mentionné plus haut établit la légitimité de la transposition opérée.

Ceci constitue également une partie de la méthodologie mise en place dans le document Internet pour étudier les traînées parasites. Les auteurs de ce document, après avoir déterminé les effets de Reynolds sur les corps cylindriques, étudient le modèle réduit en faisant intervenir le régime sous-critique du cylindre, comme on peut le voir dans la citation suivante :

« Prenons comme référence une surface en plan d'aile de  $1\text{m}^2$  et de  $0.15\text{m}^2$  de surface frontale (épaisseur relative du profil : 15%), et calculons la surface de traînée équivalente de ce bout

d'aile (on prendra comme  $C_{xp}$  pour un bord d'attaque isolé **celui d'un cylindre en sous-critique**<sup>56</sup>, soit  $C_{xp}=1.1$ ) (L'aérodynamique et l'origine des traînées parasites, p.11)

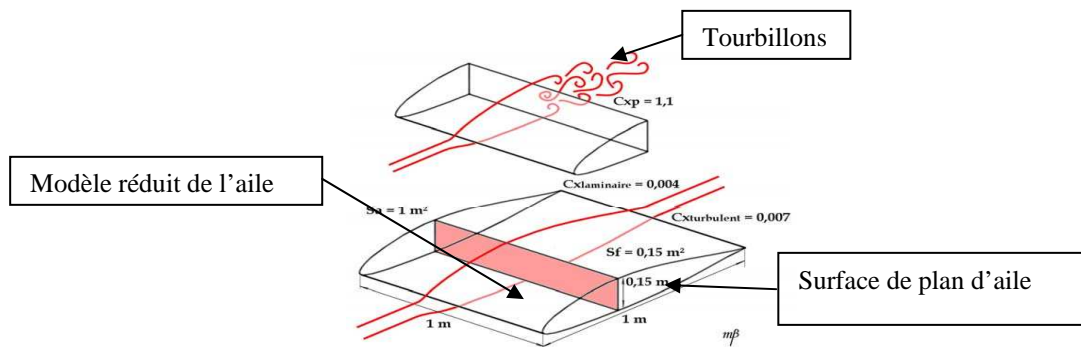


Figure 42. Schéma du modèle réduit.

Les étudiants suivent globalement cette méthodologie. Les nombres adimensionnels ainsi que l'analyse dimensionnelle sont mis en avant comme des outils permettant de réaliser cette étude :

« Les équations fondamentales de la mécanique des fluides sont le plus souvent difficiles à résoudre. Les solutions analytiques sont même rares et les solutions numériques sont parfois lourdes lors de la mise en œuvre et coûteuses en temps de calcul. Nous pouvons alors avoir recours à l'étude expérimentale soit en grandeur nature, soit par l'intermédiaire de maquettes. Nous sommes aidés dans cette démarche par l'analyse dimensionnelle, qui permet d'accéder plus facilement à la mise en forme de relations semi-empiriques permettant de modéliser le phénomène étudié. » (Rapport intermédiaire, p.12)

Les étudiants ne précisent pas, comme c'était le cas dans le cours cité, que les équations de la mécanique des fluides utilisées sont celles de Navier-Stokes. Cependant, ils justifient le choix d'utiliser l'analyse dimensionnelle pour les tâches du projet. Cette justification est très proche de celle du cours de mécanique. Contrairement au projet 1, les étudiants se donnent la tâche d'explicitier les éléments technologiques. On voit qu'ils identifient les outils mis à disposition par le cours pour réaliser les tâches du projet. Le descriptif synthétique de la méthode associée à l'analyse dimensionnelle est ainsi présenté dans le rapport intermédiaire :

« Principe de la méthode

L'analyse dimensionnelle repose sur le théorème de **Vaschy-Buckingham** (théorème des  $\Pi$  cf. annexe 1).

Il est important de savoir quels paramètres caractérisent le phénomène étudié et comment ils interviennent (cf. annexe 1)

Les nombres adimensionnels considérés peuvent être générés à l'aide d'une matrice des paramètres influents. Pour notre étude, le nombre adimensionnel est celui de Reynolds. » (Rapport intermédiaire, p.12)

<sup>56</sup> Cette phrase n'est pas mis en caractères gras dans le document original.

Notons que les étudiants présentent « ce qu'il faut retenir » de l'analyse dimensionnelle pour réaliser les tâches du projet. De manière générale, on peut considérer qu'ils s'approchent des éléments présentés dans le cours de mécanique de fluides, même si ceux-ci sont hautement synthétisés. Les étudiants prennent à leur compte les éléments importants de la technique pour caractériser un phénomène à partir de l'étude des grandeurs. La composante théorique de la technologie émerge lorsque les étudiants présentent le théorème de Vaschy-Buckingham comme un élément à la base de l'analyse dimensionnelle, c'est-à-dire en tant qu'aval de la méthode générale de modélisation utilisée ; de même lorsqu'ils énoncent que les nombres adimensionnels sont produits à partir des matrices. Ils sont à ce moment dans une phase d'exposé et de justification de la méthode. Celle-ci a été mise en œuvre pour produire les nombres de Reynolds et de Strouhal mais les étudiants ne restituent pas le processus complet de production de ces nombres, ils se contentent de présenter la formule qui permet de les calculer. De plus, ces nombres ne sont pas réinvestis par la suite. Les calculs de fréquences associés au nombre de Strouhal sont pris en charge par le logiciel ANSYS, comme nous le verrons dans la tâche 3.

Le théorème de Vaschy- Buckingham est présenté dans l'une des annexes :

« Théorème de Vaschy-Buckingham

Toute fonction  $X = f(x_i)$  de variables indépendantes  $x_i$  peut se mettre sous la forme  $f(\Pi_i) = 0$  dans laquelle les  $\Pi_i$  sont des nombres sans dimension indépendants. Si on dénombre  $p-1$  variables indépendantes  $x_i$  et une variable dépendante  $X$ , et si  $q$  est le nombre d'unités fondamentales, il est possible de former  $p-q$  nombres sans dimension. L'analyse dimensionnelle consiste en fait à relier entre eux les facteurs influençant le phénomène étudié à l'aide des nombres adimensionnels. » (Annexe du rapport intermédiaire, p.29)

En ce qui concerne le théorème, les étudiants confirment, lors de l'entretien, la motivation du choix du théorème et de l'analyse dimensionnelle : légitimer l'étude des phénomènes vibratoires de l'aile réelle à partir du modèle réduit. La manière de l'exprimer n'est pas la même que celle que l'on retrouve dans le rapport intermédiaire :

« **E2** C'est notre tuteur qui nous l'a donné [théorème], parce qu'il voulait qu'on fasse le parallèle entre une aile d'avion réelle et une aile d'avion version modèle réduit pour voir si on pouvait comparer les phénomènes dans les deux cas et apparemment il y a des méthodes mathématiques...

**E4** qui permettent de passer du modèle réduit au modèle réel, à partir du théorème de Vaschy-Buckingham par des calculs, une fois qu'on a les paramètres du modèle réduit on peut passer au modèle réel par les formules, par les calculs.

[...] **E2** On a essayé de le voir, de comprendre comment ça marche, mais ce n'est pas évident... c'est très général.

**E1** [...] Ce théorème-là nous aurait servi à fabriquer l'aile, mais nous on ne va pas le faire... » (Entretien mené pendant la semaine 3 du projet)

A partir de cette citation, on voit que le théorème est découvert à l'occasion du projet et qu'il est cependant associé à des mathématiques. Les techniques mathématiques associées

à ce théorème sont vues comme les éléments qui permettent d'opérationnaliser la transposition (modèle réduit – aile), mais elles ne sont pas décrites.

Notons que les étudiants E1 et E2 explicitent plus le rôle technologique du théorème en termes de motivation pour le comprendre et pour trouver les techniques associées, tandis que E1 associe le théorème à une tâche de matérialisation comme c'est la fabrication de l'aile. Cela nous montre un effet de la division du travail et les différents rôles de cet élément pour les différentes tâches du projet.

Les étudiants décrivent ensuite le rôle du nombre de Reynolds en lien à cette transposition modèle réduit – aile réelle :

« **E2** En fait le nombre de Reynolds, c'est un nombre adimensionnel c'est-à-dire qu'il n'a aucune dimension comme mètre ou... donc c'est pratique puisqu'on peut prédire le comportement d'un fluide autour d'une structure sans pour autant, comment on dit... quand on est dans une structure grande comme la table ou grande comme la pièce on peut faire la comparaison. C'est-à-dire que ce nombre étant donné que ça ne prend pas en compte les dimensions de la structure, le fluide qui va s'écouler autour, c'est pratique parce que finalement on a... on peut établir un tableau selon les valeurs que prend ce nombre sans pour autant se baser sur la taille de la structure. [...] pour le théorème je crois qu'on a parlé au moment du nombre de Reynolds. Je ne sais pas si on peut l'appliquer directement ou s'il faut passer par des équations.

**E1** Ce qu'il faut comprendre c'est que le théorème de Vauschy-Buckingham c'est en fin de comptes de l'analyse dimensionnelle, c'est plus lié à l'aile, parce que le nombre de Reynolds est plus lié à l'écoulement qui va intervenir sur l'aile. Ce sont des choses qui sont distinctes mais liées aussi. » (Entretien mené pendant la semaine 3 du projet)

À partir de cette citation, on voit que les étudiants valident la transposition de régimes du cylindre à ceux du modèle réduit et de l'aile d'avion, à partir du caractère adimensionnelle du nombre du Reynolds. Ils n'exposent pas les techniques qui permettent opérer la transposition, mais ils évoquent que celles-ci peuvent être liées aux équations. Ce nombre de Reynolds est strictement lié à l'écoulement et l'analyse dimensionnelle et le théorème à la transposition modèle réduit–aile, qui sont, sans doute liées aux conditions de similitude et similitude complète, comme on peut le voir dans la citation suivante :

« Condition de similitude

La taille géométrique du problème réel, doit respecter certaines conditions de fonctionnement liant l'étude de la maquette et sa transposition au prototype. Cette solution, pour garder sa généralité, sera toujours donnée sous la forme d'une ou de plusieurs équations adimensionnalisées dans lesquelles apparaîtront des paramètres particuliers qui sont appelés communément : nombres sans dimension.

*Similitude complète*

On dit qu'il y a similitude complète entre deux écoulements, c'est-à-dire l'écoulement autour de la maquette et l'écoulement autour de l'aile réelle, s'il y a similitude géométrique entre ces deux écoulements et similitude cinématique, c'est-à-dire si en deux points homologues les vitesses et les accélérations ont des directions homologues et sont dans un rapport constant indépendant du point considéré.

Soit : M1 (masse de la maquette), M2 (masse de l'aile réelle), V1 (volume de la maquette), V2 (volume de l'aile réelle),  $\gamma_1$  (l'accélération autour de la maquette),  $\gamma_2$  (l'accélération autour de l'aile réelle). La similitude géométrique fixe le rapport  $V1/V2$ , la similitude cinématique impose le rapport  $\gamma_1/\gamma_2$ .

Nous avons aussi une similitude dynamique qui fixe le rapport  $\rho_1/\rho_2$ .

Pour que la similitude soit complète, il faut que les trois rapports des forces de viscosité, des forces de volume et des quantités d'accélération soient égaux, c'est-à-dire que les conditions de Reynolds soient satisfaites. » (Rapport intermédiaire, pp.12-13)

On voit que cette notion de similitude complète correspond à l'analyse de similitude du cours de mécanique des fluides, on voit donc que les étudiants ont recours à son cours de mécanique et produisent une simplification portant sur les outils nécessaires pour développer le projet. Ces éléments constituent les éléments justifiant la démarche du projet. Les étudiants produisent un discours lié à la composante théorique de la technologie. Premièrement, en montrant le rôle du théorème de Vauschy-Buckingham qui relève d'une théorie et légitime le choix de l'analyse dimensionnelle pour produire les modèles. Deuxièmement, la technique décrite dans le cours de mécanique des fluides est celle mise en oeuvre. Finalement, le caractère adimensionnel du nombre de Reynolds et le théorème de similitude valident la technique d'étude de la situation réelle à travers l'étude du modèle réduit.

Nous pouvons voir comme les éléments technologiques sont établis à différents niveaux et font appel à des démarches différentes de validation. Le théorème de Vaschy-Buckingham et la similitude relèvent d'une validation théorique, de l'utilisation du nombre adimensionnel de Reynolds. Mais la formule mathématique qui exprime ce nombre est également liée à une dimension expérimentale (point 4 ci-dessus : « effectuer quelques expériences pour déterminer les coefficients constants qui subsistent dans l'équation »).

Les calculs de fréquences propres auxquels est associé le nombre de Strouhal sont réalisés dans le projet à l'aide du logiciel ANSYS. Nous nous proposons d'analyser le rôle des éléments technologiques intervenant dans l'utilisation de ce logiciel et de répondre à la question suivante : comment cet outil modifie-t-il les besoins mathématiques ?

### III.4 Partie 2. Travail sur le logiciel ANSYS

Le logiciel est utilisé pour réaliser différentes tâches. Pour notre analyse nous en considérons deux :

**Tâche 2.** Le calcul de la déformation d'une poutre ;

**Tâche 3.** Le calcul des déformations provoquées par des turbulences sur un profil d'aile d'avion.

Ces deux tâches ont été développées au cours du projet par l'étudiant E2 et portent sur une simulation. Elles semblent alors jouer un rôle « technologique » c'est-à-dire que ce travail permet d'assurer que la démarche expérimentale à suivre est celle qui convient, mais elles ne figurent ni dans le rapport intermédiaire, ni dans la soutenance orale.

Le travail sur ce logiciel est prévu dans la première phase pour réaliser les calculs des structures, comme signalé dans les réponses au questionnaire. Lors du premier entretien l'étudiant E2 précise que ce logiciel sera utilisé pour réaliser une étude dynamique du profil d'aile d'avion :

« [...] on a un logiciel qui permet de faire ça, ça permet de calculer les contraintes et les forces sur une pièce mécanique et entre autres ça permet aussi de calculer ce qu'on appelle la fréquence propre de l'aile, c'est-à-dire que c'est une valeur qui va nous permettre justement d'avancer dans nos calculs de vibrations. Etant donné que l'aile est une structure assez complexe ça nous facilite les calculs ; faire ça à la main ce n'est pas évident du tout... »  
(Entretien mené pendant la semaine 3)

Ces tâches calculatoires permettent de déterminer la fréquence des vibrations adéquate pour reproduire le phénomène de résonance lors de l'expérimentation.

A notre demande, l'étudiant E2 nous a montré la réalisation des tâches mentionnées plus haut. La première tâche permet à l'étudiant d'établir un parallèle entre la poutre et l'aile d'avion.

Nous présentons ces tâches afin d'analyser le rôle des praxéologies mathématiques mobilisées lors de l'utilisation de ce logiciel fonctionnant sur la base de la méthode des éléments finis. Cet outil permet d'économiser du travail mathématique, ainsi que d'obtenir des réponses optimales en termes de temps et de coûts.

De manière générale, le travail sur ce logiciel passe par cinq étapes :

1. choix de l'analyse à effectuer (statique, dynamique, thermique) ;
2. discrétisation de la pièce en éléments simples : barres, plaques, briques ;
3. choix des appuis et des forces ;
4. résolution du problème (choisir les bonnes options du logiciel et lancer la simulation) Cette étape porte sur des calculs mathématiques, et plus précisément sur l'application des éléments finis. Le travail mathématique est pris en charge par le logiciel ;
5. évaluation de la réponse au choix sous une grande variété des formes.

### III.4.1 Déformation d'une poutre

#### *Tâche 2 : déformation d'une poutre*

Trouver la déformation d'une poutre à l'aide du logiciel ANSYS.

#### *Technique concernant la tâche 2 :*

Pour cette tâche l'étudiant doit reproduire la poutre, choisir le matériau et ses propriétés, les efforts à appliquer, et faire une analyse statique.

L'étudiant décrit la technique utilisée de la manière suivante :

« J'entre le programme dans le logiciel, il fait directement la géométrie de la structure que je vais étudier avec ce qu'on appelle les conditions limites, ici un encastrement [une extrémité], ici un appui [l'autre extrémité de la poutre], donc c'est une poutre qui est fixée d'un côté et juste un appui de l'autre. On applique dessus une force dans le centre et maintenant je vais essayer de calculer la solution... ce qu'on appelle une analyse statique, [travail sur le logiciel]. »  
(Explication orale de l'étudiant E2 lorsqu'il travaille sur le logiciel ANSYS)

La tâche que l'étudiant nous montre ici est une tâche classique pour l'étude de la résistance des matériaux : le calcul de déformation d'une poutre encastree d'une extrémité, reposant sur appui à l'autre et soumise à une force appliquée au milieu de la poutre. Une fois que la déformation de la poutre est calculée, l'étudiant fait une optimisation de la matière,

visant à déterminer la matière qui peut être enlevée mais en gardant la même résistance de la structure. Cela est illustré par la figure suivante :

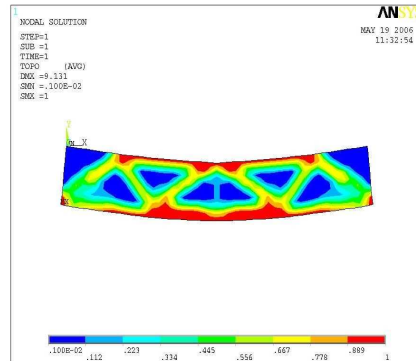


Figure 43. Optimisation de la forme d'une poutre

### Technologie concernant la tâche 2 :

Le discours de l'étudiant concernant les deux parties de sa technique, c'est-à-dire le calcul d'efforts sur la poutre et l'optimisation de la matière, décrivent et motivent la technique. La fonction description apparaît lorsque l'étudiant produit un discours accompagnant la technique mise en œuvre avec le logiciel. Le fait de nous montrer comment il réalise la tâche l'oblige à produire ce discours dont les gestes sont énoncés l'un après l'autre. Notons qu'il ne produit pas de justifications ou d'explications, il n'exprime pas la nécessité d'explicitier pourquoi il fait une analyse statistique et non une analyse thermique. En revanche, il semble maîtriser la technique, et le contrôle de cette dernière est fait par rapport aux réponses obtenues, l'étudiant étant satisfait de ce qu'il a obtenu. Cela lui permet de réaliser la deuxième partie, qui porte sur l'optimisation de la forme. Dans cette dernière, on peut voir émerger la motivation comme le montre l'extrait suivant :

« Au départ on a une poutre pleine et moi, je veux minimiser le poids de la poutre donc... étant donné que la poutre pleine va être lourde, je veux qu'il modifie la forme de la poutre pour qu'elle ait des espaces vides à l'intérieur. Pour qu'il enlève de la matière il va donc me faire une sorte de treillis. » (Explication orale de l'étudiant E2 lors qu'il travaille sur le logiciel ANSYS)

L'étudiant explicite le but de la technique, ce qu'il veut obtenir en la mettant en œuvre :

« Et là, en quelque sorte il fait ça, c'est-à-dire que je peux donner un espace dans lequel il peut travailler. A partir des contraintes modifier la poutre, [...] la forme en recalculant à chaque fois les contraintes. Et au final tout ce qui en bleu-là [référence à la figure 43], ça veut dire qu'il n'y a pas des contraintes, qu'on peut l'enlever. » (Explication orale de l'étudiant E2 lors qu'il travaille sur le logiciel ANSYS)

L'explication n'est pas faite en termes mathématiques, mais l'étudiant met en évidence que l'optimisation porte sur le calcul des contraintes sur chaque sous-structure de la poutre. Lorsque l'étudiant explique la technique effectuée à l'aide du logiciel, il n'éprouve pas le besoin d'explicitier la méthode mathématique ; ceci semble lié au fait que le travail mathématique est pris en charge par le logiciel. Le logiciel fonctionne comme une boîte noire.

### III.4.2 Calcul de la déformation d'une aile d'avion

#### Tâche 3 : calcul de la déformation d'une aile d'avion

Calculer les déformations provoquées par des vibrations sur un profil d'aile.

Cette tâche est réalisée par l'étudiant en notre présence. Nous avons relevé les traces suivantes :

- le discours produit par l'étudiant lors de la réalisation ;
- l'image de l'aile déformée (figure 44).

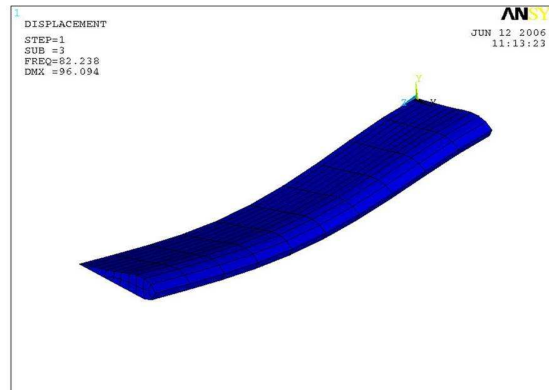


Figure 44. Déformations sur le profil de l'aile.

Ces traces malheureusement ne sont pas suffisantes pour avoir accès aux praxéologies mathématiques mobilisées par l'étudiant lors de la réalisation de la tâche. Lors de l'analyse des données, nous avons demandé à un expert, en lui fournissant l'image de la figure 44, de nous fournir les commandes nécessaires pour reproduire la tâche à l'aide du logiciel. A partir de ces commandes, nous reconstruisons, ci-après la technique.

#### Technique reconstruite concernant la tâche 2 :

Dans le travail développé par l'expert nous repérons trois parties, la première correspond à la conception du profil d'aile, la deuxième à l'analyse modale qui permet de calculer les déformations et la troisième à l'animation du profil. Cette dernière n'est pas considérée dans la technique reconstruite.

##### 1) Conception du profil de l'aile sur le logiciel ANSYS

Pour construire le profil d'aile, il est nécessaire de définir les éléments « types », qui sont pour cette technique sont : « plane42 » et « solid45 ». Le premier est utilisé pour modéliser les structures solides en deux dimensions et le deuxième en trois dimensions. Pour cette tâche, le « plane42 » permettra de dessiner la forme d'une aile (figure 47), et « solid45 », sa représentation en trois dimensions (figure 49).

Une fois ces éléments déterminés, le matériau doit être choisi et ses propriétés définies. Pour une analyse structurale, les propriétés du matériau à préciser sont celles du module de Young, le coefficient de Poisson et la densité.



Pour les préciser, il faut alors aller sur le menu *material props*, puis sur le menu *material models* et enfin sur la chaîne d'options suivante : *Structural>Linear>Elastic>Isotropic*. C'est dans cette dernière qu'on choisit le matériau et qu'on précise ses propriétés : EX (module de Young), et PRXY (coefficient de Poisson), comme nous pouvons le voir sur la figure 45. Les options du logiciel proposent un cheminement pour les types d'analyse, c'est-à-dire qu'une fois l'analyse structurale linéaire choisie, nous pouvons seulement choisir l'option « élastique ». Ce dernier propose encore trois possibilités (voir figure 45).

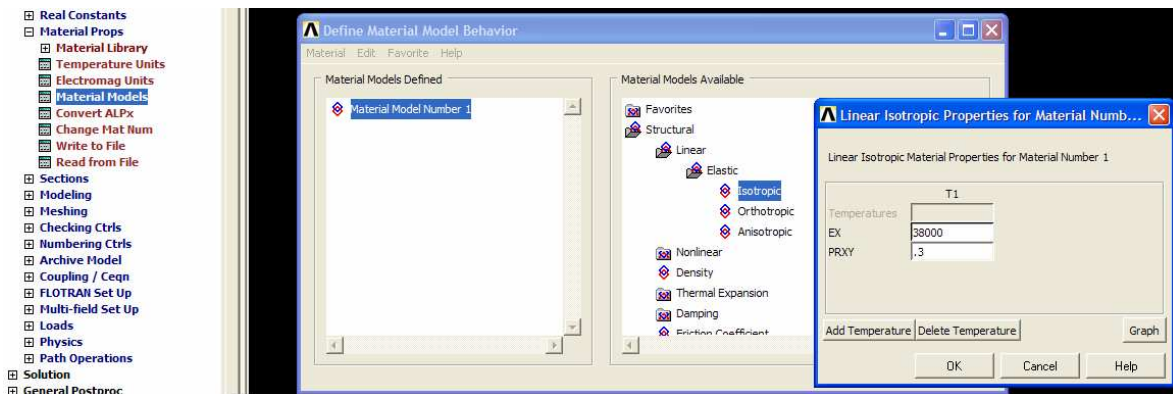


Figure 45. Choix du matériau sur le logiciel ANSYS.

Nous pouvons donc construire le profil de l'aile. Définissons d'abord les 5 points nécessaires pour le profil. Ces points sont définis en entrant leurs coordonnées cartésiennes (x, y). Pour faire le contour de l'aile, les couples de points (1,5) et (1,2) sont liés par un segment, et les points 2, 3, 4 et 5 sont liés par une courbe créée avec l'option « Bspline » (figure 46).

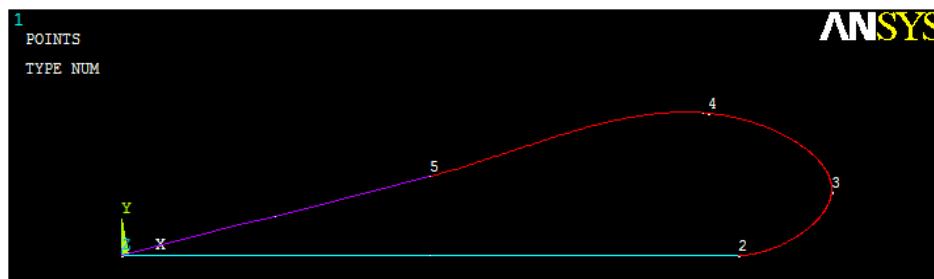


Figure 46. Schéma de surface du plan d'aile.

L'option « area » du menu *Preprocessor>Modelling>Create>Area*, permet d'obtenir une aile pleine comme celle de la figure 47.

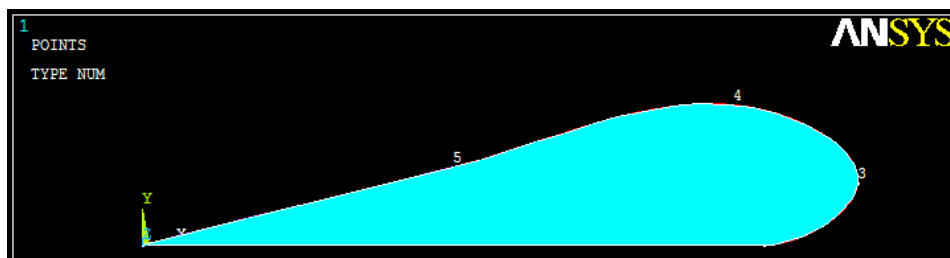


Figure 47. Schéma de l'aile pleine.

L'étape suivante consiste à faire le maillage de la structure (figure 48), celui-ci est fait en utilisant la commande « AMESH,1 » (maillage de l'aire 1) ; on définit ensuite les dimensions des divisions du profil avec la commande « ESIZE ». Une fois le maillage créé, on fait une extrusion (donner du volume) pour obtenir un solide ; le maillage est également appliqué à ce dernier (figure 49).

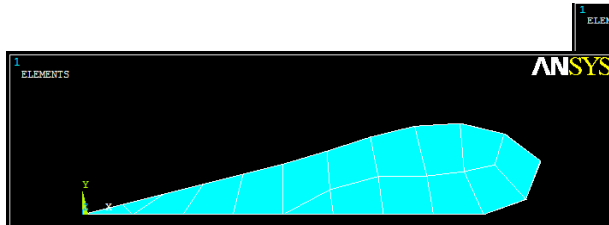


Figure 48. Maillage sur la surface du plan d'aile.

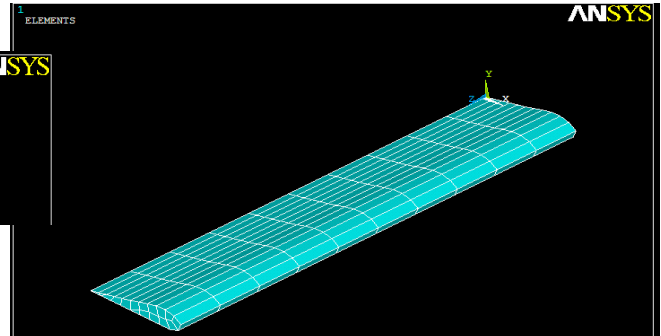


Figure 49. Maillage sur le profil d'aile

Ce maillage (pavage) permettra de traiter la structure comme un ensemble d'éléments ; les déformations seront d'abord calculées sur ces éléments et cela permettra ensuite d'obtenir celles de la structure. La méthode est bien, comme indiqué par les étudiants, celle des éléments finis.

Les gestes qui précèdent correspondent à la première partie du texte de commandes fourni par l'expert, et que nous reproduisons ci-après :

/PREP7

ET,1,PLANE42 ! Define PLANE42 as element type 1

ET,2,SOLID45 ! Define SOLID45 as element type 2

Choix d'éléments  
type

MP,EX,1,38000

MP,DENS,1,8.3E-5

MP,NUXY,1,.3

Propriétés du  
matériau

K,1 ! Define keypoint 1 at 0,0,0

K,2,2 ! Define keypoint 2 at 2,0,0

K,3,2.3,.2 ! Define keypoint 3 at 2.3,.2,0

K,4,1.9,.45 ! Define keypoint 4 at 1.9,.45,0

K,5,1,.25 ! Define keypoint 5 at 1,.25,0

LSTR,1,2 ! Create a straight line between keypoints 1 and 2

LSTR,5,1 ! Create a straight line between keypoints 5 and 1

BSPLIN,2,3,4,5,,, -1,,, -1, -.25 ! Create a B-spline

Construction du  
profil

AL,1,3,2

Aire du profil

ESIZE, .25

AMESH,1

ESIZE,,10

TYPE,2

VEXT,ALL,,,,,10

/VIEW,,1,1,1

/ANG,1

/REPEPLOT

FINISH

Maillage

Volume

Visualisation de  
l'image

## 2) Calcul de déformations sur l'aile

Une fois l'aile construite, on va passer au calcul des modes propres. Pour cela, différentes commandes sont appliquées, la première à entrer dans le logiciel est : Main Menu> Solution. Celle-ci permet de choisir le type d'analyse, on choisit l'analyse modale dont la commande est « modal analysis ». Cette analyse permet de déterminer le type de déformation de la structure analysée à partir de la résolution de ce système :

$$[K]\{\Phi_i\} = \omega_i^2 [M]\{\Phi_i\} \text{ où :}$$

$[K]$  = matrice de rigidité ;

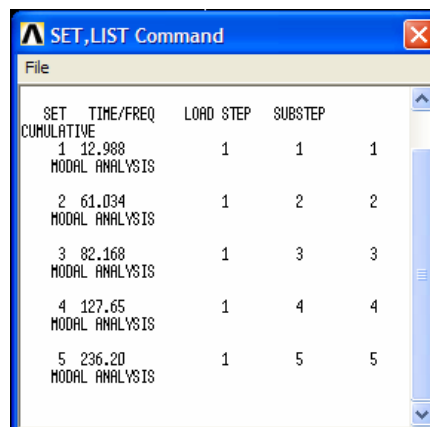
$\{\Phi_i\}$  = matrice de vecteurs propres ou modes propres de  $i$  ;

$\Omega_i$  = fréquence naturelle du mode  $i$  ( $\omega_i^2$  sont les valeurs propres) ;

$[M]$  = matrice de masse.

La solution de ce système est trouvée à partir de l'application d'une méthode numérique. Dans cette technique la méthode choisie est celle de sous-structures, option « SUBSP » dans le logiciel. Cette méthode permet de traiter la structure comme un ensemble de sous-structures. Les fréquences et les déformations sont calculées pour chaque sous-structure. Nous allons choisir cinq sous-structures. La commande est « MODOPT,SUBSP,5 » indiquant le type d'analyse, la méthode choisie et le nombre de sous-structures.

Les fréquences correspondantes à chaque sous-structure sont affichées sur une liste (voir figure 50).



SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP
CUMULATIVE			
1	12.988	1	1
MODAL ANALYSIS			
2	61.034	1	2
MODAL ANALYSIS			
3	82.168	1	3
MODAL ANALYSIS			
4	127.65	1	4
MODAL ANALYSIS			
5	236.20	1	5
MODAL ANALYSIS			

Figure 50. Fréquences de sous-structures.

Le logiciel permet de voir l'aile déformée pour chaque fréquence. Les déformations produites avec une fréquence de 127,65Hz et de 236,20Hz sont présentées sur les figures 51 et 52 respectivement. Nous pouvons constater que ces déformations sont très différentes.

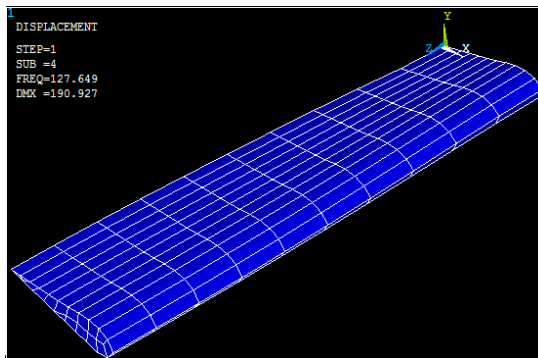


Figure 51. Déformation de l'aile avec une fréquence de 127,65Hz.

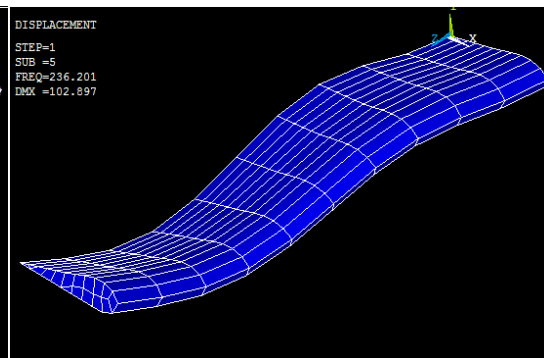


Figure 52. Déformation de l'aile avec une fréquence de 236,20Hz.

La figure 44, fournie par l'étudiant, montre la déformation produite par une fréquence de 82,168Hz.

Les commandes correspondant à cette partie sont les suivantes :

```
/SOLU
ANTYPE,MODAL      ! Choose modal analysis type
MODEOPT,SUBSP,5   ! Choose the subspace mode-extraction method,
                  ! extracting 5 modes

ESEL,U,TYPE,,1     ! Unselect element type 1
NSEL,S,LOC,Z,0
D,ALL,ALL
NSEL,ALL
MXPAND,5
SOLVE
FINISH
```

Choix de l'analyse  
et du nombre de  
sous structures

#### Technologie concernant la tâche 3 :

Nous proposons ici de restituer les éléments technologiques mobilisés par l'étudiant. Pour cela, nous nous appuyons sur la technique reconstruite, le discours de l'étudiant ainsi que sur l'aide fournie avec le logiciel. Cette aide comporte une documentation vaste, dans laquelle on peut trouver les synthèses des méthodes, une explication de chaque commande ainsi que des nombreux exemples.

#### 1) Conception du profil de l'aile sur le logiciel ANSYS

La construction du profil d'aile semble mobiliser des connaissances géométriques et des connaissances sur le logiciel, les premières pour reproduire la structure dans le logiciel et les secondes pour choisir parmi les nombreuses options disponibles, celles qui permettent de

préciser les conditions adéquates pour l'analyse choisie. Par exemple, le logiciel offre de nombreux « éléments types ». On peut trouver, avec l'aide du logiciel, un guide pour développer une analyse dynamique dans laquelle huit « éléments types » sont proposés.

Le discours produit par l'étudiant pour cette phase correspond à la description de la technique et c'est le suivant :

« Ce que je vais lui demander de faire, [référence au logiciel] c'est donc de me dessiner un profil d'aile, après je vais lui demander de faire donc un maillage, c'est-à-dire que je l'ai extrudé, j'en ai fait un volume, je vais lui demander de me le couper en petits morceaux pour le calcul, je vais l'encastrier d'un côté, tu vois c'est une aile d'avion, donc forcément c'est fixé d'un côté »  
(Description orale de la technique par l'étudiant)

Notons que dans ce discours les éléments technologiques ne sont pas mis en évidence. Le maillage, par exemple, semble correspondre à une commande automatique qui ne demande pas de faire des choix. Le maillage est pourtant une étape clé de la modélisation, il est lié à la distribution des masses de la structure : mieux les masses sont réparties, plus les inerties massiques s'approchent de la réalité (cette distribution pour l'aile d'avion sera difficilement uniforme). Un maillage plus fin de la structure permet alors de trouver une solution plus précise.

Lorsque l'étudiant fait un maillage de dix éléments (figure 48), certaines questions émergent : combien d'éléments constituent un maillage adéquat ? La taille de ce maillage est-elle convenable pour la réalisation de la tâche visée ?

Un utilisateur expérimenté du logiciel (ingénieur professionnel utilisateur du logiciel ANSYS) remarque que la taille proposée est convenable : « En fait, on sent bien que si le modèle n'avait que 2 éléments, les masses seraient concentrées en deux points au centre de ces éléments et donc leur déplacement = énergie potentielle serait relativement fausses... En gros la précision du maillage me paraît suffisante. » Notons que l'utilisateur expert ne produit pas, lui non plus, un discours justificatif très argumenté. Il compare le choix fait à un choix qui serait non satisfaisant mais on est très éloigné. Et il semble bien qu'il s'appuie sur des savoirs d'expérience pour juger de la pertinence du découpage et n'éprouve pas le besoin d'un contrôle plus fin.

Le discours de l'étudiant reste dans une description du geste : « je vais lui demander [référence au logiciel] de me le couper en petits morceaux pour le calcul ».

L'étudiant n'hésite pas à faire un maillage de dix éléments, il n'exprime pas le besoin de faire un autre maillage pour comparer les résultats ou même de l'envisager comme le fait l'expert.

La mise en œuvre de la technique ne présente aucun incident, l'aide du logiciel n'est pas consultée et les gestes se suivent les uns après les autres. Cela montre une maîtrise de la technique et une technologie associée complètement naturalisée, les choix semblaient être validés par les réponses obtenues.

## 2) Calcul de déformations sur l'aile

L'analyse modale permet de déterminer à partir de la masse et de la rigidité d'une structure ses propriétés dynamiques. La méthode de sous-structures utilisée est elle aussi prise

en charge par le logiciel : de ce fait l'utilisateur ne doit pas nécessairement la maîtriser la méthode pour réaliser la tâche. En revanche il doit avoir des moyens de contrôle des résultats obtenus.

Le discours produit par l'étudiant lors de la description de la technique, correspond à la composante pratique de la technologie. Le discours est le suivant :

« [...] Je vais lui demander de me calculer ce qu'on appelle les différents modes propres, c'est-à-dire que l'aile, quand ton avion vole... quand l'aile est soumise à certaines contraintes dues à l'air qui passe dessus donc, parfois elle peut se mettre à vibrer et c'est ça que je vais lui demander de calculer. » (Description orale de la technique par l'étudiant)

Ce discours met en évidence la motivation de l'utilisation de l'analyse modale pour calculer les modes propres, les vibrations sur l'aile. L'étudiant ne mentionne pas le type d'analyse à faire ni la méthode de sous-structures associée, mais il souligne ce que ces éléments permettent de faire. Rappelons que le logiciel offre un répertoire de six méthodes différentes pour une analyse modale. L'étudiant choisit directement la méthode de sous-structures, et d'après son discours on pourrait supposer que celle-ci est l'unique possibilité. Une fois la méthode appliquée, l'étudiant semble satisfait des résultats obtenus et ne cherche donc pas plus avant.

« [...] là en l'occurrence, il m'a calculé des fréquences de vibrations de l'aile pour lesquelles elle vibre fortement, c'est-à-dire des vibrations un peu dangereuses... tu vois, [montre sur le logiciel] on peut imaginer que quand l'aile est soumise à cette fréquence elle vibrera de cette façon et elle rentrera en résonance c'est-à-dire, comme je te disais elle vibre fortement, c'est encore un exemple... » (Description orale de la technique par l'étudiant)

Le travail mathématique associé à cette technique est totalement pris en charge par le logiciel. De la même manière que dans la partie précédente, la technique est réalisée sans incidents et la technologie semble être naturalisée. En revanche, cet extrait met en évidence une technologie interprétative à un niveau phénoménologique.

Le logiciel est conçu par l'étudiant comme un outil performant permettant de résoudre certaines tâches, comme le met en évidence l'extrait suivant :

« Tu vas aussi évaluer un matériel pour savoir si celui-ci résiste à la vibration ?  
C'est un exemple de ce que tu peux faire, ça peut t'aider à déterminer un matériel pour résister à un type de contrainte donnée. Ça peut aussi... si t'as déjà ton matériau prédéfini, ce logiciel peut t'aider pour dimensionner ta structure. C'est-à-dire que la poutre que je t'ai montrée tout à l'heure par exemple tu peux lui demander de modifier les dimensions, au mieux d'optimiser ta poutre qu'elle soit à la fois la plus légère possible et en même temps qu'elle tient la force que tu l'appliques.  
Est-ce que pour le projet vous devez faire ça, un profil d'aile qui permet d'étudier certains...  
[l'étudiant coupe et répond] Je vais m'en servir, justement pour calculer les vibrations de l'aile, donc il y a plein de choses qu'on peut faire...  
Pourquoi tu as choisi ce logiciel ?  
C'est celui qui nous avons appris à utiliser, c'est le seul que je connaisse et qui sache faire ça »  
(Entretien auprès de l'étudiant E2)

Dans cette dernière phrase, l'étudiant légitime son choix du logiciel, d'une part il sait l'utiliser grâce à la formation et d'autre part il le considère apte pour les tâches du projet. Le

tuteur-client du projet affirme, dans l'entretien que nous avons mené auprès de lui, que l'utilisation de ce logiciel par les étudiants ne doit pas, d'un point de vue institutionnel, être utilisé en tant que boîte noire :

« Les étudiants de génie mécanique, normalement, ils sont suivis un cours sur les éléments finis, donc c'est ce qu'utilise ANSYS, donc ils sont en principe capables de maîtriser en profondeur le logiciel. Par contre les étudiants des licences GSI (Génie des Systèmes Industriels) n'ont pas le recul pour utiliser le logiciel ANSYS parce qu'ils n'ont pas de cours d'éléments finis. En fait, si, ils ont un cours d'éléments finis où ils font uniquement des calculs à la main donc ils voient tous les problèmes qui vont rencontrer le logiciel dans ses calculs. Donc, pour les licences Génie mécanique comme E1 et E2, ils peuvent maîtriser et avoir du recul ; le logiciel c'est plus une boîte noire, c'est un truc qu'ils maîtrisent, ils savent ce qu'ils vont trouver. » (Discours oral produit par le tuteur lors de l'entretien)

Le tuteur met également en évidence le cours d'éléments finis comme un référent théorique qui joue, selon lui, un rôle technologique dans l'usage du logiciel. Ceci peut expliquer la capacité interprétative des résultats obtenus par l'étudiant E2. Par ailleurs, on voit que la division du travail effectué dans ce projet est faite par rapport à la formation et compétences des étudiants.

### **III.5 Conclusion de l'analyse du projet 2**

Les trois tâches analysées portent sur la conception du projet. Ces tâches ont un rôle technologique pour guider l'expérimentation (phase de réalisation), elles sont, cependant, de nature très différente. La première tâche correspond à une étude théorique permettant de situer les éléments technologiques associés au travail expérimental ; tandis que les deux dernières sont réalisées avec le logiciel ANSYS et en particulier la dernière est une première simulation des phénomènes vibratoires.

Pour la première tâche les étudiants ont recours à trois documents de nature très différente : un cours de mécanique des fluides pour l'étude de l'analyse dimensionnelle dans une approche théorique, l'article de recherche fourni par le tuteur et un document Internet pour justifier la méthodologie de l'étude de l'aile d'avion à partir d'un modèle réduit dans une approche expérimentale. Notre analyse met en évidence que les étudiants font cette étude dans le but de réaliser une adaptation d'éléments théoriques aux tâches du projet en essayant de concilier les deux approches théorique et pratique. A partir du rapport intermédiaire on voit apparaître la justification du choix de l'analyse dimensionnelle et les éléments choisis pour réaliser les tâches du projet : théorème de Vaschy-Buckingham, nombres adimensionnels de Reynolds et Strouhal ainsi que la condition de similitude. La mise en rapport de ces éléments avec notre synthèse de l'analyse dimensionnelle nous permet de mettre en évidence que les étudiants ont fait un choix conduit par les besoins mathématiques du projet. Contrairement au projet précédent les étudiants s'impliquent ici dans une démarche beaucoup moins expérimentale et leur motivation est celle d'adapter les outils de la mécanique des fluides aux tâches du projet.

Au niveau des justifications, celles montrées dans le rapport intermédiaire s'approchent de celles de l'enseignement de la mécanique des fluides, mais le travail pratique exige une adaptation de ces justifications pour les rendre opératoires et fonctionnelles. En ce qui concerne notre analyse de tâches, nous considérons que les étudiants font un choix d'éléments de l'analyse dimensionnelle guidé par les besoins mathématiques, que leur compréhension du projet et de tâches associées sollicite.

A partir de deux tâches réalisées avec le logiciel ANSYS nous constatons que la complexité du logiciel et la quantité de choix à faire n'entraînent pas de problèmes ; au contraire ce logiciel est perçu comme un outil performant pour réaliser les tâches. Le travail mathématique est pris en charge par le logiciel et il est très difficile, à partir des traces que nous avons et de la reconstruction de la technique, de déterminer les praxéologies mathématiques que l'étudiant mobilise pour réaliser cette tâche. En revanche, la technique reconstruite et l'analyse des discours produits par l'étudiant nous ont permis de mettre en évidence la naturalisation de la technique et l'interprétation des résultats comme un élément permettant d'évaluer la technique.

Pour rendre transparentes les praxéologies mobilisées par le travail sur ce logiciel, nous considérons comme nécessaire une analyse des enseignements tels que les éléments finis, la dynamique de structures et le logiciel ANSYS ainsi que la confrontation des résultats obtenus sur ce logiciel avec le travail expérimental. Cela permettra également de rendre compte des différentes transpositions et adaptations nécessaires pour réaliser ces tâches dans différents contextes.

Notre analyse ne rend pas compte du rapport fait par les étudiants entre la première tâche et les deux dernières mais elle permet, en revanche, de voir comment le projet se développe en différentes directions, en faisant intervenir différentes connaissances et ressources pour aboutir aux buts proposés.



## IV Analyse du projet 3

### IV.1 Présentation du projet 3

Dans ce projet sont étudiés les phénomènes aérodynamiques liés au mouvement d'une voiture en déplacement. Pour réaliser cette étude, les étudiants disposent d'une soufflerie fixe (figure 53). Afin de reproduire la vitesse de la voiture sur le sol, ils doivent construire un tapis roulant, comme le montre la figure 54, schéma fait par un étudiant pour expliquer le projet (semaine 3, phase 2 cf. chapitre 4, p.7). Le tapis roulant est actionné par un moteur et le choix du moteur est aussi à leur charge.



Figure 53. Soufflerie.

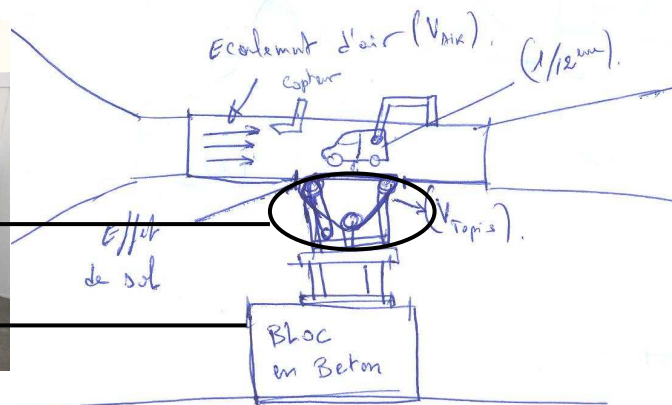


Figure 54. Schéma du projet produit par un étudiant.

Comme précisé dans le chapitre 4, la première phase du projet correspond à la phase de conception : les étudiants font une étude du sujet aboutissant à la proposition d'une solution technologique (solution au projet). Cette étude permet de fixer la division du travail entre les étudiants et la démarche à suivre dans la suite du projet.

#### IV.1.1 Division du travail

Dans ce projet, les étudiants ont décidé de travailler en équipe pour la phase de conception et de se partager le travail pour la phase de réalisation. Les modalités de ce partage sont précisées dans le rapport intermédiaire :

- « -un groupe pour la conception et la réalisation du mécanisme du tapis roulant constitué d'une courroie, de deux rouleaux, d'un tendeur et du châssis qui maintient tout l'ensemble.
- un groupe pour la solution électronique du système, en l'occurrence le moteur et le régulateur permettant de réguler la vitesse du moteur pour établir une égalité à la vitesse d'écoulement d'air. » (Rapport intermédiaire, p. 8)

Ceci se reflète dans la description détaillée des tâches qui figure dans le rapport intermédiaire : le premier groupe se consacre à la partie mécanique et le deuxième à la partie électronique incluant la partie électrique.

#### IV.1.2 Tâches à développer

A chaque tâche sont associées, dans le rapport intermédiaire, trois propositions de solution pour la partie mécanique et deux ou trois pour la partie électrique. Ceci correspond aux attentes institutionnelles vis-à-vis des projets et reste une constante pour tous les projets examinés.

##### Partie mécanique

- concevoir le tapis roulant ;
- concevoir l'architecture des rouleaux ;
- choisir la courroie ;
- déterminer la fixation du tendeur.

##### Partie électrique

- choisir le moteur ;
- choisir la solution pour contrôler la vitesse du moteur ;
- choisir le capteur de vitesse du moteur.

Dans une optique professionnelle, comme l'indique l'expert consulté, les tâches à l'intérieur du même pôle ne peuvent pas être gérées de manière indépendante, même si elles sont séparées. Elles sont fortement liées ; le diamètre et choix de rouleaux, les tours/minute, la vitesse linéaire du tapis conditionnent le choix du moteur et les caractéristiques de ce dernier :

« L'ensemble moteur à vitesse variable, électronique et capteur sont un tout, fourni en tant que tel par les constructeurs ». (Discours produit par l'expert)

#### IV.2 Analyse des tâches choisies

L'analyse porte sur quatre tâches du projet correspondant à la partie électrique : la première concerne le choix du moteur, la deuxième sa modélisation sous forme de « schéma bloc », la troisième sa simulation dans le logiciel Matlab et la quatrième porte sur le dimensionnement du moteur. Le choix de ces tâches repose sur les réponses aux questionnaires de l'étudiant responsable de la partie électrique. Il souligne en effet pour la deuxième phase du projet l'utilisation des équations différentielles et de la transformée de Fourier. Lors du suivi de projet, on observe l'utilisation des équations différentielles et de la transformée de Laplace et non de Fourier pour la partie électrique, à la différence de la partie mécanique où les mathématiques sont basées sur l'exploitation de formules.

Dans les tâches analysées, la modélisation prend une place très importante et les trois premières tâches constituent différentes étapes de la modélisation du moteur. Le choix du moteur correspond au premier niveau de modélisation, supporté par le schéma d'un modèle physique et non mathématique. La modélisation sous forme de « schéma bloc » correspond à un deuxième niveau de modélisation, faisant cette fois intervenir des objets mathématiques comme les équations différentielles et la transformée de Laplace, ainsi que de l'automatique avec par exemple la notion de fonction de transfert. La simulation du moteur dans le logiciel Matlab, correspond au troisième niveau de modélisation ; la fonction de transfert prend la

place des objets purement mathématiques et le contrôle du modèle est à la charge du logiciel. La quatrième tâche est une tâche opératoire, demandant l'exploitation de formules et la réalisation de calculs pour aboutir aux dimensions du moteur.

Nous présentons ce qui précède sous forme de tableau :

Type de tâche	Modèle	Objets mathématiques	Objets discipline intermédiaire	Logiciel
1 choix de moteur	physique			
2 représentation du moteur sous forme de « schéma bloc »	mathématique	équations différentielles, transformée de Laplace	fonction de transfert	
3 simulation du moteur	« schéma bloc »		fonction de transfert	Matlab
4 dimensionnement du moteur	mathématique	équation différentielle		

Tableau 8. Types de tâches dans l'analyse du projet 3.

Les tâches analysées sont réalisées par une sous-équipe formée de deux étudiants. Lorsque nécessaire, nous découpons les tâches en sous-tâches et précisons pour chacune d'elles la technique utilisée par les étudiants. La reconstruction des technologies figurant dans cette analyse s'appuie sur le travail des étudiants et sur le cours d'automatique de l'IUP intitulé : *Introduction à l'automatique des systèmes linéaires*.

Nous présentons finalement le point de vue d'un professionnel afin de déterminer la proximité des techniques et technologies associées aux tâches avec celles qui sont en usage dans l'institution professionnelle.

### IV.3 Choix du moteur

#### *Type de tâche 1 : Choix du moteur*

Les étudiants doivent sélectionner le moteur le mieux adapté aux besoins du projet.

#### *Technique du type de tâche 1*

Choisir le moteur parmi trois propositions à partir des descriptifs accompagnés de schémas physiques.

Les étudiants ont a priori le choix entre deux types de moteurs :

- les moteurs à courant continu (MCC) qui peuvent eux-mêmes être de deux types
  - moteur à excitation indépendante ;
  - moteur à excitation en série ;
- les moteurs asynchrones.

Pour réaliser ce choix, ils établissent un descriptif de chaque moteur indiquant par exemple la vitesse, la puissance ou le couple fourni. Ces caractéristiques sont étudiées, dans les moteurs à courant continu à partir des modèles équivalents de l'induit<sup>57</sup> du MCC (figure 54).

Les trois descriptifs et les modèles qui les accompagnent sont reproduits ci-dessous :

Premier descriptif

« **Moteur à excitation indépendante**

Ce moteur est caractérisé par une vitesse réglable par tension et indépendante de la charge. En association avec un convertisseur statique (hacheur) fournissant une tension réglable, la vitesse peut varier sur un large domaine. Il fournit un couple important à faible vitesse (machines-outils, levage). En petite puissance, il est souvent utilisé en asservissement avec une régulation de vitesse. » (Rapport intermédiaire, p.14)

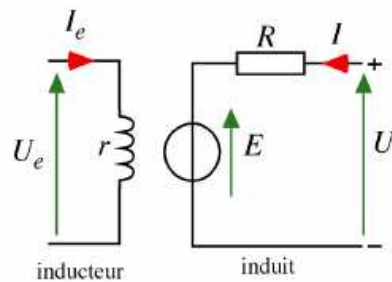


Figure 55. Modèle équivalent du moteur à excitation indépendante.

Ainsi, le modèle (figure 55) indique que le moteur à excitation indépendante a deux sources d'alimentation, une alimentant la partie gauche du circuit et l'autre alimentant la partie droite. Ce circuit a la particularité que la source indépendante (du côté gauche) a l'inducteur  $r$  qui induit une tension dans le moteur  $E$ , ceci permettant de réguler (augmenter ou diminuer) le courant dans le moteur. Lorsque le circuit s'allume, on peut avoir une vitesse nulle et l'augmenter au fur et à mesure que la tension indépendante ( $U_e$ ) augmente.  $U_e$  est indépendante, c'est pourquoi elle n'est pas jointe au reste du circuit et  $U_e$  peut être différente de  $U$ .

*Explication du circuit.*

Lors de l'allumage du circuit, la tension  $U_e$  est appliquée directement au moteur, le faisant fonctionner. La tension  $U$  produit le courant  $I$  pour alimenter la charge résistive  $R$ , grâce à cela la tension  $E$  est suffisante pour alimenter le moteur et la charge.

C'est la charge résistive  $R$  couplée au moteur qui impose le courant induit  $I$ . La vitesse de rotation du moteur est proportionnelle à la tension d'alimentation de l'induit  $U = E + RI$ . Le réglage de la vitesse est indépendant de la charge  $R$ .

Si  $U_e$  augmente,  $E$  augmente donc  $U$  augmente, donc la vitesse du moteur augmente. Si  $U_e$  diminue,  $E$  diminue donc  $U$  diminue, donc la vitesse du moteur diminue.

<sup>57</sup> Un induit : organe d'une machine électrique dans lequel prennent naissance des forces électromotrices induites par l'inducteur.

Inducteur : qui induit, qui produit l'induction est un organe électrotechnique, généralement un électroaimant, ayant comme fonction d'induire un champ électromagnétique dans un induit : machine, alternateur, moteur. (Le petit Robert)

Deuxième descriptif**« Moteur à excitation en série »**

Ce moteur possède un fort couple de démarrage. Il convient très bien dans le domaine des fortes puissances (1 à 10 MW) pour obtenir un fonctionnement satisfaisant en faible vitesse (traction, laminoirs). En petite puissance il est employé comme démarreur des moteurs à explosion. » (Rapport intermédiaire, p.15)

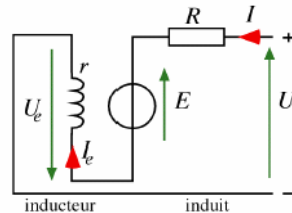


Figure 56. Modèle équivalent du moteur à excitation en série.

Le modèle (Figure 56) indique que le moteur a seulement une source d'alimentation, celle-ci se trouve sur le côté droit du circuit. Dans ce circuit, on remarque que le courant induit  $I$  est également le courant d'excitation  $I_e$ .

Si l'on veut augmenter la vitesse du moteur, il est nécessaire d'augmenter le courant  $I_e$ , qui est fixé par la charge  $R$ .

A la différence du circuit précédent, à l'instant où on allume ce circuit, la tension  $U$  appliquée aux bornes du moteur est égale à la tension  $U_e$ . Quelques secondes après avoir allumé le circuit,  $U_e$  devient presque nulle, ceci est dû au fait que le courant est accumulé dans la résistance  $R$ .

Si la charge  $R$  augmente, l'intensité  $I$  ( $= I_e$ ) augmente et la vitesse du moteur diminue.

Troisième descriptif

« Le moteur asynchrone tourne à une vitesse légèrement inférieure à la vitesse de synchronisme. L'écart relatif par rapport à cette vitesse est appelé glissement et est d'environ 5% à pleine charge. Les moteurs asynchrones peuvent démarrer par leurs propres moyens s'ils sont polyphasés. Le couple de démarrage des moteurs asynchrones est faible. » (Rapport intermédiaire, p.15)

Pour ce moteur, les étudiants n'ont pas présenté de circuit montrant le principe de fonctionnement.

Nous présentons ensuite la technologie mise en place pour cette technique.

*Technologie du type de tâche 1*

Après ces descriptifs, le choix de moteur est justifié dans le rapport intermédiaire de la manière suivante : « Parmi les types de moteurs proposés, nous avons choisi la première solution qui consiste à utiliser un MCC à excitation indépendante. La raison de ce choix est liée à sa grande marge de régulation de vitesse. » (Rapport intermédiaire, p.14)

On peut remarquer qu'une grande partie des choix présentés dans le rapport intermédiaire (propositions du tapis roulant, architectures des rouleaux, types de courroies, solutions pour la fixation du tendeur et celle du moteur) se fait à partir d'une comparaison entre trois

propositions pour l'élément à choisir. Ceci semble être une contrainte des projets Ifp : le choix d'un élément doit passer par une comparaison d'au minimum deux éléments.

Les étudiants s'assujettissent à cette contrainte, l'on peut noter que les deux premiers descriptifs sont accompagnés d'un modèle équivalent de l'induit du MCC, à la différence du troisième qui se réduit à un descriptif. On peut alors penser que le rôle de ce dernier est de compléter le trinôme d'éléments requis par les projets.

Pour l'expert, que nous avons consulté, il y a des erreurs dans les descriptifs, le critère du couple important à faible vitesse concerne les moteurs à excitation en série et non ceux à excitation indépendante. Pour ces derniers, le comportement est l'inverse de celui décrit par les étudiants. Pour le deuxième descriptif MCC en série, on trouve également des affirmations « plus ou moins exactes et absolument pas liées ».

Le troisième descriptif est proche des rappels de cours, mais sans objet dans le cadre du projet. L'expert commente qu'« un moteur asynchrone avec une alimentation à fréquence variable (produit industriel disponible) aurait constitué une solution sérieuse et industrielle ». Ceci, du fait que les moteurs à courant continu (MCC) à excitation indépendante et en série ne sont plus fabriqués à l'exception des moteurs (MCC) peu performants pour les critères industriels mais peu chers. Il souligne ensuite que « les moteurs à excitation indépendante [type du moteur choisi] ne sont pas utilisés en asservissement avec une régulation en vitesse. Ils ont été utilisés dans le passé (avant 1950) pour faire des systèmes à vitesse variable, mais sans asservissement. La réponse statique d'un tel moteur  $\omega = f(i)$  ( $i$  = courant inducteur) est de type hyperbole et il serait difficile de réaliser un asservissement stable en pilotant le courant d'excitation. »

Ce système n'est pas envisagé par les étudiants, l'élément déterminant leur choix final est la grande marge de régulation de la vitesse du moteur à excitation indépendante.

Comment peut-on expliquer ce décalage ?

On peut supposer que, ce qui amène aux étudiants à effectuer ce choix non adéquat, est d'une part l'ignorance de la réalité pratique moderne et d'autre part la proximité de cours des disciplines intermédiaires dans lesquels ces moteurs sont un objet d'enseignement.

Considérons le chapitre 7, du cours d'automatique qui est analysé dans le chapitre 6, « Systèmes linéaires – Automatique ». Ce chapitre est consacré à l'étude des moteurs d'automatisme et il est introduit de la manière suivante :

« Ces dernières années, une véritable révolution a eu lieu concernant les moteurs d'automatisme. Alors qu'il y a seulement une dizaine d'années, ce sont principalement des moteurs à courant continu de fabrication très soignée qui étaient utilisés, les moteurs alternatifs asynchrones constituent aujourd'hui l'essentiel des moteurs utilisés pour les nouvelles installations. A cela deux raisons :

- Un coût moindre ou égal à l'achat
- Un coût très inférieur à l'entretien

La commande de ces moteurs est plus complexe que celle des moteurs à courant continu et fait largement appel à l'électronique. Cette partie dépasse le cadre de ces cours. Cependant, la modélisation des machines reste basée sur les mêmes équations ; nous allons donc parler essentiellement (pour simplifier) de moteurs à courant continu sachant que les équations que

nous écrirons restent valables pour les moteurs asynchrones.» (Systèmes linéaires – Automatique, p. 39)

Dans ce même cours, après la présentation du modèle mathématique du moteur à la base des équations différentielles et de l'application de la transformée de Laplace sur ces équations, des conditions sur le traitement linéaire du moteur à courant continu sont mises en évidence :

« Si le flux inducteur  $\varphi(f)$  et le courant dans l'enroulement d'induit  $i(t)$  sont variables, les équations (2) [ $E(t) = \varphi(t) \Omega(t)$ ,  $E$  : force électromotrice,  $\Omega$ ] et (3) [ $M(t) = K\varphi(t)i(t)$ ] traduisent un système linéaire (produit de deux variables).

Pour se placer dans le cas du fonctionnement linéaire, une des grandeurs  $i(t)$  ou  $\varphi(t)$  doit être maintenue constante. Ceci impose une excitation séparée. On obtient alors deux modes de fonctionnement avec commande par l'induit ou par l'inducteur.» (Systèmes linéaires – Automatique, p. 40)

La première citation confirme le point de vue de l'expert et met en évidence la différence entre les contraintes de l'enseignement de l'automatique et de la profession. Pour l'enseignement, ce qui est pris en compte c'est l'adaptation au niveau des connaissances accessibles aux étudiants à un moment donné du curriculum. Vu le niveau de complexité de la commande des moteurs, ce sont les moteurs à courant continu qui sont étudiés en détail, mais en invoquant que cette étude est exploitable pour les moteurs asynchrones. La deuxième citation correspond à une explicitation des conditions permettant de faire une modélisation mathématique linéaire du moteur. On retrouve ici la logique disciplinaire (Prudhomme, 1999) à l'œuvre.

Les étudiants choisissent donc un moteur à courant continu et non un moteur asynchrone. Ce dernier, est le mieux adapté selon les contraintes de la pratique mais « difficile » à commander et pour lequel ils ne disposent pas d'une praxéologie enseignée.

Après le choix du moteur, une modélisation sous forme de « schéma bloc » est réalisée. A notre demande, l'étudiant montre une partie de la technique utilisée, nous reconstruisons les étapes manquantes et la technologie associée, ensuite nous analysons la technologie que l'étudiant a également explicitée à notre demande.

#### **IV.4 Modélisation du moteur à courant continu (MCC) sous forme de « Schéma Bloc »**

*Type de tâche 2 : Modélisation du moteur à courant continu (MCC) sous forme de « schéma bloc »*

La modélisation du MCC est une sous-tâche de la tâche : réguler la vitesse de rotation du moteur. Les étudiants écrivent à son propos dans le rapport technique (cf. chapitre 4, p.9) :

« Pour qu'on puisse étudier le comportement d'une maquette d'un véhicule lorsqu'elle est soumise à un écoulement d'air, dans un environnement réel, il faut que la vitesse de défilement du plancher suive à tout moment la vitesse d'écoulement d'air dans la veine de la soufflerie. Et ce qu'on peut comprendre de cet objectif c'est qu'on aura besoin d'un système d'asservissement

de la vitesse, car la consigne (vitesse) est variable » (Rapport technique FP0 : Réguler la vitesse de rotation du moteur)

Pour asservir la vitesse du système, il est nécessaire d'en avoir une modélisation ; le moteur fait partie de ce système, il est donc nécessaire d'avoir un modèle de son fonctionnement. Pour cela, il est nécessaire de passer d'une modélisation physique à une modélisation opératoire et calculable, ce que les étudiants vont faire en lui associant le « schéma bloc » et ensuite la simulation avec le logiciel Matlab. Précisons comment s'opère ce passage et les techniques utilisées.

*Technique reconstruite concernant le type de tâche 2 :*

Afin de rendre intelligible la technique mise en place par l'étudiant, il nous semble important de détailler toutes les étapes permettant de construire le « schéma bloc ».

Pour modéliser un moteur électrique sous la forme d'un « schéma bloc », on part d'un modèle mathématique qui représente le fonctionnement du moteur en distinguant fonctionnement électrique et fonctionnement mécanique. Chacun de ces fonctionnements est régi par une équation différentielle du premier ordre, la première fait intervenir comme fonction à déterminer le courant de l'induit, la seconde la vitesse angulaire du moteur.

Fonctionnement électrique du moteur :  $u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$

$u(t)$  tension de commande du moteur

$e(t)$  force électromotrice du moteur

$R$  résistance d'induit

$i(t)$  courant de l'induit

$L$  inductance de l'induit

Fonctionnement mécanique du moteur  $C_m(t) - C_r(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + f\omega(t)$

$C_m(t)$  couple moteur

$C_r(t)$  couple résistant

$J$  moment d'inertie du moteur

$f$  coefficient de frottement visqueux

$\omega(t)$  vitesse angulaire du moteur

Les deux systèmes électrique et mécanique sont par ailleurs liés par deux équations faisant chacune intervenir la constante de flux et de couple  $k$  :

$$e(t) = k\omega(t) \quad \text{et} \quad C_m(t) = ki(t)$$

On transforme ces équations différentielles en équations algébriques en appliquant la transformée de Laplace, ce qui donne les équations suivantes :

$$I(p) = \frac{U(p) - E(p)}{R + Lp} \quad (1)$$

$$\Omega(p) = \frac{C_m(p) - C_r(p)}{Jp + f} \quad (2)$$

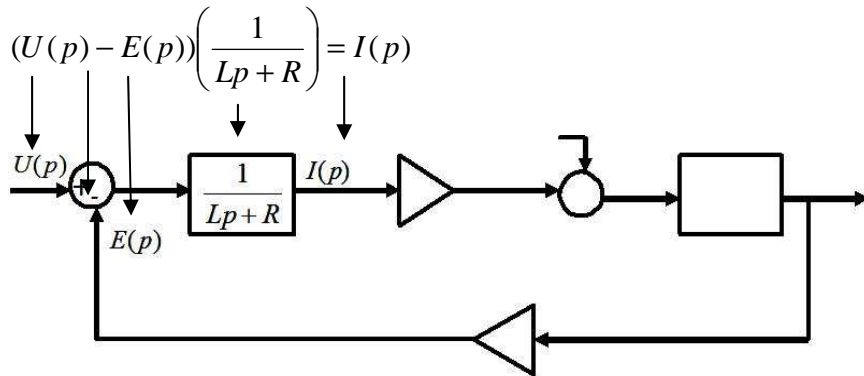


$$E(p) = K\Omega(p) \quad (3)$$

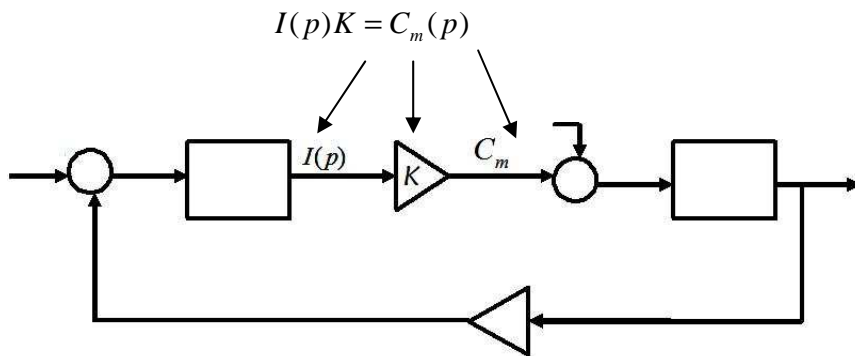
$$I(p)K = C_m(p) \quad (4)$$

Ces quatre équations vont permettre de réaliser le « Schéma Bloc », que nous présentons en précisant comment chacune des équations y est exprimée.

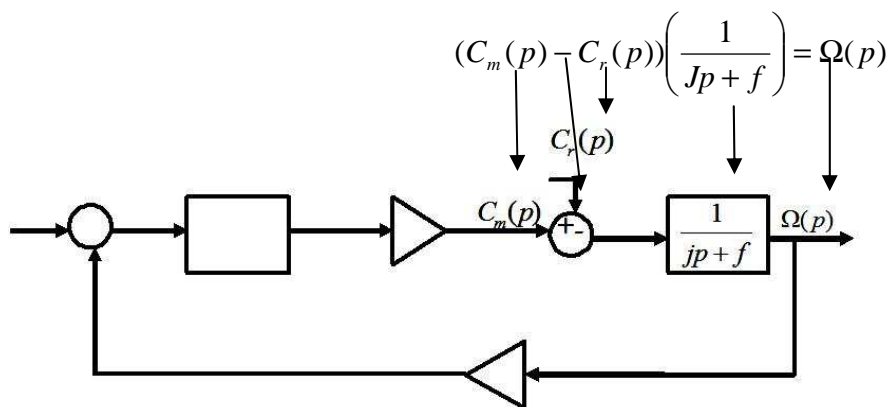
L'équation (1) est représentée dans le « Schéma Bloc » par :



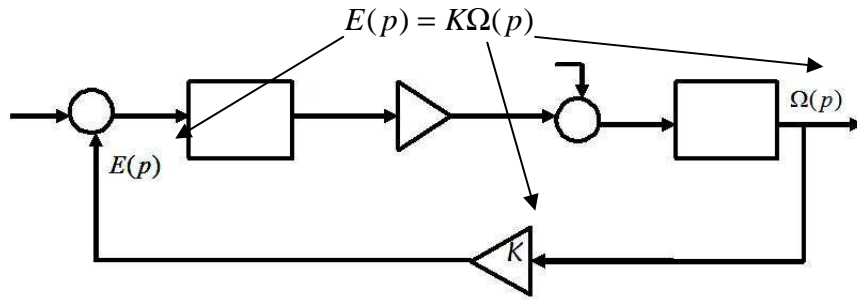
On a  $I(p)$  en considérant l'équation (3)  $C_m = Ki(t)$ , Dans le schéma, elle s'exprime de la manière suivante :



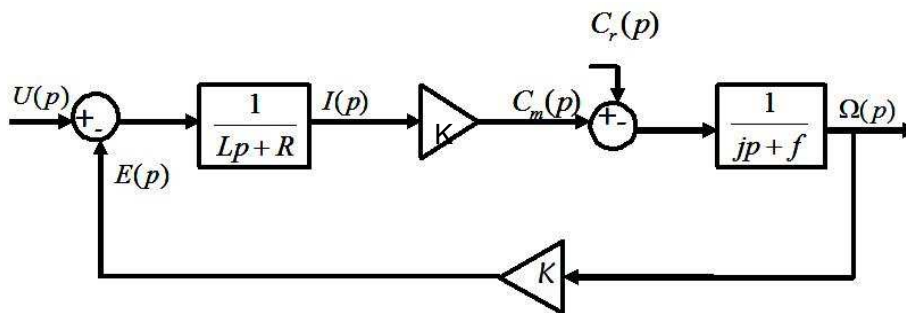
On a  $C_m$  en considérant l'équation (2), on obtient alors la partie suivante du schéma :



Finalement, pour  $\Omega(p)$  on considère l'équation (4)  $\Omega(p)K = E(p)$  et on obtient la partie finale du « Schéma Bloc » :



D'où le « schéma bloc » complet :



### Technologie reconstruite concernant le type de tâche 2

Comme nous l'avons souligné précédemment, le « Schéma Bloc » du moteur est nécessaire pour réaliser l'asservissement de la vitesse. Un asservissement<sup>58</sup> comprend plusieurs éléments, dont le système (voir figure 57, extrait du cours d'automatique<sup>59</sup>) qui correspond, dans notre cas, au moteur :

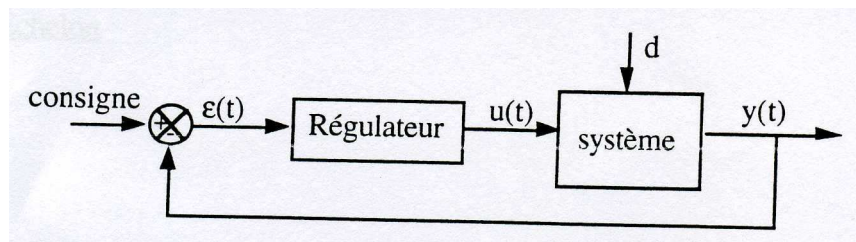


Figure 57. Système en boucle fermée.

De ce fait, la modélisation du fonctionnement de moteur sous forme de « schéma bloc » fait intervenir des éléments technologiques des disciplines intermédiaires et des éléments mathématiques. Nous allons considérer dans cette analyse, certains éléments technologiques fournis par les mathématiques et par l'automatique.

<sup>58</sup> Un asservissement est un type de commande en boucle fermée, défini dans le cours d'automatique de la manière suivante : « L'asservissement consiste à agir sur les entrées pour obtenir une trajectoire de sortie désirée. » (Introduction à l'automatique de systèmes linéaires, p.3)

<sup>59</sup> Ce cours et deux autres cours d'automatique sont analysés dans le chapitre suivant, ces analyses peuvent fournir d'éléments pour mieux comprendre cette technologie reconstruite au lecteur qui ne connaîtra pas cette discipline intermédiaire.

A la différence de la phase de choix de moteur où interviennent seulement les modèles physiques « modèles équivalents de l'induit du MCC », ce sont dans cette phase les modèles mathématiques qui permettent la modélisation du moteur sous la forme d'un « schéma bloc ». Les fonctionnements électriques et mécaniques sont représentés par des équations différentielles du premier ordre, lesquelles sont reliées par deux autres équations, liant ces deux fonctionnements. Le « schéma bloc » établi grâce à l'utilisation de la Transformée de Laplace traduit les équations différentielles en schéma fonctionnel. Cela permettra de constituer l'asservissement et de simuler le fonctionnement du moteur avec le logiciel Matlab. Le contrôle des équations étant pris en charge par le logiciel ; comme on le verra dans la tâche suivante, les équations deviendront invisibles.

Après le passage du modèle mathématique au « schéma bloc », intervient une notion à fort contenu mathématique, celle de fonction de transfert. Cette notion est étudiée dans le cours d'automatique<sup>60</sup> intitulé : *Introduction à l'automatique des systèmes linéaires*. Elle est y présentée de la manière suivante :

### **Fonction de Transfert**

#### **a) Equation différentielle**

Les systèmes physiques sont le plus souvent régis par des équations différentielles linéaires à coefficients constants du n-ième ordre du type :

$$b_n \frac{d^n y}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} \dots + b_1 \frac{dy}{dt} + b_0 y = a_m \frac{d^m u}{dt^m} + \dots + a_1 \frac{du}{dt} + a_0 u$$

exemple : équation différentielle du 1er ordre :  $T \frac{dy}{dt} + y = u$

#### **b) Fonction de transfert**

Si on applique la transformée de Laplace à l'équation différentielle, en supposant que les conditions initiales son nulles, la fraction rationnelle liant la sortie  $Y(p)$  à l'entrée  $U(p)$  est la fonction de transfert du système.

$$\begin{aligned} L\left(\frac{dy}{dt}\right) &= p.Y(p) \Rightarrow L\left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right) = p^2.Y(p) \Rightarrow \dots \Rightarrow L\left(\frac{d^n y}{dt^n}\right) = p^n.Y(p) \\ \Rightarrow b_n p^n Y(p) + \dots + b_1 p Y(p) + b_0 Y(p) &= a_m p^m U(p) + \dots + a_1 p U(p) + a_0 U(p) \\ Y(p) = H(p).U(p) &= \frac{a_m \cdot p^m + \dots + a_1 p + a_0}{b_n \cdot p^n + \dots + b_1 p + b_0} . U(p) \end{aligned}$$

(Introduction à l'automatique des systèmes linéaires, pp.7-8)

On peut noter qu'en mobilisant cette notion, les équations (1) et (2) mentionnées ci-dessus deviennent des équations de transfert dans le « schéma bloc » :

<sup>60</sup> Ce cours est fait au sein de l'IUP.

$$\frac{I(p)}{U(p) - E(p)} = \frac{1}{Lp + R}, \text{ donc } H(p) = \frac{1}{Lp + R}$$

$$\frac{\Omega(p)}{C_m(p) - C_r(p)} = \frac{1}{jp + f}, \text{ donc } H_1(p) = \frac{1}{jp + f}$$

Les fonctions de transfert s'expriment par des transformées de Laplace « usuelles », c'est-à-dire des transformées de fonctions connues. Cela va faciliter l'application de la transformée inverse pour trouver les solutions de l'équation différentielle.

Pour trouver la fonction de transfert  $\Omega(p)/U(p)$  de l'ensemble du « schéma bloc », il faut revenir aux équations (1), (2), (3) et (4), qui sont lues dans le « schéma bloc » de gauche à droite. C'est-à-dire de la sortie vers l'entrée du système.

Considérons le cas où  $C_r(t) = 0$ .

On commence par l'équation (2) :

$$\begin{aligned} \Omega(p) &= C_m(p) \frac{1}{jp + f} = I(p) K \frac{1}{jp + f} = (U(p) - E(p)) \left( \frac{1}{Lp + R} \right) \left( \frac{K}{jp + f} \right) \\ &= \left( \frac{U(p) - E(p)}{Lp + R} \right) \left( \frac{K}{jp + f} \right) = \frac{(U(p) - \Omega(p) K) K}{(Lp + R)(jp + f)} \end{aligned}$$

d'où :

$$\frac{\Omega(p)(Lp + R)(jp + f)}{K} = U(p) - \Omega(p) K$$

$$\Omega(p) \left[ \frac{(Lp + R)(jp + f)}{K} + K \right] = U(p)$$

Et finalement :

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K}{(Lp + R)(jp + f) + K^2}$$

que l'on retranscrit sous la forme 
$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K}{K^2 + Rf}}{1 + \frac{JR + Lf}{K^2 + Rf} p + \frac{Lj}{K^2 + Rf} p^2}$$

Pour se ramener à un système de second ordre on peut reconnaître une expression de la forme :

$$\frac{K}{1 + 2\xi \frac{p}{\omega_n} + \left( \frac{p}{\omega_n} \right)^2}$$

avec  $\omega_n = \sqrt{\frac{K^2 + Rf}{LJ}}$  et  $\xi = \frac{1}{2} \omega_n \left( \frac{JR + Lf}{\sqrt{LJ(K^2 + Rf)}} \right)$

et de cette manière trouver la transformée inverse de  $F(p)$  :

$$f(t) = L^{-1} \left[ \frac{1}{1 + \frac{2z}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0} p^2} \right] = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-z^2}} e^{-z\omega_0 t} \sin(\omega_0 \sqrt{1-z^2} t)$$

La transformée de Laplace a ainsi permis de ramener les équations différentielles à des équations algébriques et de résoudre ainsi plus facilement ces équations. Il y a donc une référence aux mathématiques, qui s'exprime par la mobilisation de la transformée et des tables de correspondances entre fonctions et transformées de Laplace. Les mathématiques ont produit et validé cette technique.

Les équations valident le « schéma bloc ». Ce schéma s'approche semble s'approcher de la pratique parce qu'il permet d'avoir le fonctionnement mécanique et électrique dans un seul modèle, ainsi que la relation entre la fonction d'entrée et la fonction de sortie, c'est-à-dire la fonction de transfert. Cette notion est rendue disponible par les disciplines intermédiaires telles que l'automatique.

#### *Technologie explicitée par l'étudiant concernant le type de tâche 2*

La technologie mise en place par l'étudiant n'est pas explicite. Afin d'y avoir accès nous avons demandé à l'étudiant de nous décrire la technique utilisée et nous avons essayé d'extraire de son discours des éléments technologiques. Ces derniers font l'objet d'une analyse en considérant la composante théorique et pratique du modèle élargi.

On retrouve, dans la description du passage de l'équation différentielle du fonctionnement électrique à la première partie du « schéma bloc », les notions de fonction de transfert et de transformée de Laplace qui figurent dans la technologie reconstruite. Cependant, à la différence de cette dernière, l'étudiant ne détermine pas la fonction de transfert du « schéma bloc » complet, il n'exprime pas ce besoin du fait que cette partie de la technique sera prise en charge par le logiciel dans la tâche de simulation.

L'étudiant débute la description de sa technique en soulignant trois modélisations possibles d'un MCC : électrique, mécanique et « schéma bloc ». Il décrit chacune d'elles, par exemple le modèle électrique correspondant à l'équation ci-dessous est explicité de la manière suivante :

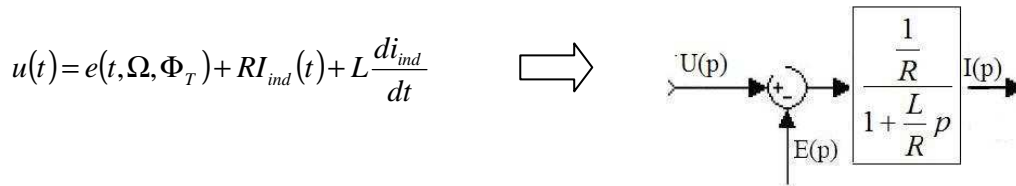
$$u(t) = e(t, \Omega, \Phi_T) + R i_{ind}(t) + L \frac{di_{ind}}{dt},$$

« En fait, on divise en deux parties, une partie (montrant  $e(t, \Omega, \Phi_T)$ ) qui concerne purement la force électromotrice du moteur, la force qui génère la rotation du moteur ; cette partie là génère un couple, le couple moteur qui fait tourner le moteur et cette partie (montrant  $R i_{ind}(t) + L \frac{di_{ind}}{dt}$ ) là génère un couple résistif. La résistance, ce n'est pas exactement un couple mais du côté mécanique on peut dire ça... C'est en fait une résistance, une impédance dans laquelle il y a une

partie de courant qui se dissipe par effet Joule cette partie là (montrant  $Ri(t)_{ind}$ ), c'est elle qui concerne la dissipation par effet Joule... et celle-là c'est l'induction (montrant  $L \frac{di_{ind}}{dt}$ ) » (Explication orale de l'étudiant, entretien phase 2 cf. chapitre 4, p.13)

Les équations évoquent les mathématiques, mais comme on peut le voir chaque paramètre est contextualisé, invoquant les disciplines intermédiaires et la pratique. Dans sa description, l'étudiant s'appuie directement sur l'équation sans la relier explicitement au modèle physique montré dans la tâche précédente (figure 55), lequel reste sans doute présent au niveau mental. A partir de cette description, on voit que l'équation est aussi validée par les disciplines intermédiaires : le fonctionnement électrique du moteur est modélisé par l'équation, on peut donc l'utiliser. L'étudiant décrit et explicite un modèle mathématique qui est un modèle type de disciplines intermédiaires.

Venons-en à la description concernant le passage du modèle mathématique (équation différentielle) au « schéma bloc » :



« [...] quand on met un schéma bloc comme celui-là, ça veut dire que la tension de sortie e divisée par  $X(p)$ , donc  $\frac{I(p)}{X(p)} = \frac{\frac{1}{R}}{1 + \frac{L}{R}p}$  et ça c'est ce qui modélise ce qu'on a » (Explication orale de l'étudiant, entretien phase 2 cf. chapitre 4, p.13)

On voit une forte proximité entre cette explication et celle figurant dans la technologie reconstruite ; une des différences repose sur le langage employé, l'étudiant n'utilise pas les termes : fonction de transfert, fonction d'entrée et fonction de sortie. Mais, l'étudiant montre bien que cette partie de « schéma bloc » est une fraction rationnelle égale au quotient de la tension de sortie (fonction de sortie) par  $X(p)$  (fonction d'entrée) à la place de  $U(p)$  du fait que  $X(p)$  correspond à la notation générique pour designer une fonction d'entrée.

Par ailleurs, on voit que l'étudiant éprouve le besoin d'exprimer la fonction de transfert sous la forme  $\frac{1/R}{1 + \frac{L}{R}p}$  et non sous la forme  $\frac{1}{R + Lp}$  de la technologie reconstruite.

On peut supposer que l'étudiant se ramène à la forme :  $\frac{1}{1 + \tau p} = F(p)$  qui apparaît dans la table des « Transformées de Laplace » et où l'inverse est  $f(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$ . L'étudiant fait une reconstruction des calculs donnant lieu au « schéma bloc » :

[...] par exemple si on prend celle-là (montrant  $u(t) - e(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt}$ ) [...] et si on applique la transformée de Laplace on aura  $U(p) - E(p) = RI(p) + LpI(p)$  si on fait par exemple ça (factoriser  $I(p)$ ) on aura  $I(p)(R + Lp) = U(p) - E(p)$  donc ça, ça veut dire que  $\frac{U(p) - E(p)}{I(p)} = R + Lp$  et si on fait l'inverse on aura  $\frac{I(p)}{U(p) - E(p)} = \frac{1}{R + Lp}$ , et si on multiplie ici par un  $\frac{1}{R}$  et ici par  $\frac{1}{R}$  (montrant le numérateur et le dénominateur de la fraction)

$$\frac{I(p)}{U(p) - E(p)} = \frac{\frac{1}{R}}{1 + \frac{L}{R}p} \quad [...] \text{ donc cette équation là elle est modélisée par cette partie là. »}$$

(Explication orale de l'étudiant, entretien phase 2 cf. chapitre 4, p.13)

Cette reconstruction valide et justifie dans le sens de la composante théorique de la technologie, la constitution du « schéma bloc » à partir de l'équation différentielle.

Figure 58. Traces écrites accompagnant le discours oral

La description de la technique met en évidence la capacité de l'étudiant à développer un discours technologique reflétant l'utilisation faite de la transformée de Laplace. L'accent étant mise sur la succession des calculs algébriques plus que sur la transformation elle-même. La fonctionnalité de la transformée de Laplace est exprimée dans un sens et dans le sens inverse. Le langage utilisé pour exprimer le sens inverse de la transformée est celui de revenir à la « fonction temporelle », fonction du temps.

« [...] là on a  $U(p) = E(p) + I(p)R + LpI(p)$  et le  $pI(p)$  si on le transforme, on fait la transformée inverse Laplace on obtient la dérivée de la fonction temporelle » (Explication orale lors de l'entretien dans la phase 2)

Cette description de la technique n'est pas strictement mathématique, au contraire elle reste dans le contexte de la tâche. L'étudiant se concentre sur le terme de la dérivée pour souligner que la transformée inverse de Laplace permet de revenir d'une fonction transformée (domaine non temporel) à l'équation différentielle (domaine temporel).

On peut voir les différentes attentes des institutions dans les projets : la tâche de construction du « schéma bloc » est considérée dans le contexte du projet comme une tâche routinière. Elle ne doit apparaître ni dans le rapport intermédiaire, ni dans la présentation orale du projet, elle a le statut d'exercice et correspond au travail de conception qui n'intéresse pas le « client ». De ce fait, on ne trouve les équations et le « schéma bloc » que dans une annexe :

*Caractéristiques et limites d'utilisation du MCC*, de la première version du rapport intermédiaire.

L'institution de formation attend une mobilisation naturalisée de la technique de constitution du « schéma bloc » parce qu'elle l'a rendue disponible. Ceci est affirmé par l'étudiant lorsqu'il souligne que cette technique est acquise dans la formation :

« [...] c'est un exercice, après ils nous ont donné ce schéma-là (modèle physique), après une manière de déterminer les équations ; après on les a déterminées, je pense qu'après ils nous ont demandé de faire l'équation d'état du système. L'équation d'état de système, ça s'écrit sous cette forme-là, la dérivée d'un paramètre intermédiaire de  $x$  et l'équation de sortie (fonction de transfert), c'est une sorte d'équation différentielle et une équation de sortie, après il fallait déduire, déterminer le comportement du système, tracer le graphe et tout ça ». (Explication orale lors de l'entretien dans la phase 2)

La tâche importante pour le projet est donc celle de l'asservissement de vitesse et du contrôle du fonctionnement du système réalisée à travers une simulation dans le logiciel Matlab. Ces tâches mobilisent ainsi, dans un contexte nouveau, des connaissances acquises dans la formation.

#### IV.5 Simulation du système de contrôle de la vitesse d'un MCC dans le logiciel Matlab

*Type de tâche 3 : Simulation du système de contrôle de la vitesse d'un MCC avec le logiciel Matlab*

La tâche principale est de contrôler la vitesse du moteur afin de pouvoir assurer au plancher défilant une vitesse égale à celle de l'écoulement d'air dans la soufflerie. Dans ce contexte, la tâche annoncée est de simuler le système de contrôle de la vitesse d'un MCC.

*Technique du type de tâche 3*

Pour faire la simulation, il est nécessaire de disposer du « schéma bloc » de l'asservissement de la vitesse d'un MCC :

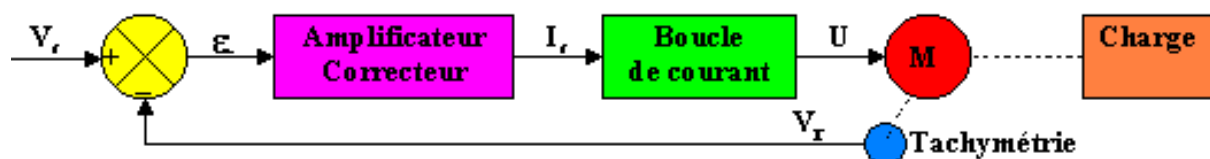


Figure 59. Schéma Bloc de l'asservissement de la vitesse d'un moteur à courant continu.

Le moteur est modélisé dans ce schéma par le cercle rouge (M), il est un élément de l'asservissement. Le fonctionnement de l'asservissement représenté par ce schéma bloc est décrit de la manière suivante :

« Le système réagit de sorte que l'erreur de vitesse  $\varepsilon_v$  (issue de la comparaison de la consigne de vitesse  $V_c$  et du retour vitesse  $V_r$ ) s'annule. Si  $V_c$  augmente,  $\varepsilon_v$  augmente,  $I_c$  augmente,  $U$  augmente : la vitesse du moteur augmente. Si  $V_c$  diminue, la vitesse diminue. Le branchement de la tachymétrie est important : s'il n'a pas la polarité correcte ou s'il est inexistant, l'erreur de



vitesse  $\mathcal{E}_v$  reste grande, voire augmente. La tension  $U$  tend vers son maximum, et en fonction du variateur et des réglages effectués, peut entraîner une vitesse excessive de la machine. Les variateurs industriels possèdent un réglage de la vitesse maximale et un réglage de la stabilité de la boucle de vitesse. Pour effectuer ce dernier réglage, on applique un échelon de consigne et on observe le comportement de la machine. » (Rapport intitulé : fonctionnement normal du produit, p.3)

Cette tâche est une tâche complexe et nous allons en analyser la partie la plus mathématique qui concerne la simulation du MCC dans le logiciel Matlab.

### **Sous-tâche 3.1** : Simulation du moteur dans le logiciel Matlab.

La simulation du moteur dans le logiciel Matlab, requiert comme précisé plus haut la reproduction du « schéma bloc » du MCC. Il faut ensuite entrer les paramètres, choisir la fonction d'entrée et finalement lancer la simulation.

Cette technique n'est pas explicite, nous demandons à l'étudiant de la décrire lors d'un entretien. A partir de ce dernier, nous reconstruisons la technique en essayant de compléter les éléments manquants et nous reconstruisons la technologie associée. Nous présentons d'abord, la technique et la technologie reconstruites afin de mieux comprendre les éléments technologiques que l'étudiant mobilise.

#### *Technique reconstruite concernant la sous-tâche 3.1*

Pour la simulation du moteur, il est nécessaire de reproduire le « schéma bloc » à partir des outils de l'option simulink<sup>61</sup>. Une fois le schéma construit, on choisit la fonction d'entrée du système puis on lance la simulation et deux graphes s'affichent : le premier montre la fonction d'entrée et le deuxième la fonction de sortie. Cela permet de comparer les deux, si la fonction de sortie n'est pas la fonction souhaitée, on modifie alors certains paramètres ou bien la fonction d'entrée et on relance la simulation jusqu'à trouver la fonction adéquate.

#### *a) Reproduire le schéma bloc*

Dans l'option simulink, on peut choisir les différents éléments du schéma bloc, l'opérateur arithmétique et ce qui est appelé le gain statique, lequel correspond à la constante  $k$  ; on les trouve sur le menu appelé opérateurs mathématiques (figure 59). La fenêtre de travail est montré par la figure 61.

---

<sup>61</sup> « Simulink est une plate-forme pour la simulation multidomaine et l'approche Model-Based Design des systèmes dynamiques. Il s'agit d'un environnement graphique interactif qui propose un ensemble personnalisable de bibliothèques de blocs et peut être étendu pour des applications spécialisées. » (Présentation du logiciel par le fabricant, <http://www.mathworks.fr/products/simulink/>)

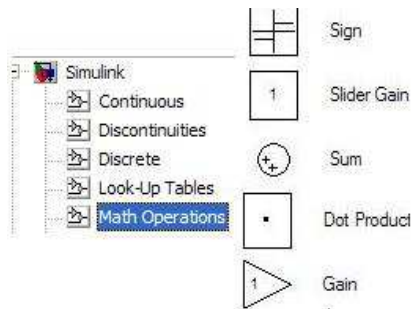


Figure 60. Menu opérateurs mathématiques du logiciel Matlab.

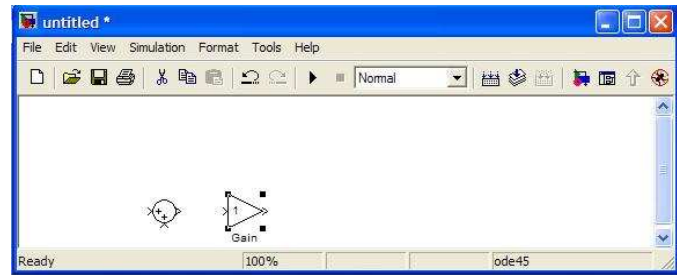


Figure 61. Fenêtre du travail du logiciel Matlab.

La fonction de transfert se trouve sous la forme d'une fonction rationnelle de variable  $s$  (Laplace) dans le menu « *continuous* » (figure 62) :

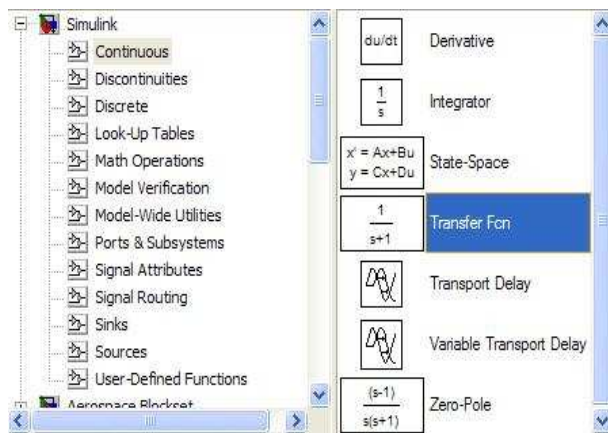


Figure 62. Menu « continuos » de l'option Simulink.

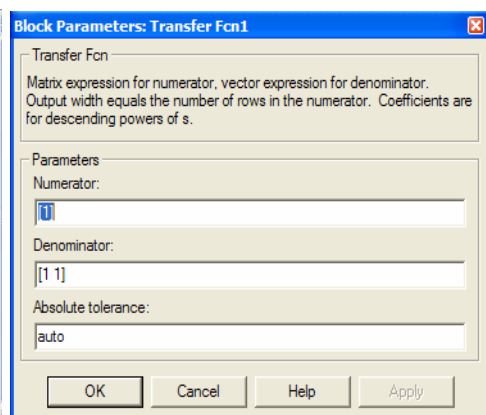


Figure 63. Paramètres de la fonction de transfert.

On peut modifier sur le bloc (Figure 63), les valeurs du numérateur et du dénominateur : coefficient de  $s$  (variable de Laplace) et la constante. Pour connecter un bloc avec l'autre, on élargit la flèche apparaissant dans une des extrémités du bloc jusqu'à l'extrémité de l'autre bloc.

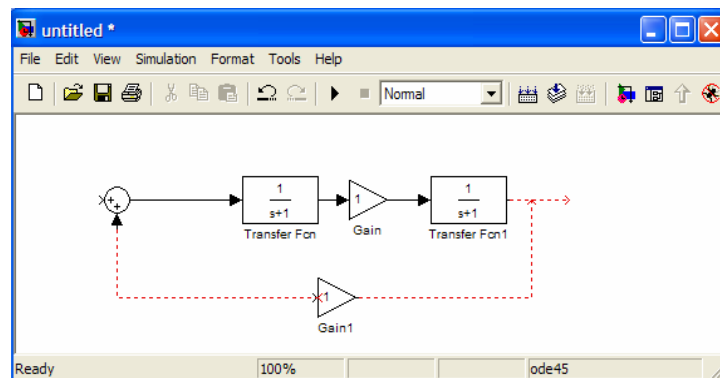


Figure 64. Construction du schéma bloc sur le logiciel Matlab.

### b) Choisir la fonction d'entrée

Lorsque le « schéma bloc » est reproduit, on choisit la fonction d'entrée une *ramp*  $y = mx + b$ , une *constant*, lesquelles se trouvent dans le menu « *sources* » :

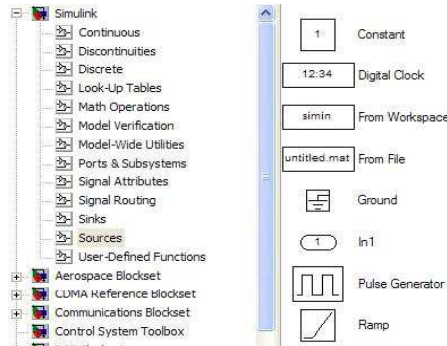


Figure 65. Menu « sources » de l'option Simulink.

De la même manière qu'avec les autres éléments, on peut modifier les paramètres de ces fonctions. Par exemple, pour la rampe qui représente une droite d'équation  $y = mx + b$ , on peut modifier la pente  $m$  (*slope*) et l'ordonnée à l'origine  $b$  (*initial output*) et aussi borner par la gauche (*start time*) le domaine de la fonction pour indiquer le temps de commencement de la simulation.

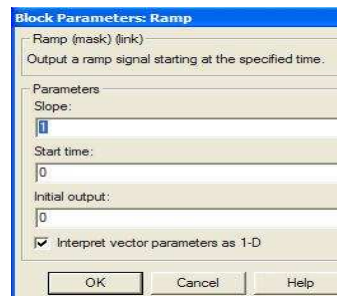


Figure 66. Paramètres de la « rampe ».

Pour l'affichage de la fonction d'entrée et la fonction de sortie, il faut aller dans le menu *sinks* et glisser deux blocs appelés *scope* (un pour chaque fonction). Lorsqu'on lance la simulation on clique sur chaque scope et les deux graphes s'affichent. On montre dans la figure ci-dessous une simulation pour le MCC.

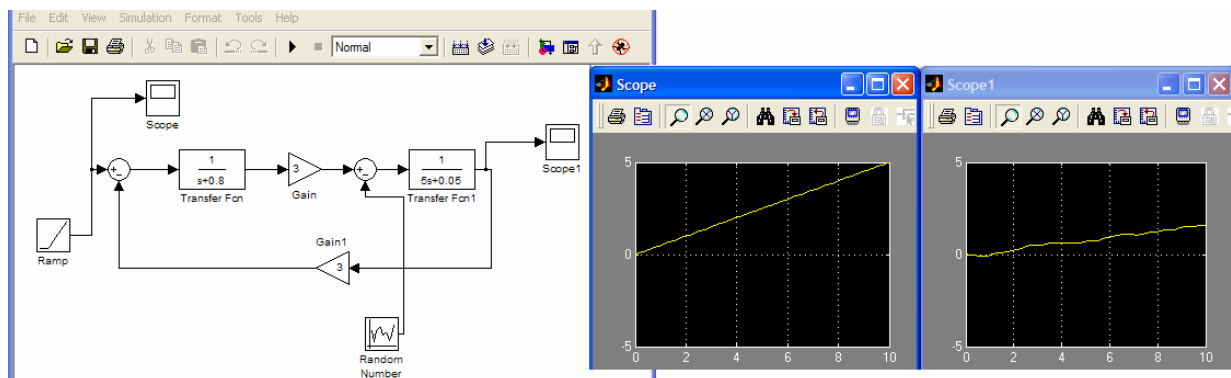


Figure 67. Affichage des fonction d'entrée et sortie associés de la simulation faite avec le logiciel Matlab.

*Technologie reconstruite concernant la sous-tâche 3.1 :*

Pour la reproduction du « schéma bloc », l'option simulink offre dans les menus : *continuous*, *math operations*, *sinks* et *sources*, les différents éléments nécessaires à la construction du « schéma bloc » dans le logiciel. On retrouve la même technologie que pour la tâche précédente, à la différence que les équations différentielles sont remplacées par les fonctions de transfert.

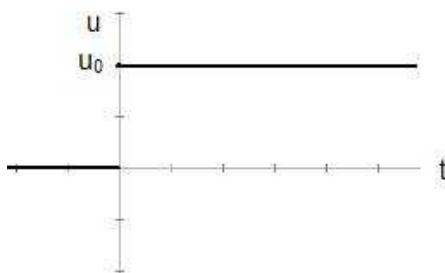
La simulation sollicite donc un troisième niveau de modélisation où les fonctions de transfert sont fondamentales, les paramètres  $R, L, K, J, f$  peuvent être calculés grâce à des formules ou bien sont fournis par le fabricant du moteur. L'option simulink permet ainsi de visualiser les réponses du système à différents types d'entrées.

Le choix de ces fonctions d'entrée reste à la charge de l'utilisateur : nous reconstruisons la technologie associée à ce choix. Pour cela, nous considérons à nouveau le cours d'automatique dans lequel est précisé : « Pour connaître parfaitement un système, on observe ses réactions en boucle ouverte vis-à-vis de 4 signaux d'excitation suivants : Impulsion, Echelon, Rampe et Sinusoïde. » (p.4)

Ces fonctions d'entrée se traduisent par différents comportements du système. Pour le montrer, nous allons considérer deux de ces fonctions : l'échelon unitaire et la « rampe ».

a) Echelon unitaire

Dans le cours d'automatique, l'échelon unitaire est défini comme « la fonction  $y(t)$  qui correspond à un changement de régime permanent. » (p.10)



$$\left. \begin{array}{l} u = 0 \quad t \leq 0 \\ u = u_0 \quad t > 0 \end{array} \right\} u = u_0 \Gamma(t) \quad \Gamma(t) \text{ échelon unitaire}$$

Figure 68. Graphe de la fonction échelon unitaire.

De même, il est souligné que « lorsque l'entrée passe d'un niveau constant  $u_1$  à un autre niveau constant  $u_2$ , la sortie passe du régime permanent  $y_1$  au régime permanent  $y_2$  mais pas instantanément. » (p.4)

Dans la section du cours : « Systèmes du 1<sup>er</sup> ordre », est étudié un système qui est décrit par l'équation différentielle :  $T \frac{dy}{dt} + y(t) = k.u(t)$ . Lorsque on applique la transformée de Laplace, on obtient la fonction de transfert :  $H(p) = \frac{k}{1 + pT}$ . La fonction de sortie, pour

une fonction d'entrée d'échelon unitaire est alors :  $y(t) = k.u_0(1 - e^{-t/T})$ <sup>62</sup>. Dans le graphe<sup>63</sup> ci-dessous s'affichent les deux fonctions : on peut voir que le système passe d'un régime permanent à « un autre  $ku_0$  ».

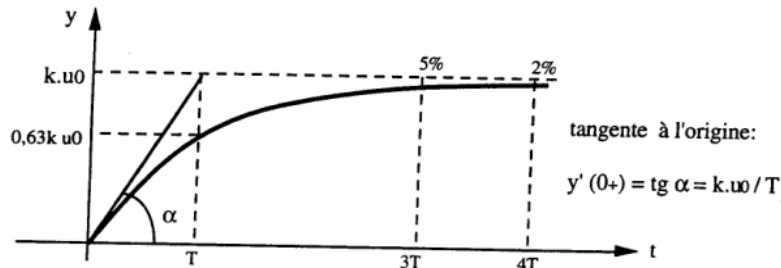


Figure 69. Graphe de la fonction de sortie de l'échelon unitaire

L'autre question étudiée est celle du temps pris par le système pour atteindre le nouveau régime  $ku_0$ . Mathématiquement, vue l'expression de  $y(t)$  le nouveau régime est atteint si  $e^{-t/T} = 0$  soit  $t = \infty$ . Ceci est souligné dans le cours :

« Le régime transitoire étant exponentiel, ce n'est qu'au bout d'un temps infini que le système atteint son régime définitif. On considère pour chiffrer la rapidité de réponse du système, le temps de réponse à 5% : temps au bout duquel le système atteint son régime défini à 5% près et à partir duquel il ne s'écarte pas de plus de 5%. » (p.11)

Tout ce qui précède nous permet de conclure que si on choisit un échelon unitaire comme fonction d'entrée, c'est que l'on souhaite que le système atteigne le régime permanent de l'échelon choisi.

#### b) Rampe

La « rampe » est définie dans le cours comme un échelon de vitesse : « Soit un échelon de vitesse ou rampe :  $u(t) = at$  ».

De la même manière que pour l'échelon unitaire, le système précédent est étudié pour une « rampe » comme fonction d'entrée. Dans ce cas, la fonction de sortie est  $y(t) = ka(t - T + Te^{-t/T})$ <sup>64</sup>, le graphe ci-dessous, permet de voir que la fonction de sortie a un écart de  $kaT$  par rapport à la fonction d'entrée.

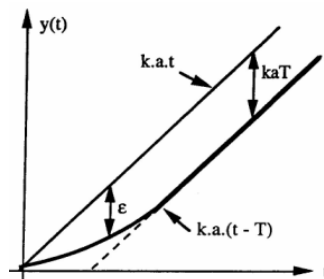


Figure 70. Graphe de la fonction de sortie à une « rampe ».

<sup>62</sup> Les calculs sont détaillés dans l'annexe 5.1

<sup>63</sup> Extrait du cours d'automatique considéré pour cette analyse.

<sup>64</sup> Les calculs sont détaillés dans l'annexe 5.2

Cet écart est connu comme « l'erreur dynamique » et correspond à la différence entre la fonction d'entrée et la fonction de sortie :  $e(t) = x(t) - y(t)$ . Pour le système étudié l'écart est  $kat - ka(t - T + Te^{-t/T}) = kaT(1 - e^{-t/T})$  et celui-ci tend vers  $kaT$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ . Mais, comme dans le cas de l'échelon, il correspond à un régime permanent supposé atteint après un certain temps fini.

La fonction de sortie à une « rampe » est ainsi marquée par un retard du système.

Nous avons présenté ici seulement la technologie associée à ces deux fonctions d'entrée. Ce choix répond au fait que, dans la mise en œuvre de la technique par l'étudiant, ce dernier utilise comme fonction d'entrée une « rampe ».

*Technique explicitée par l'étudiant concernant la sous-tâche 3.1*

La technique n'étant pas explicite, nous demandons à l'étudiant de nous décrire le travail fait avec le logiciel pour simuler le moteur. Notre demande est faite lorsque l'étudiant travaille dans la tâche concernant l'asservissement de vitesse, le « schéma bloc » construit est celui de la figure 64 et correspond à cet asservissement en construction. Le « schéma bloc » du moteur fait partie du schéma asservissement (partie bornée par le cercle dans la figure 71).

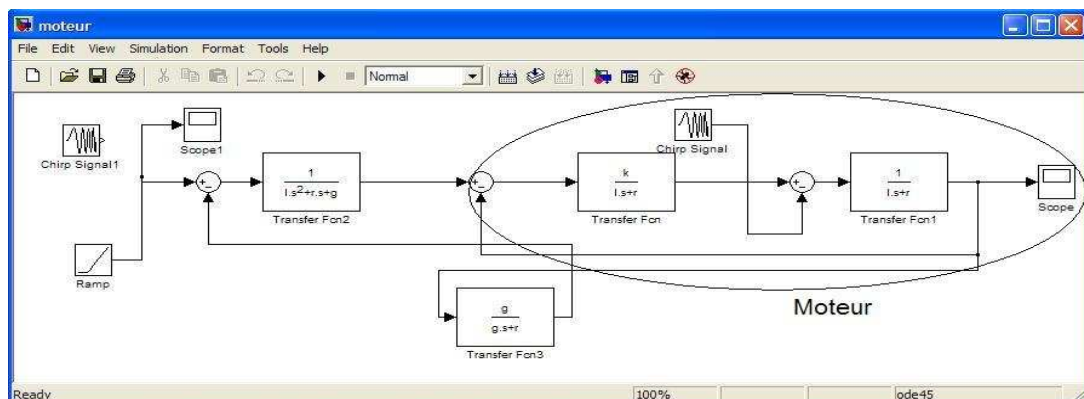


Figure 71. Schéma de l'asservissement de la vitesse.

A la différence du « schéma bloc » que nous avons reconstruit, les deux blocs constants (les triangles correspondants à la constante  $k$ ) ont disparu. On peut supposer que ces derniers ont été intégrés aux blocs représentant les fonctions de transfert.

L'étudiant décrit dans un premier temps la technique générale de la simulation, signalant l'entrée de paramètres, le choix de la fonction d'entrée et l'évaluation de la fonction de sortie comme les étapes de la technique :

« Mathématiquement on va rentrer les paramètres, les différents paramètres, les différentes équations, on aura un système de trois équations ; on va entrer par exemple la fonction d'entrée  $u(t)$ . On va lui donner une certaine fonction, sinusoïdale ou une fonction comme ça (montrant une « rampe ») ; après on aura une sorte de matrice, et après on aura le résultat et la réponse, les différents paramètres :  $i$ ,  $\omega(t)$ ,  $j_T$  et tout ça. » (Explication orale lors de l'entretien dans la phase 2)

A la différence de la technique reconstruite, ici hautement synthétisée, l'étudiant ne signale pas la reconstruction du « schéma bloc » dans le logiciel. De ce fait, les fonctions de

transfert ne sont pas explicitement citées, elles sont remplacées par les équations et paramètres.

L'étudiant associe l'entrée des paramètres à un travail mathématique sans jamais montrer comment on les obtient. Ceci sera explicité dans la tâche du dimensionnement du moteur par l'autre étudiant de la sous-équipe.

Pour entrer les paramètres, l'étudiant exploite deux possibilités. La première laisse apparaître les paramètres en tant que variables dans le « schéma bloc » (Figure 55) ; on entre donc les valeurs numériques dans la fenêtre appelée *comand window*, celles-ci sont affichées dans la fenêtre *workspace* comme on peut le voir dans la figure 72.

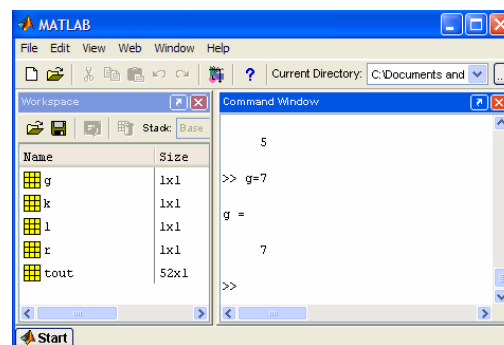


Figure 72. Fenêtres du travail et affichage des paramètres.

Cette option est utilisée lorsqu'on a le schéma de la figure 55. L'étudiant a d'abord travaillé de cette manière en faisant varier les paramètres mais, comme nous le verrons par la suite, il a après fixé certains paramètres ; cela permet de se concentrer sur le choix de la fonction d'entrée et la simulation.

La deuxième possibilité alors exploitée est celle d'entrer directement dans le « schéma bloc » (voir figure 73).

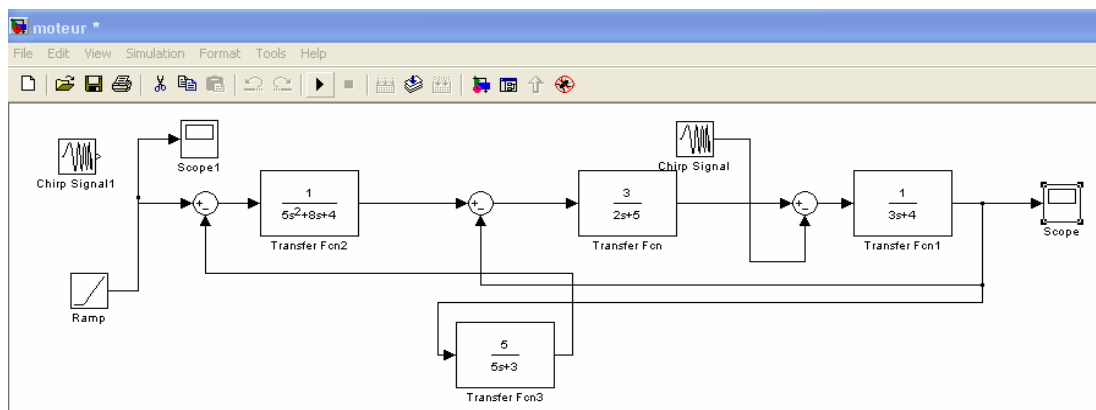


Figure 73. Schéma bloc avec des paramètres fixes.

Les paramètres sont alors  $K = 3$ ,  $L = 2$ ,  $R = 5$ ,  $J = 3$ ,  $f = 4$ . La technique de simulation consiste donc à choisir une fonction d'entrée et à évaluer la fonction de sortie pour en tirer des conclusions sur le comportement du système. La fonction d'entrée choisie est une « rampe »  $y = 3x$  : « là on a appliqué une rampe, une rampe d'inclinaison 3 et on a obtenu comme réponse ça » (Entretien auprès de l'étudiant, phase 2) (Figure 74)

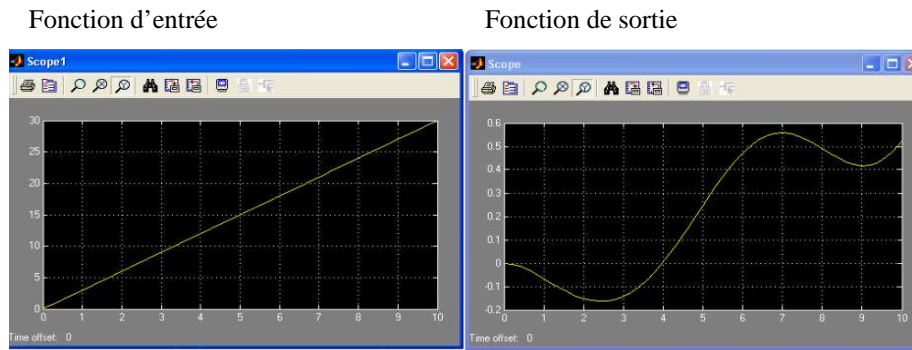


Figure 74. Fonction d'entrée et de sortie.

### *Technologie explicitée par l'étudiant concernant la sous-tâche 3.1*

Dans l'explication orale de l'étudiant sur cette technique, des éléments technologiques sont mis en évidence. Pour analyser ces éléments, nous allons considérer la description de la technique.

A notre demande, l'étudiant décrit oralement ce que la « rampe » modélise dans le cas du moteur :

« [...] si on veut simuler un nouveau système, on va prendre un repère de temps, par exemple 0, à l'instant  $t=0$ , mais le temps d'appuyer sur le bouton il devrait y avoir un petit retard. [...] c'est comme une variation de vitesse si on veut l'appliquer dans un TP on va prendre une alimentation, une alimentation à courant continu et on va alimenter le moteur à courant continu par cette alimentation là, on va augmenter à vitesse constante la tension, on va varier la tension, on va commencer par une tension qui est égale à zéro, on va atteindre une tension de... » (Explication orale lors de l'entretien dans la phase 2)

D'une part, l'étudiant utilise cette fonction d'entrée pour modéliser le retard du démarrage du moteur et d'autre part, pour observer la réponse du système à ce retard. Dans la partie suivante, l'étudiant explique ce que l'analyse des graphes fonctions d'entrée et de sortie permet d'en déduire :

« [...] tu peux savoir le courant de sortie à une certaine tension d'entrée, tu peux voir d'ailleurs comment le système se comporte en fonction d'une certaine tension... ça, c'est ce qu'on a appliqué à l'entrée c'est la droite et ça c'est la réponse (figure 74), on peut déduire qu'en fait là, le moteur ne réagit pas immédiatement, il y a une durée de retard, il ne démarre pas directement...[...] Par exemple là, au début là quand on commande le moteur la vitesse du moteur va diminuer au bout d'un moment, après il va commencer à accélérer jusqu'à atteindre une certaine vitesse et elle va se stabiliser après » (Explication orale lors de l'entretien dans la phase 2)

D'après la technologie reconstruite, on sait que, pour avoir une vitesse constante, la fonction d'entrée à choisir est l'échelon unitaire. L'étudiant cherche à évaluer la réponse du système suite au retard au démarrage. Le travail mathématique est complètement économisé par le logiciel, l'étudiant ne doit pas faire les calculs que cette même tâche dans un environnement papier-crayon demanderait. L'étudiant met bien en évidence l'utilité du logiciel pour modéliser le moteur. Cet outil permet de modifier les paramètres et d'étudier le comportement du moteur en fonction de ces derniers. A travers le document de



dimensionnement du moteur, nous avons accès à des formules pour calculer le moment d'inertie ( $J$ ) et la vitesse angulaire du moteur ( $\omega$ ). Cependant, l'étudiant n'explicite pas comment il obtient les paramètres, ce qu'il dit est que le logiciel permet de les faire varier et d'étudier la réponse.

L'analyse de la fonction de sortie consiste, dans ce cas, à repérer les intervalles (plages) dans lesquelles la vitesse est linéaire.

[...] vous voyez ici le scope, on a mis un scope à l'entrée, un autre scope à la sortie pour visualiser les deux : l'entrée et la sortie pour pouvoir les comparer et c'est pour ça qu'on a obtenu ça, l'entrée ça correspond à ce scope 1, la sortie à ce scope 2. Ça, ça nous permet d'avoir une modélisation, ça nous permet de tester, par exemple si on veut concevoir le moteur. On peut le concevoir sur le logiciel, si on veut tester les différents paramètres par exemple, en augmentant la tension on peut savoir les différents comportements, par exemple dans cette partie-là ou dans cette partie-là (montrant le graphe de la fonction de sortie, figure 74). Cette partie-là elle est linéaire, donc on peut dire que le moteur peut être utilisé linéairement dans cette partie-là, on peut augmenter la vitesse. Par contre, dans d'autres parties ce n'est pas linéaire, donc si on veut utiliser le moteur par exemple pour une locomotive, un train ou quelque chose comme ça on a besoin que la vitesse reste linéaire par rapport à la tension d'alimentation, on ne peut pas utiliser le moteur que dans cette plage d'alimentation-là, les autres parties ce n'est pas linéaire, donc que on ne peut pas les utiliser. » (Explication orale lors de l'entretien dans la phase 2)

La simulation que nous avons présentée ici est une des premières faites par l'étudiant. L'asservissement de la vitesse est dans l'étape initiale. Afin de montrer l'évolution de cette technique, on montre ci-dessous le schéma final présenté lors de la soutenance orale du projet :

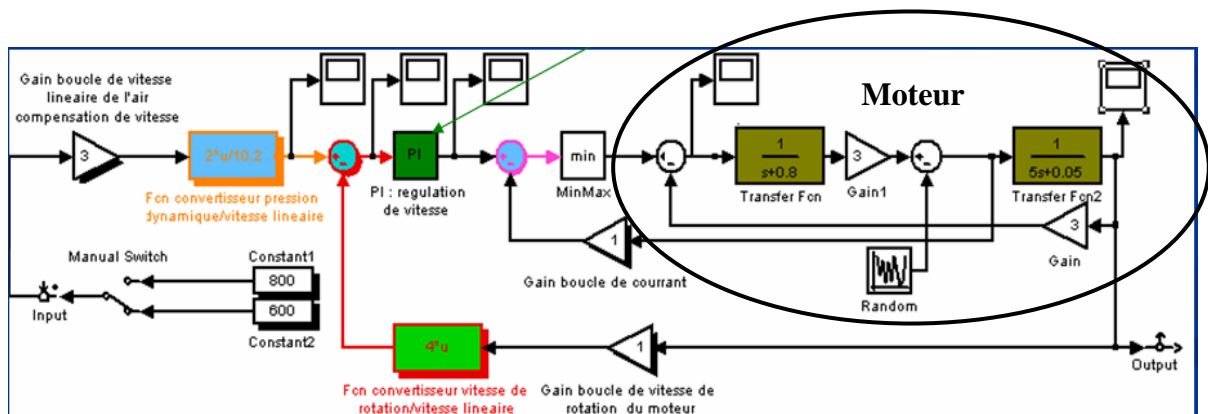


Figure 75. Schéma final de l'asservissement de la vitesse.

On peut voir en comparant avec la figure 71 les éléments qui ont été ajoutés. Ce schéma de simulation a deux schémas blocs associés, le schéma du moteur (montré ci-dessus) et le schéma du régulateur PI (figure 76) ci-dessous :

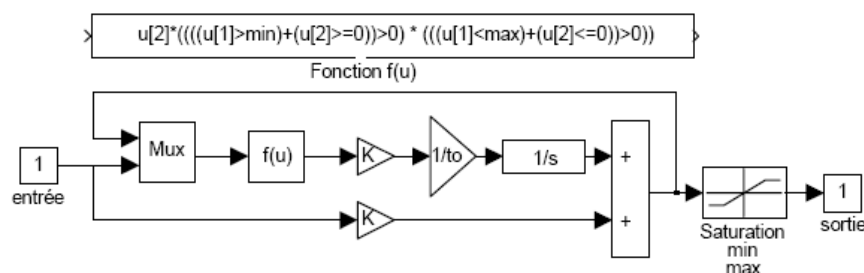


Figure 76. Schéma bloc du régulateur PI.

Les « schémas blocs » associés (moteur et régulateur) apparaissent sous cette forme dans la présentation orale du projet. La simulation est également montrée, la commande (fonction d'entrée) du moteur est un échelon unitaire. De ce fait, la vitesse du moteur est une constante, comme on peut le voir dans les graphes ci-dessous :

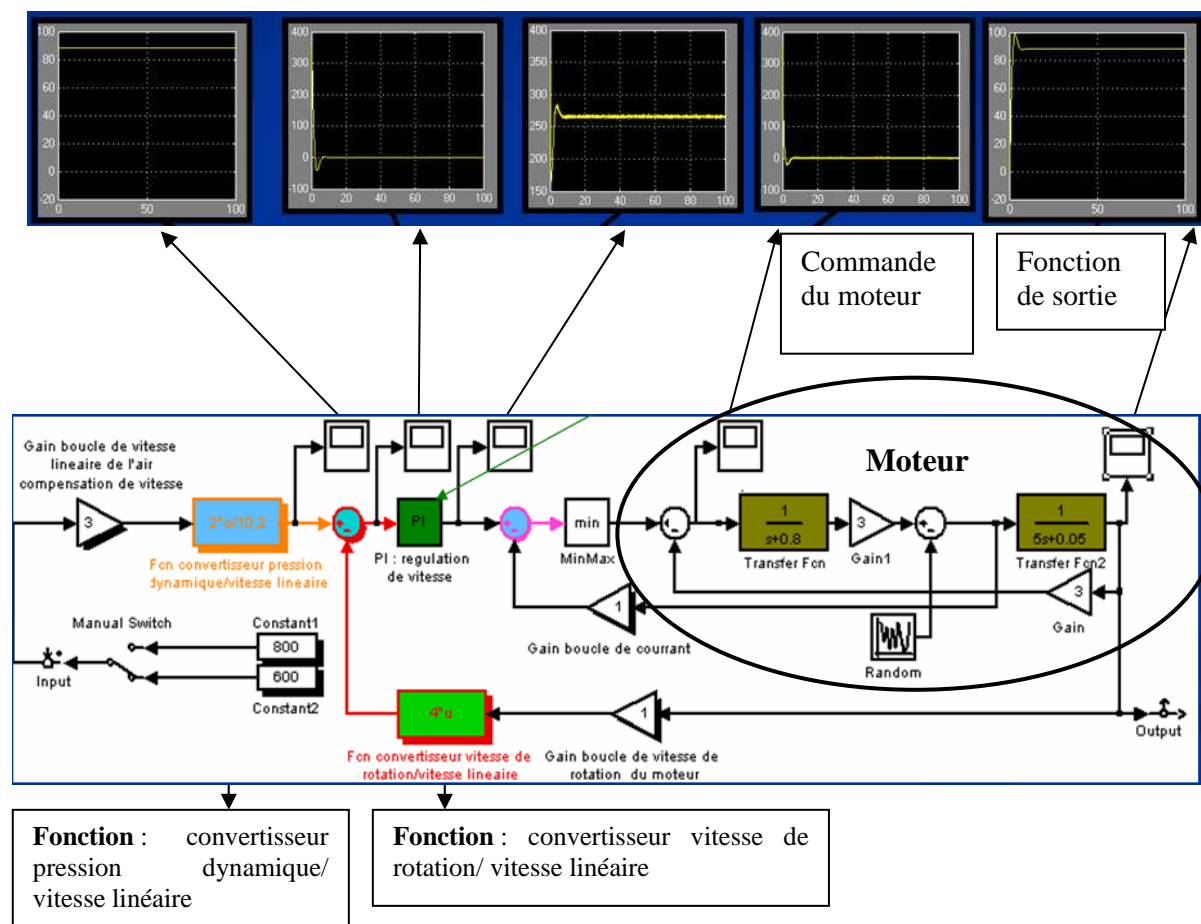


Figure 77. Schéma de l'asservissement final du projet.

La difficulté de cette tâche consiste à assurer une tension constante, c'est-à-dire une fonction d'entrée échelon unitaire pour le moteur. On n'est pas dans le cas de la seule modélisation d'un moteur où il suffit de choisir la fonction d'entrée. En lisant le schéma de la figure 76, on voit qu'il y a une fonction pour convertir la pression dynamique en vitesse linéaire. Celle-ci est nécessaire pour traduire l'écoulement d'air mesuré à partir de la pression dynamique en vitesse linéaire. Ensuite, on va mesurer la différence entre cette vitesse et celle fournie par le moteur. La fonction du régulateur est d'assurer une tension constante à la sortie. Les modèles mathématiques dont sont issus les schémas blocs sont à la base de cette simulation. Le contrôle des modèles est fait grâce au logiciel, mais ce dernier semble ne pas être complètement une boîte noire pour l'étudiant-utilisateur. Nous avons produit des technologies reconstruites après le suivi des projets. De ce fait, nous n'avons pas eu la possibilité de récupérer plus d'éléments pour nous assurer que l'étudiant était capable de rendre transparent tout le travail mathématique fait dans le logiciel. Cependant, l'analyse praxéologique des tâches présentées ici et la proximité des éléments technologiques récupérés

dans le discours de l'étudiant de ceux de la technologie reconstruite nous permettent de supposer que l'étudiant ne fait pas un usage aveugle du logiciel.

#### IV.6 Point de vu du professionnel sur la réalisation de ces tâches

Afin de comprendre le rôle des praxéologies mathématiques en jeu dans la réalisation des tâches 2 et 3 analysées précédemment, nous présentons dans cette partie le point de vue de l'expert professionnel que nous avons consulté.

L'expert met en évidence le décalage des techniques utilisées par les étudiants et celles utilisées dans un contexte professionnel. La modélisation du moteur sous la forme de « schéma bloc » est considérée par l'expert, comme une modélisation avec un intérêt purement pédagogique et dans une logique disciplinaire :

« Ce schéma permet de formaliser chaque composant (moteur, correcteur, régulateur, etc.) et d'évaluer donc le comportement de l'ensemble. Cependant, le « schéma bloc » est utilisé dans le monde industriel seulement dans l'espace direct et sans utiliser la transformée de Laplace ». (Discours produit par l'expert)

Les techniques<sup>65</sup> mises en place par les étudiants présentent des limites lorsqu'on se situe dans l'institution professionnelle, particulièrement car celles-ci ne permettent pas d'aborder la non linéarité de systèmes présents dans le milieu professionnel.

« On ne cherche plus à étudier le système en entier par ces méthodes, qui sont à la fois complexes et réductrices : elles ne permettent pas de traiter les non-linéarités intrinsèques aux composants ou voulues créées par le logiciel). On vérifie la cohérence des variables entrant et sortant de chaque bloc ainsi que l'échelle des grandeurs de ces variables.

Dans presque tous les cas pratiques on se place dans des conditions telles que les variations de phase, les constantes de temps, les irrégularités de la réponse en fréquence sont assez faibles pour qu'une étude fine (Laplace ou Fourier) soit inutile. » (Discours produit par l'expert)

Afin de illustrer ce qui précède, un exemple est donné :

« Si on souhaite qu'un système accélère en 200 m/s on choisi un actionneur dont la constante de temps (au sens de la transformée de Laplace) est dix fois plus faible et peut être négligée. » (Discours produit par l'expert)

Le décalage entre les techniques utilisées dans le projet et celles de la pratique professionnelle concerne également l'utilisation du logiciel Matlab. Pour ce dernier, le professionnel affirme :

« L'emploi de Matlab est limité au monde de la recherche, il est très peu utilisé dans le monde industriel, même dans les bureaux d'études ».

La pratique demande l'utilisation d'autres éléments technologiques<sup>66</sup> et non du logiciel Matlab car,

« les considérations technologiques des actionneurs et de l'électronique, entre autres des limites thermiques, des limites de vitesse, des limites de moment maximum, les conditions de

---

<sup>65</sup> Effectuer le passage d'un modèle mathématique à la représentation du « schéma bloc » en passant par la fonction de transfert et finalement l'utilisation du logiciel Matlab.

<sup>66</sup> Référence à des artefacts technologiques.

transmission des données via les réseaux de commande informatique, etc. sont étudiées avec plus de finesse. »

De manière générale, la réalité pratique semble dépasser ou se situer dans une logique différente de celle du projet :

« Cette problématique n'existe PLUS. Pratiquement tous les systèmes sont pilotés en temps réel par l'informatique (pas des PC, mais des informatiques spécialisées). Ces informatiques commandent les moteurs : de sorte qu'il n'y ait pas d'échelon de vitesse calculent automatiquement, de façon invisible à l'utilisateur, la bonne excitation du moteur pour que la consigne soit respectée (sous réserve que les contraintes énergétiques le permettent) utilisent des algorithmes non linéaires qui n'utilisent pas les transformées de Laplace. ont des procédures d'autorégulation des paramètres d'asservissement » (Discours produit par l'expert)

Les asservissements semblent appartenir seulement au monde des disciplines intermédiaires. Le professionnel reconnaît, cependant, l'option Simulink du logiciel Matlab comme un élément permettant de réaliser,

« à un ingénieur d'études pointilleux, de valider des projets pour lesquels on a de toute façon pris des marges de sécurité suffisantes pour que les résultats soient connus par avance. »

Et dans ce sens, le travail effectué par l'étudiant en ce qui concerne à utiliser la rampe comme fonction d'entrée est souligné comme ce qui s'approche le plus de la réalité :

« L'approche Simulink plus « bricolage des paramètres », décrite par l'étudiant pour visualiser la réponse correspond plus au cas réel, dans le monde professionnel. » (Discours produit par l'expert)

Cela n'est pas le cas, selon lui, de la réponse à un échelon:

« Dans tous les cas pratiques on s'interdit les « échelons » qu'ils soient de tensions, de courant, de couple, ou même d'accélération. Les fonctions dérivées de toutes ces variables ont des conséquences sur les systèmes réels. Une dérivée infinie ou presque serait souvent destructrice. De même, tout échelon d'une variable quelconque introduit une excitation du système sur une large bande spectrale qui provoquera ici ou là des réponses excessives et destructrices. » (Discours produit par l'expert)

Il semble que l'institution d'enseignement essaie de rendre à dispositions les outils théoriques qui permettront de comprendre ce qui est utilisée dans la pratique. On voit cependant, que les contraintes déterminant les deux institutions enseignement et pratique sont là très différentes. Ceci peut expliquer, au moins en partie, les décalages des techniques mises en place par les étudiants et ce qui se fait effectivement dans la pratique.

## IV.7 Dimensionnement du moteur

### *Type de tâche 4 : Dimensionnement du moteur*

Nous avons souligné que la partie électrique est développée par une sous-équipe formée par deux étudiants. Celui dont nous avons analysé le discours au sujet des tâches

précédentes développe la simulation du moteur et l'autre étudiant s'occupe du « dimensionnement » du moteur. Une fois le type de moteur choisi, il faut le dimensionner c'est-à-dire trouver ses paramètres.

« Ce qu'il nous faut est un moteur électrique qui peut nous fournir une vitesse de 45m/s équivalent à 162 km/h. Au début on n'a pas de paramètres, pour trouver ces paramètres la seule chose qu'on a est cette vitesse-là. (Référence à 45m/s établi dans le cahier de charges » (Entretien auprès de l'étudiant dans la phase 2)

Le dimensionnement du moteur consiste à calculer le moment d'inertie  $j$ , le couple utile  $C_u$ , l'accélération et la puissance utile  $p_u$ . Ces calculs sont faits basiquement à partir de l'exploitation des formules. Nous présentons d'abord les calculs faits et ensuite nous détaillons ceux qui correspondent à l'accélération, car une équation différentielle intervient mais de manière implicite.

#### *Technique explicitée par l'étudiant concernant le type de tâche 4*

Les formules et données utilisées apparaissent dans le document intitulé : dimensionnement du moteur (DM dans la suite).

##### *a) Calcul du moment d'inertie*

Pour le calcul du moment d'inertie, l'étudiant utilise la formule :  $j = (m * r^2) / 2$ <sup>67</sup> et fait une application numérique prenant en compte la masse et le rayon de plusieurs éléments : poulies, tambour, rouleaux et tapis. La valeur obtenue est  $j = 5 * 10^{-3} \text{kgm}^2$ . Ces calculs sont signalés comme inadéquats par l'expert qui mentionne que la formule utilisée n'est pas la formule adéquate pour ces calculs. Cela du fait que pour effectuer ces calculs est nécessaire de prendre en compte les frottements agissant sur les différents éléments, tapis, poulies, rouleaux et tambours. Cette tâche peut être rencontrée dans la formation mais de manière très différente, certains paramètres et caractéristiques du moteur, à la différentie d'ici, sont donnés. La complexité de la tâche est liée aux calculs de frottements agissant sur tous les composants.

##### *b) Estimation du couple utile*

L'étudiant souligne dans le même document, que le couple utile correspond à une estimation.

#### *« II- Estimation du couple utile*

$$C_{\text{utile}} = C_{\text{accélération}} + C_{\text{résistant}}$$

On admet que le couple résistant est nul

<sup>67</sup> Nous reproduisons les formules que les étudiants ont utilisées y compris la notation où \* indique la multiplication.

## c) Calcul de l'accélération

Pour calculer l'accélération l'étudiant donne une formule et un graphe.

## « L'accélération

$$\omega = v / r$$

$\omega$  : vitesse angulaire

$v$  : vitesse linéaire

$r$  : rayon de la poulie

Application numérique :

$$\omega = 45 / 40 * 10^{-3}$$

$$\omega = 1125 \text{ rad / s}$$

$$N = 21486 \text{ tr / min}$$

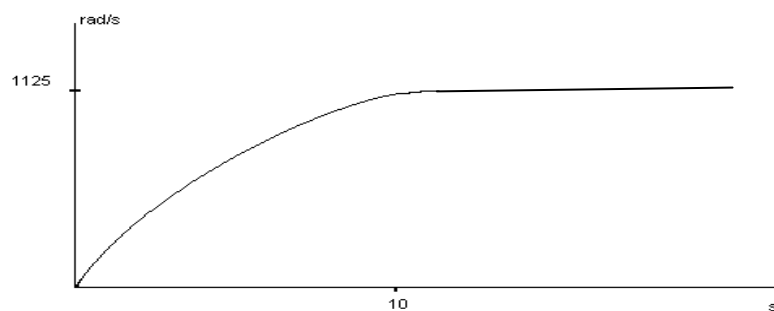


Figure 78. Graphe de la vitesse du moteur (source rapport technique).

$$d\Omega / dt = 112,5 \text{ ms}^{-2}$$

$$\begin{aligned} C_{\text{accélération}} &= 0,005 * 112,5 \\ C_{\text{accélération}} &= 0,56 \text{ Nm} \end{aligned} \quad \gg (\text{DM, p.2})$$

## Technologie explicitée par l'étudiant concernant le dimensionnement du moteur :

Nous allons analyser la technologie mise en place pour réaliser cette tâche et particulièrement celle de « l'estimation » de l'accélération. Cette technologie n'est pas explicite ; nous menons un entretien auprès de l'étudiant pour demander une description et explication de la technique associée. L'étudiant souligne dans l'entretien que le calcul du couple utile est nécessaire pour calculer la puissance du moteur. Cependant, le calcul du couple utile nécessite le calcul du couple d'accélération et le calcul du couple résistant.

« Il faut d'abord trouver la couple pour trouver la puissance, pour le couple il est égal au couple d'accélération plus le couple résistant. Le couple d'accélération est la force nécessaire pour que le moteur démarre et pour qu'il arrive à la vitesse nominale qu'on veut 45m/s. Pour qu'il arrive à cette vitesse-là, il y a un temps, le moteur ne peut pas au démarrage avoir cette vitesse, ce temps là (référence au graphe) est l'accélération et pour cette accélération il faut un couple plus élevé que le couple résistant. » (Explication orale lors d'un entretien, phase 2)

Le calcul du couple résistant ne consiste pas dans l'application d'une simple formule. L'étudiant exprime que ce calcul nécessite de calculer la tension en différents points des courroies et des frottements. Pour faciliter la tâche, il considère que ce couple résistant est nul :

« Cela est trop dur (référence au calcul du couple résistant), donc le professeur m'a proposé d'estimer que le couple résistant est nul. Du coup, je vais calculer seulement le couple d'accélération, je vais la multiplier fois un coefficient d'estimation pour estimer tout le couple (couple utile). Parce que sinon pour le couple résistant, il faut calculer la tension de la courroie dans différents points par rapport à son poids, après il y a une deuxième courroie et il faut calculer les tensions dans des différents points ; plus les points de frottement dans différents points. Donc ça fait beaucoup de théorie qui ne sert à rien, pour l'instant. » (Explication orale lors d'un entretien, phase 2)

L'étudiant donne un descriptif succinct de la technique qu'il faudrait employer (considérer la tension de différents points des courroies et les frottements). Il justifie son choix d'admettre le couple résistant nul d'après le conseil donné par des professeurs de mécanique. Il ne valide donc pas lui-même la technique qu'il a employée, le conseil du professeur fonctionne comme aval épistémologique. La technique semble motivée par l'économie du travail mathématique et son efficacité.

« J'ai essayé de faciliter les choses, même les professeurs de mécanique m'ont dit que ça fait beaucoup de théorie. En plus en pratique on essaie de simuler les choses et d'arrondir les valeurs. » (Explication orale lors d'un entretien, phase 2)

L'expert met en évidence qu'on ne peut pas admettre le couple résistant nul :

« Si l'on suppose que pour les étudiants le terme « couple résistant » désigne le moment à vitesse stabilisée, l'affirmation : « on admet le couple résistant est nul » est totalement fausse. Les frottements mécaniques et aérodynamiques seront très importants aux vitesses envisagées ».

Considérer donc ce couple nul permet de faciliter les calculs mais pose un problème certain. La phase de réalisation ou de fabrication n'ayant pas eu lieu, l'étudiant ne sera confronté à ce problème.

En ce qui concerne le calcul de l'accélération, l'étudiant explique que le moteur démarre avec une accélération et ce qui doit déterminer est le temps au bout duquel la vitesse devient constante.

« [...] l'accélération est le temps de monter de la vitesse pour une période, après la vitesse est stable. C'est ça qu'on appelle accélération ou une décélération son unité est de mètres par secondes carrés ( $m/s^2$ ). Cela est facile à faire, on a la vitesse angulaire et la période c'est encore à moi de décider dans combien de temps je veux que la vitesse de mon moteur arrive à cette vitesse-là. Après je pense que j'ai pris... il est où, il est où, j'ai pris dix secondes je veux qu'en dix secondes il arrive à cette vitesse là. Parce que j'ai pris 6 secondes et à la fin le moteur... et non. J'augment la période de l'accélération, ça on l'a. Donc ici j'ai 1125 et je veux qu'il arrive en dix secondes, à dix secondes il arrive à cette vitesse là. » (Explication orale lors d'un entretien, phase 2)

L'étudiant souligne qu'il a choisi un temps de 10 secondes pour que la vitesse soit constante à 1125rad/s. Pour obtenir l'accélération, l'étudiant calcule la dérivée :

« L'accélération c'est quoi, c'est  $\frac{d\Omega}{dt}$  ça fait la différence entre 1125-0 =1125 sur 10 donc ça donne 112,5  $m/s^2$ . » (Explication orale lors de l'entretien phase 2)

Il justifie dans le document que  $y(10)=1125$  par un graphe (figure 26), mais il ne montre pas comment on l'obtient. Il signale dans le graphe que 1125 correspond bien à 10

secondes. Afin de comprendre les éléments technologiques disponibles pour justifier cette estimation, nous cherchons à trouver l'origine du graphe. Il s'agit de la reconstruction de la technologie, l'étudiant n'explicitant pas plus d'éléments pour le calcul fait.

En observant le graphe, on peut supposer que ce dernier correspond à la constante choisie (1125) moins une fonction exponentielle :  $\omega(t) = 1125(1 - e^{-t})$ . Par ailleurs, l'étudiant a signalé que l'accélération à calculer correspond au phénomène du passage d'un état constant à un autre état constant : du moteur éteint au moteur à une vitesse de 1125rad/s. Cela correspond à une fonction d'entrée échelon unitaire. Par le graphe, on sait que la fonction de sortie est la vitesse angulaire. Nous mobilisons la technique pour trouver la fonction de sortie correspondant à une certaine fonction d'entrée. On peut constater que ce graphe correspond à une fonction de sortie de l'équation différentielle<sup>68</sup> :

$$C_m(t) - C_r(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + f\omega(t) \quad \text{Équation du fonctionnement mécanique (cf. p.163)}$$

Et, lorsqu'on considère comme fonction d'entrée un échelon unitaire  $u_0 = 1125.f$ , la fonction de sortie est :

$$\omega(t) = 1125 \left( 1 - e^{-\frac{f}{J}t} \right)$$

L'étudiant justifie son choix de 10 secondes à partir du graphe. La technologie reconstruite pour la sous-tâche 3.1 montre une technique disponible pour réaliser cette tâche, celle du calcul de la réponse à 5%. L'étudiant ne mobilise pas cette technique, ce qu'il fait est de trouver l'accélération moyenne entre 0 et 10 secondes. A 10 secondes, il considère une dérivée nulle et sa justification repose sur la lecture du graphe.<sup>69</sup>

Le graphe semble être un outil mathématique naturalisé ; on ne montre pas comment on l'obtient mais cet objet permet de justifier et légitimer ce choix.

On peut supposer que l'étudiant fait une référence à des connaissances et usages rencontrés dans les disciplines intermédiaires, le graphe correspond à la réponse de sortie de l'équation différentielle du fonctionnement mécanique à une fonction d'entrée échelon unitaire. Cette référence n'est pas explicitée ; pour le mettre en évidence on s'appuie sur l'usage d'un graphe rendu disponible par l'automatique. Dans le projet, l'étudiant n'a pas la nécessité de justifier comme on peut le faire en automatique.

## IV.8 Conclusion

L'analyse de ce projet nous permet de mettre en évidence une praxéologie de l'asservissement de vitesse qui fait intervenir d'éléments mathématiques dans les différentes

<sup>68</sup> On montre la technique en détail dans l'annexe 5.2

<sup>69</sup> Le graphe montré par l'étudiant semble une fonction affine  $y=1125$  sur l'intervalle  $[10, \infty]$ , de ce fait l'étudiant considère la dérivée nulle. Cela constitue une approximation puisque la fonction  $\omega$  n'est qu'asymptotique à la droite  $y=1125$



modélisations et les passages entre celles-ci. Ces passages sont opérés par différentes transformations sur les modèles : du modèle physique (modèle équivalent) au modèle mathématique (équations différentielles), puis au « schéma bloc » et finalement au travail sur le logiciel Matlab à l'aide des paramètres. Ces transformations sont associées à un travail mathématique différent qui est mis en évidence par les techniques et technologies reconstruites à partir du travail effectué par les étudiants et de l'analyse du cours d'automatique. L'analyse de ce cours nous permet de mettre en évidence que la praxéologie de l'asservissement de vitesse ainsi que les éléments mathématiques qui y interviennent sont mis à disposition par cet enseignement.

La tâche de simulation est la tâche clé dans la phase de conception car d'une part, elle motive les tâches du choix du moteur et sa modélisation sous forme de « schéma bloc » et d'autre part, elle a pour objectif de guider et garantir la réussite de l'expérimentation. L'étudiant réalisateur de cette tâche avec le logiciel Matlab explicite, à notre demande expresse, les éléments mathématiques qui y interviennent : équations différentielles et transformée de Laplace. Notre analyse met en évidence que l'enseignement de l'automatique opère une transposition sur ces deux éléments pour les assujettir aux contraintes de cette discipline. Les équations différentielles fonctionnent comme modèles « types » et la transformée de Laplace comme outil pour effectuer le passage entre ces équations et le « schéma bloc ». La fonction de transfert est une notion hautement mathématisée et également rendue disponible par cet enseignement, la transformée de Laplace est un élément technologique associé à cette notion qui permet la simulation sur le logiciel Matlab. Le travail sur le logiciel ne demande pas l'utilisation de ces éléments mathématiques, car l'affichage de la fonction de sortie pour chaque fonction d'entrée et la disponibilité d'éléments pour reproduire le « schémas blocs » remplacent le travail mathématique de l'utilisateur et restent à la charge du logiciel. Le « schéma bloc » et le modèle mathématique associé sont ainsi des outils d'interface entre un environnement papier-crayon et un environnement logiciel ; entre un modèle mathématique et la simulation ; et donnent la possibilité à l'utilisateur de passer de l'un à l'autre pour réaliser différentes tâches.

Le projet complexifie de manière importante les tâches issues de l'enseignement d'automatique puisqu'elles sont liées à des tâches d'autres disciplines intermédiaires et dans un contrat nouveau qui essaie de faire intervenir les conditions de la pratique. Cependant, on voit une grande proximité entre techniques et technologies mises en place par les étudiants et celles mis en disposition par l'enseignement des disciplines intermédiaires E(DI). C'est-à-dire que la logique disciplinaire est privilégiée à celle de la pratique. Ceci est confirmé par l'expert qui affirme que d'un point de vue pratique, la démarche du projet n'est pas adaptée. On retrouve donc un décalage entre formation et pratique, comme ceux largement mis en évidence dans le chapitre II. Le décalage peut être expliqué par le fait que les tâches de ce projet sont développées dans le cadre d'un travail de conception. Les démarches mises en œuvre ne sont pas confrontées aux contraintes imposées par la phase de réalisation, qui semble être la plus liée au monde de la pratique. De ce fait, les étudiants utilisent des

techniques mises à disposition par les enseignements des disciplines intermédiaires dans lesquelles les limites de la pratique industrielle ne figurent pas.

Par ailleurs, nous considérons que les rapports entre théorie et pratique sont différents dans une optique professionnelle. Dans cette dernière, les éléments théoriques, ayant un poids important dans les disciplines intermédiaires (comme c'est le cas de la transformée de Laplace), semblent être remplacés par des savoirs d'expérience.

## **V Conclusion générale**

L'analyse des trois projets nous a permis de mettre en évidence un certain nombre de praxéologies. Il ne s'agit pas à proprement parler de praxéologies mathématiques, même si une composante mathématique y est présente. Ceci montre bien que les mathématiques vivent dans les projets étroitement imbriquées avec d'autres domaines de connaissances et de pratiques, et que chercher à les isoler au sein de praxéologies spécifiques fait courir le risque de dénaturer les tâches réelles en jeu. Pour comprendre les besoins mathématiques auxquels font face les étudiants, la façon dont ils y répondent et les liens de leurs réponses avec la formation, il est donc important de décoder ces mathématiques en les resituant au sein des domaines de connaissances et pratiques avec lesquelles elles sont imbriquées. Ceci n'est pas une tâche facile, d'autant plus que dans les observables recueillies, malgré la diversité du recueil de données qu'a permis l'immersion, les praxéologies ne sont pas entièrement explicitées. Des techniques et des bribes des technologies constituent ainsi nos premiers observables. Ils demandent à être complétés pour les besoins de l'analyse et situés par rapport à d'autres possibles. Pour cela, nous avons utilisé principalement deux types de sources : l'analyse de cours des disciplines intermédiaires, l'avis d'experts professionnels.

L'analyse des cours des disciplines intermédiaires nous a permis de reconstruire, dans une sorte d'analyse a priori rétrospective, le détail des techniques observées dans les projets et surtout les technologies potentiellement associées. On retrouve ainsi dans le projet 1 des éléments de résistance de matériaux dans le calcul de la flèche et le dimensionnement des lames, dans le projet 2, une identification des conditions associées aux phénomènes vibratoires s'appuyant sur une analyse dimensionnelle portée par la mécanique des fluides et dans le projet 3 un asservissement de vitesse relevant de l'automatique. Le recours à ces enseignements nous a été nécessaire pour compléter et faire sens des praxéologies observées, y compris dans leur composante mathématique. Nous n'avons en revanche pas eu l'occasion d'observer des éléments mathématiques dont le parcours aurait été direct, de l'enseignement des mathématiques de l'IUP à leur utilisation dans le projet. Ceci nous semble-t-il confirme bien le rôle des disciplines intermédiaires pour opérer les transpositions nécessaires sur les praxéologies mathématiques en vue de les mettre à disposition pour réaliser des activités plus proches de la pratique, et le rôle donc clef de ces disciplines dans la circulation des savoirs au sein de la formation.

Ce travail de reconstruction met en évidence des différences entre les projets. Il singularise en particulier le projet 2, dans lequel le bloc technologico-théorique est le plus

visible. Dans ce projet qui vise à établir les conditions à réaliser pour permettre l'étude des phénomènes vibratoires sur un profil d'aile d'avion en soufflerie, une étude « théorique » est menée par les étudiants pour comprendre ces conditions. L'analyse que nous avons faite du cours de mécanique des fluides et plus précisément du chapitre consacré à l'analyse dimensionnelle nous permet de confirmer la pertinence de la démarche suivie par les étudiants : l'étude du profil d'aile d'avion à partir d'une aile cylindrique, la caractérisation des conditions de vibration et turbulence à partir des nombres adimensionnels de Reynolds et Strouhal et le théorème de Vaschy-Buckingham comme un savoir technologique associé. Elle nous permet aussi de montrer la proximité du discours technologique des étudiants avec celui du cours. La présence forte d'éléments technologico-théoriques dans ce projet, leur caractère explicite dans le rapport intermédiaire et lors de la soutenance, nous semblent aussi au fait que les étudiants ont démarré leur projet en lisant un article de recherche produit par leur tuteur, et en essayant de le comprendre à travers l'utilisation d'autres sources : leur cours de mécanique des fluides et un cours d'aérodynamique trouvé sur Internet. Dans cet article, les éléments technologiques sont exposés et les contraintes du monde académique dominent sur celles de la pratique. A ceci, s'ajoute le fait que la phase de réalisation n'ayant pas lieu, l'accent reste mis sur ce travail technologico-théorique et les simulations qu'il permet ensuite avec le logiciel ANSYS utilisé par l'enseignement.

Contrairement à ce projet, dans les projets 1 et 3, la reconstruction est plus complexe. Dans les premiers observables recueillis, le discours technologique reste très insuffisant pour simplement comprendre les calculs effectués et les choix faits sur leur base. Le lien avec les enseignements des disciplines intermédiaires est évident mais plus difficile à déchiffrer. De plus, le contrat semble basculer au fil du projet vers une occultation des ressorts mathématiques, ce qui ne facilite pas l'analyse. Les questions qui restent ouvertes, même après les entretiens avec les étudiants, vont nécessiter le recours à des experts professionnels.

Le recours à ces experts va mettre en évidence plusieurs phénomènes et tout d'abord la distance entre les solutions expertes et celles développées par les étudiants, ainsi que dans les discours associés. Les solutions expertes engagent des connaissances naturalisées provenant à la fois des disciplines intermédiaires et de la pratique. Celles provenant des disciplines intermédiaires sont très souvent cristallisées dans des formules, celles venant de la pratique fournissent des valeurs à certains paramètres, permettent de hiérarchiser les choix et de gérer efficacement la multiplicité des variables intervenant, de contrôler les estimations faites. On note aussi une aisance à mener des calculs d'estimation en s'appuyant sur les dépendances exprimées dans les formules. En comparaison, le travail mené par les étudiants montre la difficulté à gérer ces calculs « élémentaires » dont Maurice d'Ocagne soulignait l'importance dans le travail quotidien de l'ingénieur, en combinant la syntaxe et la sémantique des formules, le jeu sur les différentes variables, et l'impact sur ces difficultés d'une expérience pratique encore très limitée.

Le discours technologique de l'expert est un discours qui donne la priorité aux fonctions de description et motivation. Du côté des étudiants, on voit apparaître des fonctions de validation

qui reflètent leur compréhension du contrat du projet, par exemple lorsqu'ils essaient de justifier les formules utilisées avec un discours qu'ils essaient de rendre proche du discours de la formation mais aussi la difficulté qu'ils rencontrent à mettre le discours de la formation au service des questions qu'ils ont à résoudre. La différence entre les tâches rencontrées en formation même dans les disciplines intermédiaires et celles en jeu dans les projets est évidente, et en conséquence l'important travail d'adaptation des praxéologies qui serait nécessaire. La faiblesse de l'expérience pratique rend difficile cette adaptation et l'on en voit les effets, par exemple dans le projet 1 quand les étudiants se donnent pour tâche de maximiser la flèche, ou dans le projet 3 quand ils décident que le couple résistant est nul pour l'estimation du couple utile du moteur ou qu'ils calculent le moment d'inertie de l'assemblage tapis tambour et rouleaux, pour les besoins de la tâche de dimensionnement du moteur.

Pour apprécier cette distance, il est aussi intéressant d'étudier les réactions des étudiants aux suggestions de l'expert dans le projet 1 pour le choix de la géométrie de la lame. Les calculs nécessaires pour dimensionner la lame triangulaire ne constituent pas un travail mathématique complexe, cependant les étudiants n'arrivent pas à les mettre en œuvre. Ils reviennent alors à la solution en lames rectangulaires dont les calculs mathématiques ne leur posent pas de problèmes et justifient ce choix à partir d'un élément extra-mathématique, telle que la sensibilité (par rapport à l'épaisseur des lames), sans s'apercevoir du manque de cohérence de leur raisonnement. Ce dernier sera pointé lors de la soutenance par l'expert en s'appuyant sur un discours faisant directement référence à la pratique. On notera aussi dans ce projet l'accumulation de tableaux et représentations graphiques qui, sans aucun doute, pour ces étudiants, ont en eux-mêmes un pouvoir de légitimation.

Lorsque les mathématiques deviennent plus complexes, elles sont prises en charge par des logiciels spécifiques, les projets 2 et 3 le montrent particulièrement bien. L'usage de ces logiciels (ANSYS et Matlab) est complexe et nous sommes rentrés dans les détails de cet usage pour bien mettre en évidence cette complexité. Cet usage est pris en charge dans la formation et les étudiants y semblent relativement à l'aise, en particulier lorsque l'on compare avec les difficultés qu'ils rencontrent avec les calculs élémentaires. Dans le projet 2 par exemple, un point de vue d'expert a été sollicité en particulier pour le travail développé à l'aide du logiciel ANSYS. La reconstruction de la tâche met en évidence la quantité des choix à faire pour la réaliser, même si les mathématiques sont encapsulées par le logiciel. L'utilisateur expert qui a évalué la technique mise en place par l'étudiant considère qu'il a résolu la tâche convenablement. Pour le projet 3, l'avis de l'expert a en partie modifié notre vision. Il valide le schéma-bloc définitif obtenu avec Matlab même s'il déclare que son intérêt pour la pratique est aujourd'hui limité. Il valorise aussi la démarche d'exploration et d'ajustement des paramètres suivie par l'étudiant, à partir de différents signaux, et notamment de la rampe qu'il considère vraiment utile dans la pratique. En souligne la présence d'incohérences dans la gestion et l'interprétation de certaines représentations intermédiaires, en particulier quand l'étudiant recherche dans la représentation de la figure 74, une plage de linéarité, ce qui n'a ici pas de sens. Dans le projet 3, l'étudiant à notre demande explicite les

mathématiques sous-jacentes à la construction du schéma-bloc dans Matlab et à son exploitation. Cette justification n'est pas demandée dans le projet où ce sont les résultats issus de cet usage qui sont valorisés, mais cela montre bien que, pour lui, le logiciel ne fonctionne pas comme une pure boîte noire. En revanche, pour ce qui concerne le logiciel ANSYS, nous n'avons pas recueilli de données suffisantes pour nous permettre de comprendre exactement la compréhension qu'avait l'étudiant de la méthode des éléments finis et de son implémentation dans le logiciel. S'agissant de technologie, il nous semble aussi nécessaire de mentionner ce que l'analyse des projets nous a donné à voir de l'usage de logiciels généralistes comme Excel. L'usage fait par les étudiants du projet 1 pour gérer une optimisation faisant intervenir plusieurs variables nous semble de ce point de vue problématique par son caractère aveugle, la multiplication de graphes dont la pertinence est contestable, l'absence de pilotage clair, et le fait que la facilité d'obtention de tableaux et graphes multiples semble se faire au détriment d'une réflexion sur les formules elles-mêmes et les dépendances associées. S'agissant toujours de technologie, il est important de souligner que l'usage des technologies informatiques ne se limite pas à celui de logiciels. Une part importante de cet usage concerne la recherche documentaire sur Internet. Elle est naturelle pour ces étudiants qui doivent proposer plusieurs solutions, les comparer, estimer des coûts... Elle s'étend, ce qui était peut-être moins évident, à tout ce qui est ressource théorique. Par les étudiants du projet 1 se réfèrent à Wikipedia pour élucider le fonctionnement du tube de Pitot et la loi de Bernoulli, et non à leur cours de mécanique des fluides. Les étudiants du projet 2 vont chercher sur Internet un cours d'aérodynamique, même s'il en existe à l'IUP. Et le suivi plus général des projets réalisés la première année montre que ce n'est en rien un cas isolé. La recherche d'information y compris relative à des contenus de formation passe de façon souvent privilégiée par l'usage d'Internet. Mais, comme le montre aussi l'analyse du projet, faire sens des informations souvent très lacunaires ainsi trouvées ne va pas de soi.

Un autre point que nous voudrions souligner est celui de la division du travail entre les étudiants. Dans les trois projets, la division de travail mathématique est faite de manière similaire : c'est un étudiant qui prend en charge les tâches les plus mathématiques. On voit donc ici à l'œuvre dans une organisation spontanée une forme de partage du travail cohérente avec ce qui a été décrit par Noss et Kent (2002) et présenté au chapitre 2.

L'analyse praxéologique des projets, telle que nous l'avons menée, en nous appuyant notamment sur les extensions proposées par Corine Castela, nous semble avoir été productive. Il n'en demeure pas moins qu'elle a été très complexe à mettre en œuvre du fait de l'impossibilité d'isoler de façon pertinente des praxéologies mathématiques. Dans ce contexte, se pose d'ailleurs la question d'une identification pertinente des types de tâches. Nous avons ici opéré de façon pragmatique, en suivant la réalisation des étudiants, mais il n'est pas sûr que ce découpage soit pleinement justifié par rapport aux disciplines intermédiaires mobilisées ou par rapport à la pratique. C'est en particulier une question qui a été soulevée par les commentaires de l'expert sur le projet 3.

Enfin, pour terminer, nous voudrions rappeler que les tâches que nous avons analysées ne constituent pas la totalité des projets concernés et qu'il serait tout à fait abusif de juger des compétences acquises par ces étudiants à la seule lumière de ces analyses. Seul le projet 1 parmi les trois analysés a fait l'objet de véritables critiques lors de sa soutenance et les informations recueillies par ailleurs montrent une bonne évaluation de ce dispositif comme de celui du long stage en entreprise de l'année suivante.

Nous avons souligné dans cette conclusion la complexité de l'adaptation demandée aux étudiants dans des sujets nouveaux et dans un contrat nouveau, et le rôle particulier joué par les disciplines intermédiaires vis à vis des mathématiques. Pour mieux l'apprécier, nous avons décidé de compléter l'analyse des projets par celle d'une notion mathématique qui est intervenue dans les projets et dont l'enseignement est à l'IUP porté par une discipline intermédiaire. Il s'agit de la transformée de Laplace et nous présentons ce travail dans le chapitre suivant.

---

# CHAPITRE VI

---

## AU DELA DES PROJETS : ANALYSE DES COURS

### I Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons présenté l'analyse des projets et particulièrement les praxéologies mathématiques en jeu dans ces derniers. Regardés comme activités des étudiants, les projets représentent l'ultime étape d'un parcours de formation au cours duquel les étudiants ont eu à s'approprier certaines praxéologies, rencontrées dans certaines institutions. Regardé comme institution, le dispositif du projet est donc aussi l'ultime étape du parcours interinstitutionnel et donc du processus transpositif suivi par les praxéologies en jeu depuis leur institution de production, dernière étape au moins dans le cadre strict<sup>70</sup> de la formation. Afin de mieux comprendre la dynamique des praxéologies au sein de l'IUP, nous avons décidé d'approfondir notre recherche en nous intéressant aux institutions étapes, enseignement de mathématiques E(M) et enseignement de disciplines intermédiaires E(DI). En particulier, nous sommes intéressés par l'étude des institutions qui mettent à disposition des étudiants les praxéologies mobilisées dans ces projets.

Compte tenu du nombre d'institutions E(DI) intervenant dans les projets et de notre connaissance limitée de ces disciplines, nous avons décidé d'analyser un de ces enseignements à titre paradigmatique pour avoir un aperçu des effets transpositifs exercés par l'institution E(DI) sur les praxéologies mathématiques  $\Pi_M$  et sur leur transposition dans P(DI). Pour cela, l'automatique a été choisie parmi les autres enseignements des disciplines

---

<sup>70</sup> On exclut le stage en entreprise qui participe directement à la formation.

intermédiaires en jeu dans les projets car les notions d'asservissement et de transformée de Laplace dans le développement du projet 3 sont issues de ce cours. Les asservissements sont utilisés pour réguler la vitesse du moteur. Le modèle mathématique à la base de cette régulation est composé par des équations différentielles du premier ordre à coefficients constants modélisant le comportement électrique et mécanique du moteur. L'application de la transformée de Laplace à ces équations permet de les traduire dans un « Schéma Bloc » ou schéma fonctionnel qui permet également de traiter le système dans le logiciel Matlab, principalement avec l'option Simulink en fixant un certain nombre des paramètres. L'analyse du projet montre que, dans cette activité, l'étudiant se ramène à des modèles types en mobilisant des praxéologies mathématiques rendues disponibles par l'enseignement d'automatique.

Dans cette analyse nous essayons donc de répondre aux questions suivantes : Comment cette modélisation mathématique est-elle construite ? Quelles praxéologies mathématiques y interviennent ? Dans quelle mesure les praxéologies explicitées dans chaque cours se réfèrent-elles à  $P(M)$ ,  $P(DI)$  et  $I_p$  ? Comment s'opère cette explicitation ? Pour cela, nous menons une analyse conjointe de trois cours d'automatique élaborés chacun dans une institution de formation différente :

1. Institut Universitaire Professionnel d'Evry, IUP ; (notre terrain expérimental)
2. Institut Universitaire Technologique, IUT ;
3. Université de Savoie.

Nous avons eu accès à ces deux derniers cours par Internet et nous n'avons pas de détails précis concernant les connaissances mathématiques pré-requises, la quantité d'heures consacrée aux cours, TD et TP. Pour l'IUP, nous analysons le polycopié remis aux étudiants comme support d'un cours en présentiel auquel nous n'avons pas assisté. Ceci introduit évidemment un décalage entre les deux types de sources : on peut penser que les cours en ligne ont l'intention de pallier l'absence d'interactions directes en explicitant des éléments qui, dans l'enseignement de l'IUP, sont présentés oralement. Sans perdre de vue ces limites de notre travail, l'analyse de ces trois cours nous permettra, de comparer les blocs technologico-théorique  $[0/\Theta]$  intervenant dans ceux-ci, de mettre en évidence des écarts quant aux niveaux de références aux mathématiques  $P(M)$ , aux disciplines intermédiaires  $P(DI)$  et à la pratique professionnelle  $I_p$ .

Afin de compléter notre étude, nous analysons un cours de mathématiques abordant la transformée de Laplace dans une formation d'ingénieurs. Le cours choisi est le cours de « Fonctions Holomorphes » élaboré à l'Ecole des Mines de Nancy et enseigné dans d'autres écoles comme l'Ecole des Mines de Nantes. L'analyse de ce cours nous permettra de comparer les effets transpositifs d'une institution  $E(M)$  à ceux des institutions  $E(DI)$  telle que l'automatique.

L'analyse se centre dans un premier temps sur les rapports que les institutions  $E(M)$  et  $E(DI)$  établissent avec les institutions de référence, de production des mathématiques  $P(M)$ , pour les enseignements de mathématiques  $E(M)$ , de production des disciplines intermédiaires



P(DI) et de la profession  $I_p$  pour les enseignements de disciplines intermédiaires E(DI). Nous cherchons ainsi à mettre en évidence les choix faits dans l'élaboration de ces enseignements : dans quelle mesure prennent-ils ou non en compte les contraintes et points d'appui de P(M) et/ou E(M), par rapport aux contraintes et points d'appui de P(DI) et  $I_p$  ? Dans un deuxième temps, nous analyserons les effets de ces enseignements sur le développement des projets, en questionnant leur fonctionnalité dans le cadre de cette activité. Cette analyse bien que concernant seulement quelques exemples d'enseignement nous amène, en conclusion, à nous interroger sur l'adéquation de tels enseignements à la pratique professionnelle.

Notre analyse est introduite par une synthèse historique portant sur le rôle de la transformée de Laplace dans le développement théorique de l'automatique.

## II Transformée de Laplace : un concept clé dans le développement théorique de l'automatique

L'automatique inclut l'étude des systèmes asservis dans des régimes transitoires et régimes permanents. Les systèmes sont composés, de manière générale, de trois éléments : une fonction d'entrée, une fonction de sortie et un processus (modélisé par un rapport entre la fonction de sortie et la fonction d'entrée). A partir du développement de la technique de régulation motivé par les demandes de l'industrie, l'automatique s'est développée et établie comme science au milieu du XX<sup>e</sup> siècle :

« Comme un bon nombre de sciences<sup>71</sup>, l'automatique a été précédée par une technique, c'est la technique de régulation. Dans ce cas précis, la technique de régulation connue depuis l'antiquité<sup>72</sup> a fait l'objet d'un développement considérable au cours du XIX<sup>e</sup> et du XX<sup>e</sup> siècles à travers ses multiples applications dans divers domaines tels que la mécanique, la thermique, l'électricité, la chimie, etc. Le développement industriel et l'utilisation de machines puissantes nécessitant des organes de commande de plus en plus sophistiqués y ont contribué tout au long du XIX<sup>e</sup> et du XX<sup>e</sup> siècle. L'automatique en tant qu science s'est développée au milieu du XX<sup>e</sup> siècle grâce à un formalisme unificateur provenant de la rencontre du domaine des télécommunications et celui des servomécanismes durant la deuxième guerre mondiale. (Remaud, 2004, p.4)

Reamaud précise que les applications de l'électricité et l'avènement des télécommunications ont sollicité et à la fois provoqué l'avancement des techniques de régulation. En particulier, il fait référence aux travaux développés par Black, Nyquist et Bode au sein de *Bell Laboratoires* à propos des problèmes posés par les communications téléphoniques à longue distance au début du XX<sup>e</sup> siècle. Il signale également que « l'étude des phénomènes transitoires présents lors de l'établissement et de la coupure de la communication » à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle a favorisé le développement des outils mathématiques. L'apparition de la méthode opérationnelle développée par Heaviside (1894) est ainsi motivée par une nécessité pratique « l'étude des lignes électriques » :

« A la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, les problèmes d'étude des lignes électriques nécessitent de définir de nouveaux outils mathématiques. Dès l'utilisation du télégraphe, l'étude des phénomènes transitoires présents lors de l'établissement et de la coupure de la communication s'avère féconde pour la découverte des outils mathématiques. Ainsi, à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, le calcul symbolique de Heaviside permet de résoudre plus simplement les équations différentielles utilisées pour modéliser les phénomènes transitoires. » (Remaud, 2004, p.74)

<sup>71</sup> Pour les rapports entre techniques et sciences, on peut citer quelques exemples illustrant l'antériorité des techniques sur les sciences. La réalisation de la machine à vapeur au XVIII<sup>e</sup> siècle a précédé la théorie de la thermodynamique introduite par Sadi Carnot (1796-1832) au milieu du XIX<sup>e</sup>, ainsi que la mise au point des premières machines électriques au milieu du XIX<sup>e</sup> siècle précédant les théories de l'électromagnétisme de la fin du XIX<sup>e</sup> siècle. Il est à noter tout de même que cette tendance s'est inversée au XX<sup>e</sup> siècle avec, en particulier, la physique nucléaire ou l'électronique.

<sup>72</sup> La technique de régulation était déjà connue des Grecs comme le montrent les réalisations de Ktesibios (III<sup>e</sup> siècle avant J.-C.) ou de Héron d'Alexandrie (I<sup>e</sup> siècle après J.-C.). Voir les ouvrages suivants : Bertrand Gille, *Les Mécaniciens Grecs*, Editions du Seuil, 1980 ; Bruno Jacomy, *Une histoire des techniques*, Editions du Seuil, 1990 ; Otto Mayr, *The origins of Feedback Control*, The M.I.T. Press Cambridge, Massachusetts, an London, England, 1970.

Cependant, cette méthode a été difficilement acceptée par les mathématiciens qui critiquaient son manque de rigueur. Pour Heaviside, les mathématiques sont issues d'une réalité physique ou associées à elle, comme souligné dans Camarena (1999) :

« Heaviside no estaba interesado en teoremas de existencia [...] pues decía que todas las relaciones consideradas provenían de realidades físicas, como hechos establecidos, y las soluciones debían ser expresiones físicamente realizables; asimismo, que las relaciones entre funciones tratan con procedimientos de funciones con buenos comportamientos y no tienen que ser sujetas al análisis crítico de todas las posibilidades de la matemática abstracta. » (Camarena, 1999, p.56)

Les mathématiques qui interviennent dans la physique doivent être opérationnelles et cette opérationnalité est validée via l'expérimentation :

« el físico puede aplicar procesos matemáticos no formales si después de hacer pruebas queda satisfecho con la veracidad de los resultados. » (Heaviside 1949, pp.119-121, cité dans Camarena, p.58)

La réalité physique joue donc comme élément de contrôle et validation de la méthode. Pour Heaviside l'opérateur est « tout ce qui permet de transformer une chose dans une autre chose ». Cette idée est fondamentale dans la production de sa méthode, et cela est bien mis en évidence dans deux exemples cités dans Camarena :

« ...Let the voltage  $V$ , this being the fall of potential from where the current enters to where it leaves. Then, if  $V=ZC$  be the differential equation (ordinary, lineal) connecting  $V$  and  $C$ , the resistance operator is  $Z$ . » (Heaviside, 1982, p.355)  
 [...] Thus, the resistance operator of the coil being  $R+Lp$ , where  $R$  and  $L$  are its resistance and inductance, and  $p$  is the differentiator  $d/dt$  ; and that of the condenser being  $(Sp)^{-1}$ , where  $S$  is its permittance, when the two are in sequence the resistance operator of the combination is  $Z=R+Lp+(Sp)^{-1} \dots (1) \dots$  But when the condenser and coil are in parallel, it is more convenient to use the conductance operators. Thus  $Y=(R+Lp)^{-1}+Sp \dots (3)$ , is the conductance operator of the coil and condenser in parallel, ... » (Heaviside, 1949, p.113, cité dans Camarena, 1999, p.61)

Camarena signale également que les opérateurs définis par Heaviside le « sont toujours en fonction des constantes électriques et de l'opérateur différentiel par rapport au temps ».

La méthode d'Heaviside permettait ainsi de traiter l'opérateur différentiel en tant qu'identité algébrique et donc de résoudre des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Cependant, le manque de généralité conduisait à des contradictions, comme souligné dans le cours de Hladik (1969)

« Le paramètre  $p$  était traité à priori comme un élément algébrique ordinaire, mais dans certains cas on aboutissait à des contradictions. Il fallait alors édicter, au fur et à mesure des besoins, des règles particulières dont la seule justification était que leur inobservation aboutissait à des résultats absurdes. » (p. 2)

La méthode ne pouvait pas non plus s'appliquer aux équations aux dérivées partielles, comme le souligne Erdélyi (1971) dans son cours :

« Généralement, les opérateurs rencontrés dans de telles circonstances sont des fonctions transcendantes de  $D$ <sup>73</sup> ; il est alors difficile de développer, et davantage encore de justifier, quelque interprétation correcte des expressions opérationnelles ainsi obtenues. »

Le besoin de théoriser la méthode d'Heaviside conduit les mathématiciens au développement de travaux, qui selon Camarena, suivent deux axes différents : les transformations intégrales (Bromwich, Carson, Vander Pol et Doetsch) et les formulations algébriques (Lévy et Mikunski).

Ce sont les travaux développés suivant le premier axe qui, à la fin des années 30 et au début des années 40, permettent d'introduire la transformée de Laplace dans la méthode d'Heaviside conduisant à une méthode plus générale connue sous le nom de *Calcul Opérationnel*. Ce dernier est largement diffusé dans les années 50, et différents cours sont produits pour la formation des ingénieurs et techniciens à cette époque. Dans la préface du cours de Denis-Papin et Kaufmann (1957) on trouve ainsi :

« L'exposé, comme dans tous les ouvrages récents, abandonne la méthode d'Heaviside, maintenant historique, pour s'appuyer sur la transformation de Laplace et l'intégrale de Carson. ».

Le *Calcul Opérationnel*, comme le signale Remaud (2004), s'impose naturellement dans l'automatique pour aborder le problème du régime transitoire d'un système régi par une équation différentielle ; cet auteur souligne que :

« La notion de schéma-bloc rencontrée chez Black au cours des années 1930 provient de l'usage du calcul symbolique ; sans le calcul symbolique, on ne peut représenter un système bouclé sous forme de schémas blocs. ».

### III Outils d'analyse de la transposition didactique relativement aux institutions de référence

Nous cherchons à analyser les rapports que les formes transposées pour l'enseignement -dans E(M) ou dans E(DI)- de praxéologies  $\Pi_M$  ou  $\Pi_{DI}$  entretiennent avec P(M)-E(M), P(DI) et Ip.

Rappelons que  $\Pi_M$  est une praxéologie mathématique validée et utilisée dans P(M),  $\Pi_{DI}$  est une praxéologie mathématique sous forme transposée, considérée comme valide et utilisée dans P(DI) ; rappelons également que ces praxéologies suivent différents parcours (cf. chapitre 3) pour arriver aux E(DI). Ces parcours de P(M) à E(DI) (schéma 1) permettent de supposer que, pour l'élaboration de l'enseignement dispensé dans une E(DI), les institutions P(M), P(DI) et Ip sont des institutions de référence (cf. chapitre 3). Pour un enseignement dispensé dans une E(M) nous faisons l'hypothèse que c'est avant tout P(M) qui fonctionne comme institution de référence.

<sup>73</sup>  $D = d/dt$

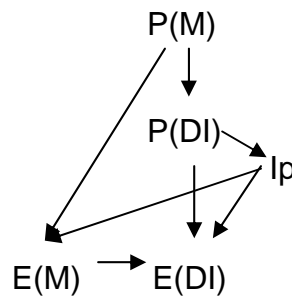


Schéma 1. Parcours institutionnels.

Dans la suite, nous distinguerons les disciplines intermédiaires génériques DIg (dans notre cas l'automatique) et les disciplines intermédiaires spécialisées DI (par exemple, électricité, mécanique) dont nous considérons les situations comme plus proches des situations professionnelles.

### III.1 Distance à P(M)

A propos de la forme transposée d'une praxéologie mathématique dans une institution d'enseignement E(M) ou E(DI), nous prenons en compte deux critères pour décrire la distance prise par cette forme transposée avec l'institution de référence P(M)

1. la forme de la validation de la technique
2. la nature des tâches dans lesquelles cette technique est travaillée (donc motivée et évaluée) et les formes que prennent alors les parties spécifiquement mathématiques des Mises en Oeuvre (MO).

Pour le premier point, nous distinguons a priori 4 niveaux.

La numérotation se comprend dans le sens suivant : plus l'indice est élevé, plus la proximité avec P(M) est grande.

- **Niveau V3** : Les théorèmes sont démontrés, les notions mathématiques utilisées sont importées de P(M) avec une distance minimale
- **Niveau V2** : Les démonstrations ne sont pas reproduites mais P(M) est mentionnée explicitement en tant qu'aval épistémologique.
- **Niveau V1** : La terminologie, le formalisme, les rituels correspondent à ceux de P(M) mais P(M) n'est pas explicitement mentionnée en tant qu'aval épistémologique. Par exemple, un résultat technologique est énoncé sous forme de théorème, en utilisant les concepts et les notations usuelles dans P(M) mais on ne fait aucune référence à l'existence d'une démonstration.
- **Niveau V0** : Aucun des niveaux précédents n'est atteint, ce que nous rencontrons par exemple lorsqu'une affirmation d'ordre mathématique est partiellement fausse sans que la question de son domaine de validité ne soit soulevée ou lorsqu'une telle affirmation est présente au fil du texte sans être mise en évidence comme un résultat remarquable,

ayant donc soulevé un besoin de preuve mathématique. Nous avons rencontré les deux cas relativement au domaine d'existence de la transformée de Laplace puis de sa transformation inverse dans un des cours analysés.

Notons que nous postulons que ce niveau 0 est impossible si l'institution d'enseignement étudiée est un cours de mathématiques  $E(M)$ . Dans ce cas, le simple fait que l'enseignement d'un certain savoir institutionnellement étiqueté comme mathématique soit organisé produit au minimum une évocation ( $V1$ ) de  $P(M)$ .

Nous utilisons pour désigner ces niveaux la terminologie suivante :

Niveau V3 : **Convocation** (sous-entendu de  $P(M)$  ici)

Niveau V2 : **Invocation** ; Niveau V1 : **Evocation** ; Niveau V0 : **Ignorance**

Cette terminologie est appropriée et d'usage assez naturel du fait que nous nous intéressons ici au rôle d'autorité de validation jouée par l'institution  $P(M)$ . Mais elle se révèle à l'usage plus difficile d'emploi pour le deuxième plan que nous introduisons maintenant, sans doute du fait que l'analogie permise par le vocabulaire est moins évidente.

Pour le second point, relatif au travail de la technique, nous distinguons **trois niveaux de référence à  $P(M)$  pour la mise en œuvre** :

- **Niveau MO 2** : les techniques mathématiques utilisées pour traiter les sous-tâches qui apparaissent sont celles qu'utiliserait un mathématicien compte tenu des savoirs mathématiques des étudiants, avec le même niveau de rigueur ;
- **Niveau MO 1** : certaines phases de traitement ont recours à des techniques mathématiques marquées par les usages du contexte de la discipline DI ou de la profession ; par exemple, la recherche des solutions d'une équation est obtenue par essai-erreur quand l'équation peut être résolue exactement.
- **Niveau MO 0** : les traitements proposés manquent de rigueur au regard de ce qui serait mathématiquement attendu dans les justifications.

Ces éléments nous permettent d'analyser la distance prise avec l'institution  $P(M)$  par une institution d'enseignement relativement à une praxéologie mathématique.

### III.2 Distance aux $P(DI)$ et à la Profession Ip

Nous souhaitons également situer cet enseignement,  $E(M)$  ou  $E(DI)$ , par rapport aux autres institutions de référence qui interviennent dans le cas d'une formation professionnelle, à savoir  $P(DI)$  et Ip, la profession.

En ce qui concerne la validation de la technique mathématique, il serait possible d'envisager des formes spécifiques de validation d'une technique spécifiques de  $P(DI)$  et même de Ip :

- Dans  $P(DI)$ , la partie mathématique de la technique pour réaliser une tâche relevant de DI est validée à partir d'une validation expérimentale (en laboratoire) de la technique

entière (c'est ce que faisait Heaviside dans les premiers temps de développement de sa technique).

- Dans le monde professionnel, la technique impliquant une partie mathématique est effectivement et explicitement validée par des utilisations en situation professionnelle.

Toutefois ces considérations qui pourraient être pertinentes pour des professions de niveaux de technicité inférieurs, nous semblent ici peu opérationnelles.

Par contre, nous signalerons dans le cours de l'analyse l'apparition d'éléments de validation par référence à P(DIg), P(DIs) ou Ip du modèle mathématique utilisé. En effet la validité d'une technique dans DI intégrant une technique mathématique suppose que soient vérifiées les hypothèses des théorèmes qui valident la technique mathématique.

Par ailleurs, nous mettrons également en avant l'existence d'éléments de description et d'explication de la technique (fonctions 1 et 5 de la technologie  $\theta^p$ ) relevant des P(DI) ou de Ip.

Il s'agit en quelque sorte d'une sur-validation liée à une institution utilisatrice, P(DI) ou de Ip : la technique étant connue comme validée par P(M), certains éléments technologiques, destinés particulièrement au public des utilisateurs, reformulent, interprètent la technique et/ou la complètent en référence au sens en contexte. Par exemple, dans le premier cours analysé, la linéarité est définie en utilisant les termes cause et effet : « L'effet de la somme de plusieurs causes est égal à la somme des effets agissant séparément ».

Considérons maintenant le second point, c'est-à-dire celui du travail de la technique mathématique. Nous distinguons 4 types de tâches, ce qui complète les éléments relatifs à la résolution mathématique des tâches introduits précédemment. Cette nouvelle échelle nous permet de situer les choix de l'enseignement relativement aux institutions P(DI) et Ip. La numérotation se comprend cette fois dans le sens suivant : plus l'indice est élevé, plus la proximité à Ip (monde professionnel) est grande :

- **T0** : Des tâches strictement et exclusivement mathématiques.
- **T1** : Des tâches génériques relevant d'une discipline intermédiaire de fort niveau de généralité, donc de décontextualisation notamment par rapport à Ip.
- **T2** : Des tâches plus spécifiques qui peuvent être considérées comme des modélisations ou représentations de situations professionnelles, mais néanmoins avec un certain degré de généralité.
- **T3** : Des tâches contextualisées, éventuellement de nature professionnelle, dont la gestion est à la charge des étudiants.

Il semble possible de reprendre ici le vocabulaire introduit pour la validation : Ip est convoquée par les tâches de niveau T3, invoquée par celles de niveau T2, évoquées par celles de niveau T1 et ignorée dans le dernier cas. Au niveau T1, c'est l'institution P(DIg) correspondant à une discipline intermédiaire générique comme l'automatique qui est

convoquée alors que le niveau T2 convoque des Disciplines Intermédiaires plus spécialisées P(DIs).

Prendre en compte la nature des tâches dans lesquelles est utilisée une praxéologie mathématique nous permet d'explorer les élaborations technologiques liées à l'emploi de la technique mathématique considérée, c'est-à-dire aux fonctions de motivation et d'évaluation dont nous postulons qu'elles sont très variables suivant l'institution dans laquelle se déroulent les utilisations. Cet aspect de l'analyse nous conduira à nous intéresser particulièrement à l'introduction des cours examinés ainsi qu'aux exemples d'applications qu'ils proposent.

Les niveaux de référence, le modèle élargi et les niveaux de proximité à P(M) et Ip, vont nous permettre de déterminer sous quelle forme les praxéologies mathématiques sont transposées et adaptées aux contraintes de cet enseignement.

Les notions analysées en termes des niveaux de référence à P(M) et Ip des trois cours sont ensuite présentées sous forme de tableaux, de la manière suivante :

COURS 1		
Eléments analysés	Distance à P(M)	Distance à P(DI) et Ip
Transformée de Laplace	Niveaux de validation (V3, V2, V1, V0)	Types de tâches (T3, T2, T1, T0)
Fonction de transfert		
Etude des réponses	Mise en œuvre (MO 2, MO 1, MO 0)	

Tableau 9. Tableau type de l'analyse de cours.

Dans la première colonne apparaissent les éléments analysés (transformée de Laplace, fonction de transfert, etc.). Dans la deuxième colonne et afin de mesurer la distance à P(M) de ces éléments, apparaissent les niveaux de validation (V3, V2, V1, V0) et de mise en œuvre des techniques mathématiques qui interviennent (MO 2, MO 1 et MO 0). Finalement, dans la troisième colonne, ce sont les types de tâches qui vont mettre en évidence la distance à P(DI) et Ip des éléments analysés.

Ces tableaux nous permettront de comparer les cours localement et globalement, de rendre également compte des contraintes imposées par l'institution de formation dans laquelle chacun a été élaboré, autrement dit, de traduire les tensions entre théorie et pratique en niveaux de références aux mathématiques et à la profession pour chaque cours.

#### IV Analyse de cours d'automatique E(DIg)

Nous présentons dans cette partie l'analyse des trois cours qui, comme on peut le supposer, présentent des différences telles que contenu et longueur, mais nous retrouvons les mêmes composantes essentielles dans chacun des cours :

- 1) Introduction du cours
- 2) Notion de linéarité
- 3) Transformée de Laplace



- a. Introduction à la transformée de Laplace
- b. Définition de la transformée de Laplace
- c. Propriétés fondamentales
- d. Transformées usuelles
- 4) Fonction de transfert
- 5) Exemples

Dans la suite, nous étudions d'abord séparément les trois cours. Pour chacun d'entre eux, nous examinons, successivement les différentes composantes mentionnées ci-dessus, ces analyses étant finalement reprises dans une synthèse.

## IV.1 Analyse du cours 1

Cours 1. Introduction à l'automatique des systèmes linéaires.

Ce cours est conçu et donné au sein de l'IUP, niveau L3, dans la formation GSI (Génie des Systèmes Industriels), option aéronautique. Les connaissances mathématiques pré-requises pour ce cours sont les suivantes : nombres complexes, dérivation, intégration, transformée de Laplace, calcul matriciel. Ce cours est un document de seize pages, le plus court parmi les trois analysés, il porte sur cinq chapitres qui sont :

1. Définitions générales ;
2. Régime permanent et régime transitoire ;
3. Transformée de Laplace ;
4. Fonction de Transfert ;
5. Systèmes du 1<sup>er</sup> ordre.

On notera que la Transformée de Laplace est mentionnée comme un pré-requis de cet enseignement et le cours est conçu sous cette hypothèse.

Ce document est un complément au cours donné aux étudiants, ce qui explique qu'il soit relativement court, nous n'avons pas eu accès au discours oral produit en cours.

### IV.1.1 L'introduction du cours

Le cours 1 est introduit en invoquant très fortement les mathématiques puisque l'automatique est présentée comme un ensemble de théories mathématiques :

« L'automatique est un ensemble de théories mathématiques et une technique de raisonnement qui concernent la prise et l'application de décisions. » (p. 1)

C'est la fonction de validation qui intervient ici, les praxéologies intervenant dans ce cours sont présentées comme validées par P(M). La motivation du cours est, quant à elle, décrite de la manière suivante, qui met l'accent sur la généralité des techniques élaborées sur la base de ces théories mathématiques :

« Cette technique ou science peut être appliquée à n'importe quel système, c'est-à-dire à n'importe quel ensemble d'éléments interconnectés ». (p. 1)

L'automatique est donc décrite à la fois comme une science et une technique. Plus exactement, nous dirions que l'automatique est un ensemble de praxéologies (ou une praxéologie), validées par des théories mathématiques (composante  $\theta^{\text{th}} - \Theta$ ) et de champ d'applications extrêmement vaste (« elles s'appliquent à n'importe quel système » : cet énoncé relevant de  $\theta^{\text{p}}$  concerne la motivation et l'évaluation de la ou des techniques considérées). Le cours introduit donc son objet par une évaluation doublement positive, du fait de sa forme scientifique de validation et de l'étendue de son champ d'utilisation. Rappelons que d'Ocagne avait déjà souligné ce rôle des mathématiques mais, cette fois, dans un sens négatif lorsqu'il évoquait la résistance des matériaux qui, selon lui, ne pouvait pas être considérée comme une science parce qu'elle n'était pas suffisamment mathématisée et ne faisait pas intervenir de mathématiques assez complexes. (cf. chapitre I, p.14)

On notera que les références concrètes apparaissant dans l'introduction, sont faites à partir de deux exemples portant sur le chauffage d'une maison illustrant la régulation de systèmes mono-entrée, mono-sortie et de systèmes multi-entrées, multi-sorties. Ces exemples très concrets, renvoient à un contexte professionnel spécialisé mais ils sont très généraux, les données ne permettraient pas de les traiter et d'ailleurs dans le cadre du polycopié, ils ne seront pas repris. Il s'agit de motiver le cours en évoquant des problématiques professionnelles, sans plus.

#### IV.1.2 Notion de linéarité

Dans ce cours, la linéarité est présentée comme un concept physique.

« Définition de la linéarité physique

1<sup>ère</sup> condition :

L'effet est proportionnel à la cause

Si  $u(t)$  engendre un effet  $y(t)$

Alors  $k.u(t)$  engendre un effet  $k.y(t)$

2<sup>ème</sup> condition :

L'effet de la somme de plusieurs causes est égal à la somme des effets agissant séparément :

si  $u_1(t)$  engendre un effet  $y_1(t)$

si  $u_2(t)$  engendre un effet  $y_2(t)$

Alors  $k_1 u_1(t) + k_2 u_2(t)$  engendre un effet  $k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t)$

3<sup>ème</sup> condition :

Invariance temporelle :

si  $u(t)$  engendre un effet  $y(t)$

alors  $u(t + \tau)$  engendre un effet  $y(t + \tau)$  » (p. 2)

La linéarité est mathématiquement définie comme la stabilité vis-à-vis de la multiplication par un scalaire et de l'addition ou, de façon équivalente, vis-à-vis des combinaisons linéaires. On notera que, bizarrement, la combinaison usuelle de ces deux conditions dans une seule écriture, celles des combinaisons linéaires, est ici présentée comme la stabilité par addition. On notera également que, si les notations sont mathématiques, le

langage qui les accompagne n'est pas mathématique mais relève du domaine de la physique ou des disciplines intermédiaires. Ce ne sont pas des conditions de stabilité vis-à-vis des opérations qui sont énoncées mais la façon dont ces invariances s'expriment dans le contexte concerné. La linéarité est ainsi associée à des références concrètes cause-effet, faisant intervenir les constituants des systèmes étudiés : une fonction d'entrée  $u(t)$ , un processus (exprimé par une fonction reliant  $u(t)$  à  $y(t)$ ) et une fonction de sortie  $y(t)$ . L'entrée est alors vue comme la cause, la sortie comme l'effet et la linéarité exprime des propriétés particulières de cette relation cause-effet.

Ceci explique peut-être pourquoi la troisième condition qui correspond à l'invariance temporelle et relève elle aussi de relations entrée-sortie mais non de la linéarité dans le sens mathématique, est amalgamée dans ce cours aux conditions de linéarité. Précisons que ce n'est pas le cas dans les autres cours. Par exemple, dans le cours 3, l'invariance est définie dans un paragraphe spécial, après la linéarité, de la manière suivante :

« Un **système** est dit **invariant** si la réponse du système à un signal  $x(t)$  différé d'un temps  $\tau$  est la même que la réponse  $y(t)$  du système différé de  $\tau$ . » (p.3)

cette définition étant accompagnée de la figure suivante :

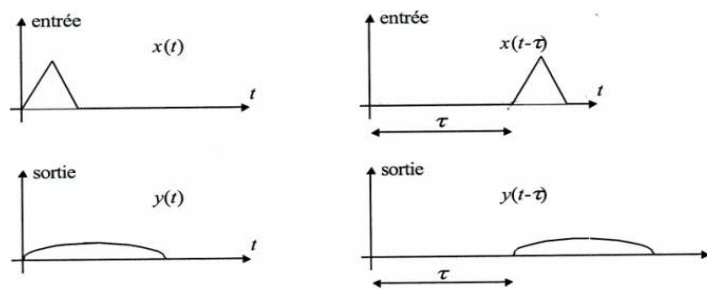


Figure 79. Systèmes invariants.

En ce qui concerne le cours 1, après la définition de la linéarité, on trouve l'affirmation suivante :

« Un système physique linéaire verra donc son comportement décrit par une équation intégrale-différentielle à coefficients constants. » (p. 2)

qui ne fait l'objet d'aucune justification. Le cours va ensuite présenter les équations différentielles associées à un certain nombre de systèmes types. On peut alors faire l'hypothèse que P(M) est invoqué comme aval épistémologique : le terme équation intégrale-différentielle sert à étiqueter un objet mathématique et ce qui reste à justifier et à produire par l'automatique est l'adaptation des techniques mathématiques de traitement de cet objet.

La linéarité des systèmes à modéliser est fondamentale pour cette adaptation, il est donc nécessaire de déterminer les intervalles sur lequel ces systèmes peuvent être considérés comme linéaires et donc d'identifier les limites à la linéarité. Dans le cours, ces limites sont ainsi énoncées :

« Les principales limites sont vers :

- les valeurs élevées de l'amplitude de la grandeur d'entrée (saturation)
- les valeurs faibles de l'amplitude de la grandeur d'entrée (bruits de fond, frottements...) » (p.2)

Elles sont accompagnées par ce graphe (figure 80) :

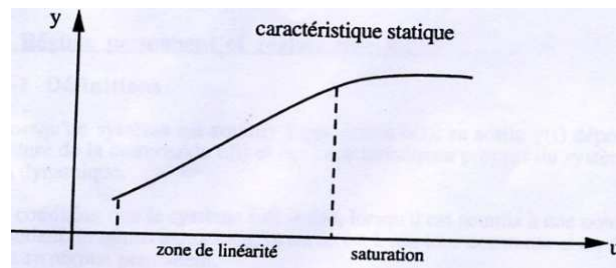


Figure 80. Caractéristique statique.

Les limites de la linéarité sont donc d'abord exprimées dans le langage de disciplines intermédiaires, en référence à des phénomènes concrets (saturation, bruits, frottement, etc.), donc en référence à  $P(DI)$  ou  $I_p$ . Cette référence principale à  $P(DI)$  est doublée d'une visualisation à caractère mathématique via la donnée d'un graphe montrant le caractère affine de la relation entre fonctions d'entrée et la sortie sur une certaine plage.

C'est donc, nous semble-t-il, à travers le rapport à la pratique et aux DI que ce cours essaie en priorité de construire le sens et le contrôle des praxéologies mises en place, même si l'automatique est présentée comme une théorie mathématique et les références mathématiques nullement absentes.

#### IV.1.3 La transformée de Laplace

La transformée de Laplace est une notion clé dans l'enseignement de l'automatique et, dans ce cours, le chapitre 3 est consacré à cette notion. Pour l'analyser, nous considérons l'introduction, la définition, les propriétés fondamentales et les transformées usuelles.

La transformée de Laplace est motivée (fonction 2  $\theta^p$ ) dans le cours 1 par son utilité dans la résolution des équations différentielles. C'est donc une motivation pratique qui s'exprime là, mais plutôt à l'intérieur des mathématiques elles-mêmes comme le montre la citation suivante, si on compare avec les formulations analysées précédemment :

« La transformée de Laplace sert à l'étude du comportement des systèmes dynamiques décrits par des équations différentielles linéaires. Elle remplace l'intégration d'une équation différentielle par l'étude d'une équation algébrique » (p.6)

On retrouve exactement le même style de motivation au niveau d'une Discipline Intermédiaire (Electricité), dans les travaux d'Heaviside dont la question ombilicale était la résolution d'un circuit électrique.

Une définition mathématique suit cette introduction.

##### a) Définition

« Application biunivoque de l'ensemble des fonctions du temps, nulles avant l'instant  $t=0$  ; dans l'ensemble de fonctions d'une variable complexe  $p$  (variable de Laplace notée aussi  $s$ ) définie par :

$$L(f(t)) = F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot f(t) dt \gg (p.6)$$

D'un point de vue mathématique, cette définition est cependant approximative. Elle semble considérer que l'existence de l'intégrale ainsi que celle de la transformée inverse sont assurées dans l'espace vectoriel des fonctions à support dans  $\mathbb{R}^+$ , ce qui n'est pas le cas. Notons toutefois que la non convergence de l'intégrale ne pose pas de problèmes dans le cas de l'exploitation faite de cette notion en automatique, dans la mesure où la transformée de Laplace est bien définie pour toutes les fonctions utilisées dans les contextes concrets.

On peut donc considérer la définition donnée comme une adaptation de celle de P(M), utilisant le symbolisme mathématique usuel, mais visant avant tout son exploitation pratique et évitant de ce fait d'aborder les questions de fondement. Les questions d'existence de la transformée de Laplace et de sa réciproque ne font d'ailleurs l'objet d'aucun commentaire dans ce cours. Nous dirons que sur le plan de la validation, P(M) est ici ignorée (niveau V0). L'auteur aurait pu soulever explicitement la question de l'existence et faire référence aux limites de conditions d'utilisation de l'automatique P(DIg) (fonctions spécifiques de signal) en invoquant ou pas l'existence des preuves mathématiques d'existence dans ces cas particuliers. C'est implicitement cette option qui guidera la suite du cours (partie c Transformées usuelles ; chapitre Systèmes du premier ordre)

#### b) Propriétés fondamentales

Dans ce cours, six propriétés dites fondamentales sont présentées, la deuxième étant soulignée comme la plus utile : « En automatique, c'est essentiellement la transformée de la dérivée qui nous servira » (p.6)

« linéarité	$L(a_1 \cdot f_1(t) + a_2 \cdot f_2(t)) = a_1 F_1(p) + a_2 F_2(p)$
transformée de la dérivée	$L\left(\frac{df(t)}{dt}\right) = p \cdot F(p) - f(0+)$
théorème de la valeur finale	$f(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0+} p \cdot F(p)$
théorème de la valeur initiale	$f(0+) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot F(p)$
théorème du retard	$L(f(t - t_1)) = e^{-pt_1} \cdot F(p)$
changement d'échelle	$L(f(at)) = \frac{1}{a} \cdot F\left(\frac{p}{a}\right) \gg (p.6)$

Ce sont les propriétés usuelles, essentielles au calcul des transformées de Laplace, que l'on s'attend à trouver dans tout enseignement de ce type. On peut considérer ces énoncés comme une technologie de nature théorique, associée à la technique. On notera l'emploi du mot théorème évoquant encore une fois P(M) pour justifier et valider, mais aucune des propriétés n'est en fait démontrée (V1). On peut remarquer que les titres utilisés se situent dans une perspective appliquée à DI (retard, échelle...)

Le cours se poursuit avec la présentation de transformées usuelles utilisées en automatique.

## c) Transformées usuelles

Les transformées usuelles sont présentées sous forme de tableau :

$f(t)$	$F(p)$	$f(t)$	$F(p)$
Echelon unitaire 1	$\frac{1}{p}$	$t.e^{-at}$	$\frac{1}{(p+a)^2}$
rampe $t$	$\frac{1}{p^2}$	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
impulsion $\delta(t)$	1	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{p^n}$

Tableau 10. Transformées usuelles (Cours 1).

Il est précisé que les démonstrations pour les principales fonctions d'entrée seront faites dans le cours oral. P(M) est donc convoquée explicitement cette fois (V3) – nous ignorons à quel niveau de mise en œuvre se situent les démonstrations présentées- mais en même temps les exemples choisis montrent une référence très concrète à l'automatique (échelon unitaire, rampe  $t$  et impulsion  $\delta(t)$ ). L'effort de justification mathématique nous semble limité aux contextes d'usages dans P(DI)-E(DI) et Ip.

On notera que la notion d'impulsion qui correspond à la Distribution delta de Dirac n'est pas explicitement définie. Mais on peut supposer que ce n'est pas une notion naturelle pour les étudiants.

On passe ensuite à la fonction de transfert.

#### IV.1.4 Fonction de transfert

La fonction de transfert est introduite en mentionnant que les systèmes physiques sont modélisés par des équations différentielles d'ordre  $n$ . Ce niveau de généralisation peut être considéré comme une référence forte à P(M).

« b) Fonction de transfert

Si on applique la transformée de Laplace à l'équation différentielle, en supposant que les conditions initiales sont nulles, la fraction rationnelle liant la sortie  $Y(p)$  à l'entrée  $U(p)$  est la fonction de transfert du système.

$$L\left(\frac{dy}{dt}\right) = p.Y(p) \Rightarrow L\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) = p^2.Y(p) \Rightarrow \dots \Rightarrow L\left(\frac{d^ny}{dt^n}\right) = p^n.Y(p)$$

$$\Rightarrow b_n p^n Y(p) + \dots + b_1 p Y(p) + b_0 Y(p) = a_m p^m U(p) + \dots + a_1 p U(p) + a_0 U(p)$$

$$Y(p) = H(p).U(p) = \frac{a_m \cdot p^m + \dots + a_1 p + a_0}{b_n \cdot p^n + \dots + b_1 p + b_0} \cdot U(p) \gg (\text{pp. 7-8})$$

Cette fonction exprime la relation entre les transformées de Laplace de la fonction d'entrée et de la fonction de sortie du système. La définition n'est accompagnée ici d'aucun

discours explicatif. Par exemple on se situe dans le cas où les conditions initiales sont nulles sans expliquer en quoi c'est utile d'une part (absence de motivation), possible d'autre part par rapport aux caractéristiques des systèmes que l'on cherche à étudier (absence de validation).

Après cette définition, on trouve une explicitation des différentes étapes de la technique associée et un premier exemple qui l'illustre, détaillant tous les calculs y compris la décomposition en éléments simples de la fraction rationnelle obtenue.

« Résolution d'une équation différentielle en utilisant la transformée de Laplace :

\*Chercher la fonction de transfert

\*Décomposer en éléments simples la fraction rationnelle,

\*Revenir à l'original en utilisant le tableau des transformées usuelles

Soit un système du premier ordre décrit par une équation différentielle de la forme :

$$T \frac{dy}{dt} + y = k.u$$

Quelle est l'équation de la sortie  $y(t)$  si l'on applique à l'entrée une rampe de la forme  $u = at$  ? (on supposera les conditions initiales nulles)

Fonction de transfert :

$$T.p.Y(p) + Y(p) = k.U(p)$$

$$Y(p) = \frac{k}{1 + pT} . U$$

$$\Rightarrow Y(p) = \frac{k.a}{p^2.(1 + pT)}$$

$$\text{Si } u = at \Rightarrow U(p) = \frac{a}{p^2}$$

Décomposition en éléments simples :

$$\frac{1}{p^2.(1 + pT)} = \frac{A}{p^2} + \frac{B}{p} + \frac{C}{1 + pT}$$

$$A = 1 \quad C = T^2 \quad B = -\frac{C}{T} = -T$$

$$Y(p) = ka \left( \frac{1}{p^2} - \frac{T}{p} + \frac{T^2}{1 + pT} \right) \text{ or } \frac{T^2}{1 + pT} = \frac{T}{\frac{1}{T} + p}$$

Revenons à l'original :  $y(t) = ka.(t - T + T.e^{-t/T})$  » (pp. 8-9)

Notons que l'exemple n'est pas contextualisé, on ne sait pas quel type de système physique est décrit par l'équation différentielle choisie, le but est celui de décrire, de montrer une technique générale de nature mathématique pour trouver la fonction de sortie correspondant à une fonction d'entrée donnée. Il est mentionné que la technique sera appliquée à d'autres fonctions d'entrée, échelon, impulsion et sinusoïde, c'est-à-dire les fonctions d'entrée basiques en automatique mais on reste pour l'instant dans le champ d'un

calcul purement mathématique, c'est-à-dire d'une tâche relevant du niveau T0 que nous avons introduit. Cette partie est suivie d'une courte liste d'exercices qui sont tous de type T0 (résoudre une équation différentielle, décomposer en éléments simples et résoudre une équation intégrale, ce qui demande une adaptation de la technique de résolution des équations différentielles).

Dans le chapitre suivant intitulé, « Systèmes de premier ordre », la technique est étendue : non seulement, il faut trouver les fonctions de sortie, désignées maintenant comme « réponses transitoires », mais il faut aussi les interpréter. Les « réponses transitoires » aux fonctions d'entrée échelon unitaire, rampe et impulsion représentent théoriquement différentes transitions du comportement d'un système. Elles sont présentées dans ce chapitre en considérant le même système que dans l'exemple précédent, modélisé par l'équation :

$$T \frac{dy}{dt} + y = k.u$$

Cette étape semble faire une transition vers le contexte d'utilisation de la technique mais on en restera au niveau T1 de tâches génériques, sans référence à des situations précises qui pourraient évoquer Ip. Nous analysons dans ce qui suit la présentation des trois réponses transitoires mentionnées plus haut. Les techniques permettent d'aboutir aux graphes de réponses de sortie, ce travail est pris en charge par le logiciel (Matlab dans le projet 3) lorsque le système est sous forme de « schéma bloc ». Cependant, connaître ces graphes et ce qu'ils représentent est une dimension du travail sur le logiciel à laquelle sont associés des éléments technologiques spécifiques.

#### IV.1.5 Etude de réponses

##### a) Réponse à un échelon unitaire

La réponse à un échelon unitaire (figure 82) est définie comme « la fonction  $y(t)$  qui correspond à un changement de régime permanent », c'est-à-dire que la réponse à cette fonction modélise le passage entre deux régimes permanents. Pour cette réponse, le graphe de la fonction échelon est présenté (figure 81) ; tous les gestes de la technique montrée dans la section précédente sont ensuite développés, avec une fois de plus le détail de la décomposition en éléments simples. Le graphe de la fonction  $y(t)$  est présenté (figure 82) accompagné de la description suivante : « La réponse est une exponentielle asymptote au nouveau régime permanent ».

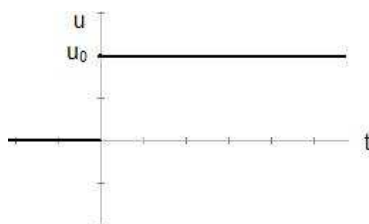


Figure 81. Fonction échelon unitaire.

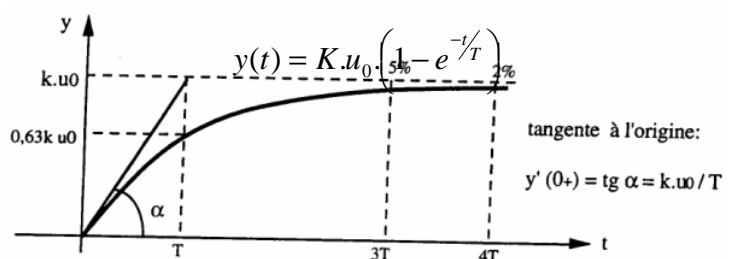


Figure 82. Réponse à un échelon unitaire.



Il s'agit ici dans un premier temps d'une résolution mathématique même si la fonction  $ku_0$  n'est pas désignée comme une fonction constante mais comme le nouveau régime permanent. Après le graphe de la figure 4, on aborde une question relevant du niveau T1, dans le champ de la Discipline Intermédiaire générique qu'est l'automatique, en s'intéressant au temps nécessaire pour que le nouveau régime permanent soit atteint.

Si l'on demeure dans le cadre strictement mathématique, la résolution mathématique conduit à un temps infini puisque vue l'expression de  $y(t)$  ceci impose  $e^{-t/T} = 0$  ce qui n'est pas possible. Pratiquement, on choisit donc de définir le temps de réponse comme celui qui est nécessaire pour que  $y(t)$  atteigne  $0,95ku_0$  :

« Le régime transitoire étant exponentiel, ce n'est théoriquement qu'au bout d'un temps infini que le système atteint son régime définitif.

On considère pour chiffrer la rapidité de réponse du système, le temps de réponse à 5% : temps au bout duquel le système atteint son régime défini à 5% près et à partir duquel il ne s'écarte pas de plus de 5%. » (p.11)

Le traitement mathématique de cette question consisterait à résoudre l'équation  $\exp(-t/T) = 0,05$ , voire même plutôt l'inéquation  $\exp(-t/T) < 0,05$ . Cette technique est évidemment accessible à ce niveau de scolarité. Ce n'est pas ce qui est proposé dans ce cours qui procède par essais successifs à partir des valeurs de  $y$  pour des multiples entiers de  $T$  qui donnent des calculs très simplifiés. Ceux-ci sont présentés sous forme arrondie à deux décimales et sans utiliser l'ostensif « à peu près égal » :

$$y(T) = k.u_0.(1 - e^{-1}) = 0,63ku_0$$

$$y(3T) = k.u_0.(1 - e^{-3}) = 0,95ku_0$$

$$y(4T) = k.u_0.(1 - e^{-4}) = 0,98ku_0$$

Le fait que l'inégalité recherchée reste valide pour des valeurs supérieures à  $3T$  n'est pas considéré explicitement ni a fortiori justifié.

On voit particulièrement bien là, nous semble-t-il, le jeu entre les institutions de référence. P(M) est d'abord convoquée pour valider et mettre en œuvre la technique mathématique (résolution par transformation de Laplace), puis on change d'institution de référence pour l'exploitation du produit de cette technique avec, à ce moment, une résolution que nous considérons au niveau 1 de mise en œuvre (MO 1) pour mettre en avant l'élément suivant : la technique proposée n'utilise pas le potentiel mathématique disponible (ici la fonction logarithme népérien) et se rabat sur une approche très élémentaire (mais on pourrait également situer cette résolution au niveau MO 0 du fait qu'elle interprète sans justification une égalité en un point comme une inégalité sur un intervalle). Par ailleurs, seule la référence au contexte de P(DI), voire celui de Ip, peut valider le choix du seuil 0,95.

#### *b) Réponse à une rampe ou échelon vitesse*

Cette réponse est présentée de manière plus synthétique que la précédente, la technique pour déterminer  $y(t)$  a été présentée dans la section précédente, ici c'est l'analyse de la

réponse qui est faite. La courbe de la réponse  $y(t) = ka.(t - T + T.e^{-t/T})$  et celle de la fonction affine  $y_1(t) = k.a.t$  sont représentées dans le même graphe (figure 83), cela afin de montrer visuellement que la réponse à une rampe  $y(t)$  correspond à un retard du système par rapport à un échelon vitesse  $y_1(t)$  (une vitesse constante).

$$\ll y(t) = ka.(t - T + T.e^{-t/T})$$

Erreur dynamique

$$e(t) = k.u(t) - y(t) \\ = k.a.T.(1 - e^{-t/T}) \gg (p.12)$$

lorsque  $t \rightarrow \infty$  ce terme tend vers l'écart permanent :  $\varepsilon = k.a.T$  »

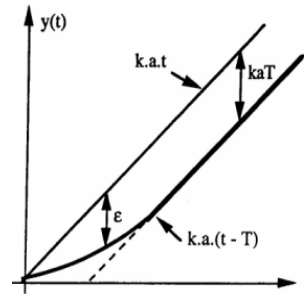


Figure 83. Réponse à une rampe.

La technique pour calculer le retard consiste à déterminer l'écart, appelé « erreur dynamique », entre l'échelon vitesse  $y_1(t)$  et la réponse du système  $y(t)$ . Cette erreur est égale à :  $e(t) = k.a.T.(1 - e^{-t/T})$  et ce qui est visé est « l'écart permanent » c'est-à-dire la limite de  $e(t)$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ , soit  $\varepsilon = k.a.T$ . A la différence de l'exemple précédent, ici on ne s'intéresse pas à la détermination du seuil à partir duquel l'erreur dynamique est considérée comme égale à  $k.a.T$ , mais à l'écart résultant pour le régime permanent visualisé par le segment de droite entre  $y(t)$  et  $y_1(t)$  (figure 83).

Cet exemple est souligné comme paradigmatique : « On voit ici un exemple d'erreur systématique en dynamique, quelles que soient les qualités du système en régime statique ».

Comme dans le cas précédent, la réponse obtenue grâce à la mise en œuvre d'une technique mathématique est interprétée et généralisée par rapport au contexte de l'automatique.

### c) Réponse impulsionnelle

La réponse impulsionnelle est la fonction de sortie correspondant à une impulsion  $\delta(t)$  comme fonction d'entrée. Nous reproduisons la présentation faite dans le cours, ci-dessous :

$$\ll \text{Soit } u(t) = \delta(t) \Rightarrow U(s) = 1$$

$$Y(s) = H(s) = \frac{k}{1 + sT}$$

La réponse impulsionnelle  $h(t)$  est

$$\text{donc l'original de } H(s) \quad h(t) = \frac{k}{T} e^{-t/T} \gg$$

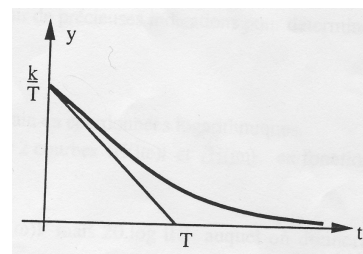


Figure 84. Réponse impulsionnelle.

De la même manière que dans les deux autres cas, la technique mathématique pour trouver la fonction de sortie  $h(t)$  est mise en place et le graphe associé est présenté (figure 6), mais ici aucune contextualisation de la réponse n'est proposée. On ne sait pas quelle est la transition modélisée par cette réponse ni ce qui est représenté par  $k/T$ . La tâche pourrait

donc quasiment être identifiée au type T0, n'était le contexte global lié à la notion de fonction impulsion.

Après la présentation des « réponses transitoires », « l'excitation harmonique » est abordée, elle correspond à une fonction d'entrée sinusoïdale de la forme  $u(t) = a \cdot \sin \omega t$ . L'analyse de cette réponse fait intervenir les abaques de Bode et de Nyquist, mais notre analyse ne portera pas sur cette fonction.

#### IV.1.6 Synthèse du cours 1

La présentation du cours est minimaliste dans le sens où les éléments sont présentés avec des justifications et des explications succinctes ; ceci est sans doute lié au fait que ce texte photocopié est complété en séances par les interventions du professeur.

Concernant la mise en place de la technique de résolution des équations différentielles par la transformée de Laplace et des éléments de savoirs technologiques qui la valident, il y a une référence indéniable à l'institution P(M) dont on peut considérer qu'elle est au minimum constamment évoquée comme arrière-plan, avec des émergences au niveau convocation pour certains résultats qui sont effectivement démontrés. Cependant la référence est parfois beaucoup plus relâchée ; certaines propriétés ne sont pas démontrées et nous avons même relevé un épisode au cours duquel nous considérons que les exigences de P(M) sont ignorées. Le cours choisit en fait de ne pas du tout problématiser explicitement l'existence de la transformée de Laplace et de la transformée inverse. Par contre, ces questions non posées, reçoivent de fait une réponse au cas par cas pour chacune des fonctions utilisées dans P(DIg) où DIg est ici l'automatique, qui constitue donc à ce moment une référence très forte. Les traitements mathématiques liés à la détermination de la transformée et à l'inversion se situent alors au niveau Convocation de P(M). Nous avons également remarqué que certaines des propriétés mathématiques considérées étaient exprimées dans des termes non mathématiques, relevant plutôt de la physique ou des Disciplines intermédiaires (cas de la linéarité). Par contre, on ne note aucune référence explicite aux disciplines intermédiaires pour attester en contexte de la validité des hypothèses des résultats mathématiques utilisés.

Concernant le travail de la technique de résolution des équations différentielles par transformée de Laplace, **les tâches traitées se situent très clairement en référence à l'automatique**. Les résultats obtenus grâce à la technique mathématique enseignée, utilisée selon les normes mathématiques (niveau 3 de mise en oeuvre), sont interprétés dans le contexte générique de l'automatique. Par contre, nous ne trouvons aucun exemple concret qui puisse faire référence à une Discipline Intermédiaire spécialisée ou à des situations professionnelles, telles que celles que les étudiants rencontrent dans les projets : si l'on excepte les deux exemples relatifs au chauffage d'une maison et de deux appartements présentés en introduction et non repris dans la suite comme occasion d'appliquer les techniques enseignées, les tâches se situent au niveau T0 et surtout T1. **E(DIg) se maintient donc à une distance importante de la profession Ip.**

Le niveau de décontextualisation élevé des tâches, sans applications numériques liées à un contexte précis, nous semble à mettre en relation avec l'absence de références à des logiciels disponibles.

Les phases d'interprétation donnent lieu à l'apparition de nouvelles tâches mathématiques, naturalisées dans P(DI<sub>g</sub>) et dont le traitement peut se situer aux niveaux 1, voire 0, de mise en œuvre. On constate que des techniques mathématiques connues depuis le secondaire par les étudiants sont institutionnellement ignorées et remplacées par des techniques plus frustrées, notamment calculatoires, que l'usage de tableur semble rendre prédominantes. Cela pourrait être un élément d'explication de la technique utilisée par les étudiants dans le projet 1. Pour traiter leur problème d'optimisation, ils dressent un tableau de valeurs, alors que des savoirs liés à la dérivation, voire même dans leur cas à la linéarité, produisent beaucoup plus efficacement le résultat, comme on l'a vu dans la méthode proposée par l'expert. On notera donc une véritable prise de distance avec P(M) dont les techniques efficaces sont négligées pour les tâches routinières pour lesquelles semblent préférées des techniques plus génériques, instrumentées par des moyens informatiques.

## IV.2 Analyse du cours 2

### Cours 2. Cours d'automatique : les asservissements continus

Ce cours est une ressource en ligne offerte sur le plateforme officielle des IUT, et il est conçu pour la formation GEII (Génie Electrique et Informatique Industrielle). A la différence du précédent, il a une forte orientation vers la pratique, ce qui est cohérent avec les objectifs de la formation de techniciens supérieurs (2 ans d'étude après le baccalauréat) qui est la mission des IUT. Ce cours comporte sept chapitres :

0. Généralités ;
1. Transformation de Laplace ;
2. Réponse Temporelle des Systèmes Linéaires ;
3. Réponse Fréquentielle ou Harmonique de systèmes linéaires ;
4. Représentations des fonctions de transfert ;
5. Systèmes bouclés ;
6. Amélioration des performances –Correcteurs PI, PD, PDI, PIR spécifique.

Le document du cours comporte 85 pages, le chapitre 0 introduit le cours à partir de la notion d'asservissement de systèmes. Le chapitre suivant, occupant 11 pages, est consacré à la transformée de Laplace et à la définition de la notion de fonction de transfert, laquelle est contextualisée à partir de six éléments dits « éléments simples ». Dans le chapitre 2, ces deux notions sont fondamentales pour l'étude des réponses temporelles : impulsionnelle, indicielle et rampe. Le chapitre 3 porte sur les réponses fréquentielles et harmoniques, ayant comme fonction d'entrée la fonction sinus : dans ce chapitre sont présentés les abaque dits lieux de Nyquist, Black et Bode ainsi que les lieux de transfert du second ordre. Le chapitre 4 aborde les graphes de transfert et la mise en équation de systèmes électriques, mécaniques, hydrauliques et thermiques. Le chapitre 5 est consacré à la présentation de systèmes bouclés. En général, les systèmes modélisés comportent plus d'une boucle. La stabilité de la boucle, la précision des asservissements et la sensibilité aux perturbations sont abordées dans ce cours. Finalement, les correcteurs sont présentés dans le dernier chapitre.

Pour notre analyse nous considérons les trois premiers chapitres.

#### IV.2.1 Introduction du cours

La motivation de ce cours est explicitée dans l'extrait suivant :

« [...] Quant à nous, nous nous intéressons uniquement à la commande des systèmes technologiques. Dans ce cas la science concernée est l'automatique. Nous souhaitons donc gouverner (**asservir**) des grandeurs physiques issues de processus technologiques. Ces grandeurs pourront être électriques (tension, courant, puissance, ...), mécanique (force, vitesse, position, couple...), thermiques (température, gradient,...), hydrauliques (pression, débit, niveau,...), optiques (éclairage, exposition...) chimiques (concentration,...). Toute grandeur physique issue d'un processus technologique pourra être asservie. Si la mesure de la grandeur physique est continue (valeur instantanée), nous réaliserons un asservissement continu. Si la mesure de la grandeur physique ne se fait qu'à certains instants, nous réaliserons un asservissement échantillonné. Dans les deux cas la finalité est la même. Mais les techniques et

les outils mathématiques sont différents. Ce cours concerne uniquement les **Asservissements continus** » (p.3)

Notons qu'ici, contrairement au cours précédent, ce sont les techniques et non les théories mathématiques qui sont considérées. L'intérêt des techniques mathématiques qui vont être enseignées est motivé en référence aux types de tâches T1 de DIg (l'Automatique) qu'elles vont permettre de traiter. On notera également un effort pour illustrer la diversité des grandeurs concernées, ce qui peut être considéré comme une évocation des disciplines intermédiaires plus spécifiques (électricité, mécanique, thermique, hydraulique, optique, chimique-T2).

Après l'introduction, la définition d'asservissement et un exemple relatif à un asservissement de température (référence à une tâche de type T2 voire T3) sont présentés.

« Asservir  $y(t)$  consiste à essayer d'obtenir  $y(t) = y_e(t)$  où  $y_e(t)$  représente la loi de **consigne** qu'on s'est fixé. [...] L'automaticien doit réaliser l'asservissement pour qu'il fonctionne pour toute loi de consigne dans des limites (en valeurs extrêmes et en vitesse maximale de variation) définies dans le cahier de charges. » (p.3)

On notera que la fonction  $y_e(t)$  appelée ici « loi de consigne », n'apparaît pas comme telle dans le cours précédent et correspond au comportement souhaité du système. La technique d'asservissement doit permettre de rapprocher la fonction de sortie  $y(t)$  de la fonction  $y_e(t)$  souhaitée. Le langage pour exprimer le type de tâches et les références sont ceux du domaine (l'Automatique DI générique), c'est seulement dans la section suivante que l'on parle de modèles mathématiques :

« Supposons connaître un modèle mathématique parfait décrivant le fonctionnement du processus entre la commande  $x(t)$  et la sortie  $y(t)$ . Ce modèle peut être une équation différentielle, une fonction de transfert ou une représentation vecto-matricielle. Il paraît assez simple de déterminer la loi de commande  $x(t)$  permettant d'obtenir  $y(t) = y_e(t)$  [...] Outre que l'hypothèse de départ est utopique (on ne peut pas avoir un modèle mathématique parfait), mais surtout cette commande directe ne pourrait pas donner satisfaction car  $y(t)$  ne dépend pas seulement de  $x(t)$  mais est aussi sensible à d'autres grandeurs qui varient de façon imprévisible et qu'on appelle **perturbations**. » (p.4)

P(M) est évoquée lorsque les équations différentielles, les fonctions de transfert ou la représentation vecto-matricielle sont mentionnées comme modèles, mais la motivation est pratique au niveau de la discipline intermédiaire Automatique puisque l'accent est mis sur la fonctionnalité de ces modèles mathématiques pour réaliser  $y(t)$  égale à  $y_e(t)$ . Cette fonctionnalité n'est pas sous-estimée même s'il est signalé qu'un modèle « parfait » n'existe pas et que par ailleurs, la réalité modélisée, en particulier du fait des perturbations, dépasse une relation directe entre  $x(t)$  et  $y(t)$ . Notons que la notion de fonction de transfert qui n'est pas une notion mathématique, même si elle est hautement mathématisée, est ici amalgamée aux modèles mathématiques. A la fin du chapitre, il est mentionné que les notions présentées seront « reprises mathématiquement » dans le chapitre 5.

Le chapitre suivant est consacré entièrement à la notion de transformée de Laplace.

### IV.2.2 Notion de linéarité

Dans ce cours, la linéarité des systèmes et donc des modèles associés n'est pas mise en évidence. Le concept de linéarité n'est pas redéfini.

### IV.2.3 Transformée de Laplace

La transformée de Laplace est motivée (fonction  $2\theta^p$ ) dans ce cours par la simplification et la généralisation qu'elle permet d'obtenir ainsi que pour sa commodité dans la résolution d'équations différentielles.

« Les intérêts de cette transformation sont : une simplification très importante des solutions mathématiques recherchées et une généralisation facile de certains résultats. [...] Ce monde symbolique (donc irréel) vous paraît une chose très abstraite donc difficile à dominer. Mais très vite vous constaterez que des opérations difficiles à faire dans notre monde réel comme par exemple la résolution d'une équation différentielle devient une opération élémentaire dans ce monde symbolique. » (p.8)

Nous trouvons ici l'idée de différencier explicitement deux niveaux d'abstraction en restant dans P(M). Les équations différentielles constituent un premier niveau d'abstraction, elles sont supposées solidement interprétables par les étudiants en référence à l'automatique et aux DI spécifiques, telles que l'électricité, ce qui autorise à les considérer comme relevant du « monde réel ». La transformée de Laplace constitue un deuxième niveau d'abstraction qui est appelé par analogie « le monde symbolique ».

Cette distinction entre ces deux mondes permet au professeur de prendre en compte dans le texte une difficulté supposée des étudiants (avec lesquels, rappelons-le, il n'a pas d'interactions directes) à faire le passage au monde symbolique. Il motive aussitôt l'entrée dans ce monde par l'efficacité des techniques mathématiques qu'il permet de produire.

#### a) Définition

La définition mathématique de la transformée de Laplace est introduite par une explication qui fait intervenir explicitement les deux niveaux d'abstraction dans le langage du cours opposant « monde symbolique » et « monde réel ».

« A toute fonction  $f(t)$  dans notre monde réel correspondra une fonction  $F(p)$  dans le monde symbolique. Cette fonction sera appelée : *image* de  $f(t)$ . Inversement  $f(t)$  sera appelée *originale* de  $F(p)$ . Ce passage du monde réel au monde symbolique est défini par la transformée de Laplace suivante :

$$L[f(t)] = F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot f(t) \cdot dt = \text{image de } f(t) \gg (1)$$

La définition est donnée en utilisant le symbolisme mathématique usuel. Cependant, comme dans le cours précédent, ni l'existence de la transformée, ni celle de la transformée inverse ne sont problématisées (V0 : P(M) ignorée). Au mieux, on peut penser que la validation de l'existence est implicitement attribuée à P(DIg).

La définition donnée est immédiatement contextualisée :

« Une tension  $v(t)$  dans le monde réel deviendra  $V(P)$  dans le monde symbolique

Un débit  $q(t)$  deviendra  $Q(P)$

Une vitesse angulaire  $w(t)$  deviendra  $\Omega(P)$  » (p.8)

On notera que les exemples proposés, la tension, le débit et la vitesse angulaire, relèvent de disciplines intermédiaires spécifiques (électricité, hydraulique, mécanique). Les grandeurs physiques sont identifiées de manière naturelle comme des fonctions du temps. Ainsi le monde réel dont il est question renvoie aux modèles mathématiques des grandeurs en jeu dans les DI. La transformée semble se situer à un deuxième niveau d'abstraction, on pourra symboliser ce passage par : tension  $\rightarrow v(t) \rightarrow V(P)$ .

On peut donc considérer qu'il y a une certaine évocation de disciplines intermédiaires spécialisés et à travers d'elles de la profession Ip.

### b) Propriétés fondamentales

Les propriétés de la transformée sont introduites en mentionnant qu'elles doivent être connues parce qu'elles vont permettre de calculer les transformées des fonctions sans revenir à la définition. On retrouve le souci de motiver les éléments de savoir introduits dans une perspective de mise en œuvre technique. Le cours présente huit propriétés :

1.  $L[f_1(t) + f_2(t) + f_3(t)] = F_1(p) + F_2(p) + F_3(p)$
2.  $L[k.f(t)] = k.F(p)$
3.  $L[f(t - T)] = e^{-pt}.F(p)$
4.  $L[f(t)e^{-at}] = F(p + a)$
5.  $L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF(p)$  avec  $f(0) = 0$
6.  $L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = p^n F(p)$
7.  $L\left[\int f(t) dt\right] = \frac{F(p)}{p}$
8.  $\lim_{t \rightarrow \infty} [f(t)] = \lim_{p \rightarrow 0} [pF(p)]$

Notons que la propriété 5 est un cas particulier de la propriété 6. Toutes les propriétés sont effectivement démontrées. On constate donc que P(M) est convoquée pour la validation (V3).

Nous allons d'abord analyser les démonstrations des propriétés relatives à la linéarité (1 et 2), à la dérivée (5 et 6), à l'intégrale (7), puis au « retard » (3), à l'amortissement (4) et finalement aux valeurs initiale et finale (8).

« 1. Somme de fonctions, multiplication, par une constante

Dans l'expression de l'intégrale de Laplace [il est indiqué de regarder la définition donnée, ici (1)] si on remplace  $f(t)$  par une somme de fonctions :  $f_1(t) + f_2(t) + f_3(t)$  on pourra séparer l'intégrale en une somme de trois intégrales correspondant chacune à l'image d'une des trois fonctions. Ainsi :

$$L[f_1(t) + f_2(t) + f_3(t)] = F_1(p) + F_2(p) + F_3(p)$$

De même, si on multiplie  $f(t)$  par une constante  $k$ , on peut sortir cette constante de l'intégrale et on en déduit que l'image est simplement multipliée par  $k$  :

$$L[k.f(t)] = k.f(p)$$



L'image d'une somme de fonctions est la somme des images. Si on multiplie la fonction par une constante, l'image est multipliée par la même constante. Si on s'arrêtait là, ça n'aurait aucun intérêt cette transformée ! » (p.9)

Cette « démonstration » est discursive. L'auteur n'explicite pas le détail des calculs mais en décrit les gestes justifiant la linéarité de la transformée de Laplace par celle de l'intégrale. On notera cependant que le terme « linéarité » n'est jamais utilisé : on reste au niveau des opérations. A la dernière ligne, il souligne d'ailleurs qu'elles ne montrent pas encore le potentiel pratique de la transformée de Laplace.

« Dérivation d'une fonction : soit  $g(t)$  la dérivée de  $f(t)$ . On veut exprimer  $G(p)$  en fonction de  $F(p)$ .

$$Lg(t) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot g(t) \cdot dt$$

On va intégrer par partie : on pose  $u = e^{-pt}$  et  $g(t) \cdot dt = dv$  d'où  $du = -p \cdot e^{-pt}$  et  $v = f(t)$  puisque  $g(t)$  est la dérivée de  $f(t)$

$$Lg(t) = \left[ e^{-pt} \cdot f(t) \right]_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot f(t) \cdot dt = p \cdot F(p) - f(0)$$

Donc dans le monde symbolique, la dérivation d'une fonction consiste à la multiplier par  $p$  ensuite retrancher une constante correspondant à la valeur initiale de la fonction originale.

Si on extrapole le résultat précédent aux dérivées successives de  $f(t)$ , on obtient :

$$\begin{aligned} Lf(t) &= F(p) \\ Lf'(t) &= p \cdot F(p) - f(0) \\ Lf''(t) &= p[p \cdot F(p) - f(0)] - f'(0) \\ Lf'''(t) &= p\{p[p \cdot F(p) - f(0)] - f'(0)\} - f''(0) \end{aligned} \quad \text{» (p.9)}$$

P(M) est convoquée via la démonstration et le système de notation utilisé, mais la démonstration comprend toutefois certaines approximations relativement à la rigueur : ainsi le théorème d'intégration par parties est utilisé sans que ses hypothèses ne soient explicitement contrôlées (niveau 0 de mise en œuvre -MO0) ; on débouche donc sur un théorème sans les hypothèses portant sur  $f$  et sa dérivée qui assureraient que les intégrales généralisées soient définies. Dans un deuxième temps, le théorème établi est reformulé sous une forme que nous interprétons comme une description de la technique produite par le théorème, le langage se contextualise pour exprimer ce qui ressemble à une règle d'action et se rapproche du langage de P(DIg). L'auteur illustre immédiatement cette technique pour obtenir les transformées de Laplace des dérivées successives. On peut noter qu'il fait ces calculs en conservant les conditions initiales non nulles.

Un complément à la démonstration permet de justifier que les conditions initiales seront supposées nulles, à partir des références à l'automatique ; la validation des hypothèses du modèle mathématique s'appuie sur la référence à P(DIg), ce qu'à aucun moment n'avait proposé le cours 1 :

« Nous nous placerons toujours dans l'hypothèse suivante : le système qui va générer la fonction  $f(t)$  en réponse à une excitation d'entrée doit être initialement au **repos** c'est-à-dire que  $f(t)$  doit être **constant** avant qu'on applique un signal de commande. Ainsi dans les expressions précédentes :  $f'(0)=0$  et  $f''(0)=0$  et de façon générale toutes les valeurs initiales des dérivées successives de  $f(t)$  sont nulles. Seulement subsiste la valeur  $f(0)$  qui n'est pas nulle. Et bien il suffira de considérer que les fonctions du temps calculées (théorie) ou enregistrées (pratique) ne seront pas comptées à partir du zéro absolu mais seront comptées à partir de la valeur initiale de repos. Autrement dit, ce qui nous intéresse c'est la **variation** de  $f(t)$  par rapport à sa valeur initiale de repos » (p.9)

Ces références correspondant aux caractéristiques des systèmes sont explicitées en termes de fonctions et associées à la technique mathématique présentée : les conditions initiales seront considérées nulles car l'état initial du système est celui du repos (« une fonction constante »). On notera également qu'il justifie que  $f(0)=0$  par translation d'origine.

Cette explication reflète, nous semble-t-il, la volonté de rendre intelligibles pour l'utilisateur les éléments technologiques et techniques, autrement dit, de donner sens à la technique et de montrer sa fonctionnalité dans le contexte des asservissements. L'explication est accompagnée de la donnée d'un graphe dont l'effet est de fournir un appui visuel, et ensuite d'un exemple concret.

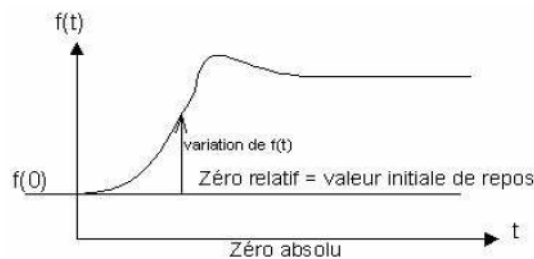


Figure 85. Comportement d'un système.

Finalement, la propriété de la dérivée est présentée en montrant la première et n-ième dérivée :

$$L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = p^n F(p) \text{ avec } f(0) = 0 \quad L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = p^n F(p)$$

pour souligner ensuite l'efficacité et le confort de son utilisation :

« Le calcul de la dérivée 7ème d'une fonction du temps  $f(t)$  quelconque est très long et fastidieux. Dans le monde symbolique, il suffit de multiplier l'image de  $f(t)$  par  $p^7$ . » (p.10)

La transformée de Laplace d'une primitive est ensuite présentée :

« [...] Nous venons de voir que, en respectant les conditions sur les valeurs initiales nulles, dans le monde symbolique la dérivation d'une fonction consiste à multiplier son image par  $p$ . Si maintenant on intègre la fonction obtenue après dérivation, on doit retrouver la fonction initiale : ainsi il faut rediviser par  $p$  donc multiplier par  $1/p$ . Il vient :

$$L\left[\int f(t).dt\right]=\left[\frac{F(p)}{p}\right] \gg(p.10)$$

La preuve repose sur un discours en langue naturelle qui ne permet pas véritablement d'exercer un contrôle rigoureux de la validité des arguments. Une rédaction du type suivant serait plus familière à un mathématicien :

Soit  $g$  une primitive de  $f$ ,  $f$  et  $g$  sont supposées  $L$ -transformables.  $g' = f$  donc  $L(g') = L(f)$ . Or  $L(g') = pL(g)$ . Donc  $L(g) = L(f)/p$

En résumé, dans ce cours et contrairement au précédent,  $P(M)$  est convoquée pour la validation des propriétés listées plus haut (V3). Mais les démonstrations proposées mettent surtout en avant les aspects « calculatoires », elles ne se préoccupent pas de contrôler la validité des hypothèses des théorèmes utilisés ou l'existence des objets manipulés au sein des démonstrations mathématiques (MO 0). On note cependant que dans un cas (valeurs de la fonction et de ses dérivées en 0), l'auteur s'intéresse à la validation des hypothèses simplificatrices introduites par référence aux contextes usuels de l'automatique.

On note le souci permanent de l'auteur d'explicitier les liens entre la praxéologie mathématique et le contexte d'application y compris dans les mathématiques. Les fonctions Motiver, Evaluer de la technologie sont développées en référence à des tâches de  $P(DIg)$  et de  $P(M)$ , l'efficacité, la facilité d'usage de la transformation de Laplace sont constamment mises en avant.

Les deux formules qui viennent d'être justifiées, transformée de Laplace d'une dérivée et d'une intégrale sont ensuite présentées dans un contexte fonctionnel relevant de l'automatique, via un schéma (figure 86). Celui-ci montre le système physique représenté par une boîte avec une entrée ( $x$ ) et une sortie ( $y$ ), sous trois modélisations : équation différentielle, fonction de transfert et graphe de transfert.

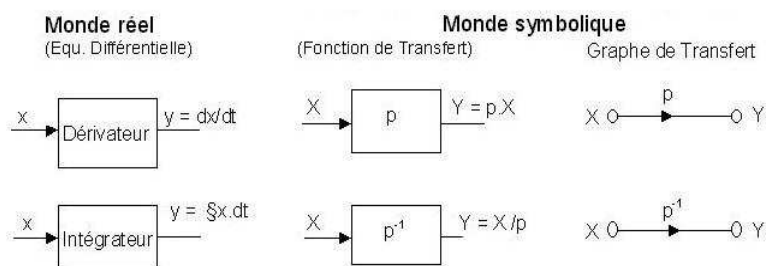


Figure 86. Schémas associés aux « monde réel » et « monde symbolique ».

« On remarque que dans le monde symbolique pour exprimer la sortie d'un système, il suffit de multiplier l'entrée par la fonction de transfert du système. La fonction de transfert du dérivateur est :  $Y/X=p$  et celle de l'intégrateur est  $Y/X=1/p$  » (p.10)

Ces modélisations sont liées et c'est la transformée de Laplace qui permet le passage entre elles. La notion de fonction de transfert est introduite en acte dans les deux cas particuliers déjà rencontrés, sans définition préalable ; la technologie correspondante sera présentée ultérieurement. On notera que les icônes utilisées renvoient à des usages relevant

des P(DI) (le système à asservir comme une boîte), de même que les termes « dérivateur » et « intégrateur » peu utilisés en mathématiques. Le discours accompagnant ce schéma met l'accent sur la facilité associée à l'utilisation des transformées de la dérivée et de l'intégrale, vues comme opérations algébriques. Cette première contextualisation est faite en restant dans le domaine mathématique, comme l'auteur le signale en reprenant l'analogie du « monde symbolique », toutefois, la volonté de produire un discours technologique associé à la fonctionnalité de la transformée fait intervenir un langage qui s'éloigne de P(M) et s'approche de P(DIg).

On trouve, après ce schéma, une deuxième contextualisation, cette fois à partir d'une diversité d'exemples : électriques, mécaniques et hydraulique, c'est-à-dire pour des contextes relevant de P(DIs), se rapprochant donc de Ip (T2). Ces exemples correspondent à des systèmes modélisés par des équations différentielles, la dérivée étant associée à une situation et l'intégrale à une autre.

« Prenons une self d'inductance L traversée par un courant instantané  $i(t)$ .

La tension instantanée à ses bornes sera  $v(t)=L.di(t)/dt$ . en posant  $V(p)=Lv(t)$  et  $I(p)=Li(t)$  on obtient :  $V(p)=L.pI(p)$  et la fonction de transfert de la self est alors  $V(p)/I(p)=Lp$

Prenons maintenant un condensateur de capacité C dans les mêmes conditions d'expérience. On aura  $v(t)=1/C.\int i(t)dt$

*Remarque* : Le symbole  $\int$  doit se lire : Somme de 0 à t (c'est une intégrale) Donc  $V(p)=1/C.I(p)/p$  et la fonction de transfert du condensateur est alors  $V(p)/I(p)=1/Cp$ .

L'inductance est un dérivateur de courant et la capacité est un intégrateur du courant. » (p.11)

La technique mathématique est présentée à partir de ces exemples, les deux propriétés de la transformée (relatives à la dérivée et à l'intégrale) permettant de trouver la fonction de transfert. Cette dernière prend sens et est justifiée par le contexte, puisque la technologie associée à la technique n'est pas encore explicitée.

La propriété introduite ensuite est celle du « retard » qui était présentée dans le cours 1 comme un théorème.

« Retard

Supposons connaître l'image de  $F(p)$  d'une fonction du temps  $f(t)$  nulle avant l'instant initial. Déterminons l'image de la même fonction mais retardée d'un temps  $T$  par rapport à l'instant initial. La valeur à un instant  $t$  de cette nouvelle fonction est égale à la valeur de la fonction de départ à l'instant  $(t-T)$ . Calculons l'image de  $f(t-T)$ .

$$Lf(t-T) = \int_0^{\infty} e^{-pt} . f(t-T) . dt \text{ on pose } u = t - T \text{ d'où } t = u + T \text{ et } du = dt$$

$$\int_{-T}^{\infty} e^{-p(u+T)} . f(u) . du = e^{-pT} \int_{-T}^{\infty} e^{-pu} . f(u) . du \quad \text{pour } u < 0 \quad f(u) \text{ est nulle}$$

$$= e^{-pT} \int_0^{\infty} e^{-pu} . f(u) . du = e^{-pT} F(p) \gg (p.12)$$

Pour déterminer la transformée de la fonction  $f(t-T)$ , on revient, comme dans le cas précédent, à la définition de la transformée. On reste donc dans le domaine mathématique en convoquant P(M) par l'emploi de la technique mathématique de changement de variable dans

le cas simple d'un changement affine (V3). Ici la démonstration proposée ne peut pas être considérée comme ayant un défaut de rigueur (MO 2), à la question de l'intégrabilité près mais celle-ci n'a jamais été envisagée. Le discours explicatif reflète cependant la volonté de rendre significative cette transformée. De ce fait, dans la détermination de la transformée associée, le langage fait intervenir le domaine,  $t$  en tant que variable de temps et  $T$  comme constante du temps. On a donc une interprétation du résultat mathématique dans P(DIg).

La cinquième et avant dernière propriété correspond à « la fonction amortie » :

« Fonction amortie

Etudions l'influence d'un amortissement exponentiel d'une fonction du temps quelconque dont on connaît l'image. Calculons l'image de la fonction  $f(t).e^{-at}$

$$Lf(t).e^{-at} = \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot f(t).e^{-at} \cdot dt = \int_0^{\infty} e^{-(p+a)t} \cdot f(t) \cdot dt = F(p+a) \gg (p.12)$$

On retrouve le même cas que pour la propriété précédente, la mobilisation de la technique mathématique et la contextualisation de la fonction transformée. Cependant, ici, à la différence de la situation précédente, une reformulation simplifiée du résultat en vue de son application est faite :

« Ainsi, si une fonction du temps est amortie, son image s'obtient simplement en remplaçant  $p$  par  $p+a$  (l'inverse de  $a$  correspond à la constante de temps de l'exponentielle, ceci sera vu en détail dans le chapitre 2)

$$Lf(t).e^{-at} = F(p+a) \gg (p.12)$$

Nous avons donc convocation de P(M) pour la validation, de P(DIg) pour l'interprétation du résultat ; la technique produite par ce résultat est enfin décrite verbalement et par une formule dans le but d'en faciliter l'usage.

La dernière propriété est ensuite montrée :

« Valeurs initiale et finale

Pour l'étude de la précision des asservissements on ne s'intéresse qu'à la valeur finale de la grandeur asservie. Nous verrons alors qu'il sera très simple de déterminer la valeur finale de cette fonction du temps sans connaître l'expression de cette fonction mais seulement son image. » (p.12)

Notons que, une fois de plus, l'intérêt d'utiliser la transformée de Laplace est mis en évidence, en utilisant la motivation pratique ici en référence à P(DIg). L'argument porte cette fois sur la précision dans l'étude d'un asservissement. Cette technique est ensuite présentée :

« La démonstration se fait en repartant de l'image de la dérivée  $g(t)$  d'une fonction  $f(t)$  :

$$g(t) = \frac{df(t)}{dt} \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot g(t) \cdot dt = p \cdot F(p) - f(0)$$

Faisons tendre  $p$  vers 0 dans les deux membres de cette égalité  $e^{-pt} \rightarrow 1$  et ainsi le premier membre est l'intégrale de  $g(t)$  c.à.d  $f(t)$  donc :

$$[f(t)]_0^{\infty} = \lim_{p \rightarrow 0} [p \cdot F(p)] - f(0) = f(\infty) - f(0) \text{ d'où } \lim_{p \rightarrow 0} [p \cdot F(p)] = f(\infty)$$

Maintenant faisons tendre  $p$  vers l'infini dans les deux membres de l'égalité du haut. Cette fois  $e^{-pt} \rightarrow 0$  et on déduit que  $\lim_{p \rightarrow \infty} [p.F(p)] = f(0)$  » (p.13)

Est ainsi justifiée une technique permettant d'obtenir les valeurs aux bornes d'une fonction connaissant sa transformée. La démonstration proposée comporte un certain nombre d'approximations au niveau de la rigueur mathématique puisque l'on est amené à permuter intégration et passage à la limite sans qu'aucune vérification des conditions qui autorisent cette permutation ne soit proposée. Par ailleurs la notation  $f(\infty)$  est un abus qui semble correspondre à l'identification de la limite avec un état stationnaire déjà rencontrée dans le cours 1. De même que pour la démonstration de la propriété 5, nous considérerons que si  $P(M)$  est convoquée (V3) pour la validation, la mise en œuvre est à niveau 0 (MO 0).

L'intérêt pratique de la propriété est tout de suite souligné, en référence aux  $P(DI)$  :

« Cette dernière relation est utile pour connaître la valeur initiale à  $t=0^+$  uniquement s'il y a discontinuité (c'est le cas par exemple de la réponse impulsionnelle d'un système du premier ordre). Sinon on trouvera toujours une valeur initiale nulle c'est notre hypothèse de travail. La seule relation qui nous intéresse vraiment est celle qui permet de déterminer la valeur finale de  $f(t)$  :  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} [p.F(p)]$  » (p.13)

Ceci conduit aux transformées qualifiées de canoniques.

### c) Transformées usuelles

Dans ce cours, les transformées usuelles correspondent à celles des « fonctions canoniques » et seulement trois sont introduites : l'échelon de position (dit unitaire dans le cours 1), l'échelon de vitesse et l'échelon d'accélération. Les formulations utilisées sont tout à fait spécifiques des Disciplines Intermédiaires (notion d'échelons). L'auteur précise :

« en Automatique, on utilise une terminologie de mécanicien car les premiers asservissements industriels réalisés furent de technologie entièrement mécanique comme par exemple le régulateur de vitesse à boules sur les machines à vapeur » (pp.13-14)

Le cours est ainsi mis en relation avec des perspectives appliquées qui peuvent relever de  $I_p$ .

Les transformées annoncées sont ensuite déterminées :

« Commençons par l'**échelon unitaire** c.à.d. un échelon d'une unité. Cette fonction sera nommée **u(t)**. Elle est initialement nulle, et vaut 1 pour  $t > 0$ .

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} .u(t).dt = \int_0^{\infty} e^{-pt} dt = \left[ \frac{e^{-pt}}{p} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{p} \quad L[u(t)] = \left[ \frac{1}{p} \right] . \text{ » (p. 14)}$$

Les transformées de l'échelon vitesse et de l'échelon accélération sont ensuite obtenues à partir de la transformée de l'échelon position :

« Si l'échelon a une amplitude de  $a$  unités alors son image est multiplié par  $a$ . Si on intègre cet échelon on obtient la fonction  $a.t.u(t)$  qu'on appelle *échelon vitesse* de  $a$  unités par seconde. La représentation de cette fonction est une rampe (de position) de pente  $a$ . Puisque cette fonction est l'intégrale de la précédente, son image est multipliée par  $1/p$ . Si on intègre une seconde fois

on obtient la fonction  $a.t^2/2$  qu'on appelle *échelon d'accélération* de  $a$  unités par seconde-carré. La représentation de cette fonction est une parabole (de position). Puisque cette fonction est intégrale de la précédente, son image est à nouveau multipliée par  $1/p$  donc :

$$La.u(t) = \frac{a}{p} \quad La.t.u(t) = \frac{a}{p^2} \quad L\frac{at^2}{2}.u(t) = \frac{a}{p^3} \gg (\text{p. 14})$$

On pourra noter que l'auteur n'utilise pas une méthode qui consisterait à reprendre trois fois la définition de la transformée de Laplace, il déduit du premier calcul deux résultats en utilisant un théorème.

La question de la transformation inverse est ensuite abordée mais elle n'est pas problématisée en terme d'existence ; l'auteur souligne seulement que revenir à la fonction  $f(t)$  est une tâche difficile à réaliser et que cela sera fait uniquement en cas de nécessité. Trois techniques pour ce faire sont ensuite présentées :

« Transformation inverse

Il est très facile de travailler dans le monde symbolique, mais il est plus difficile de revenir dans le monde réel et pourtant c'est parfois nécessaire. Si ce n'est pas indispensable, on évite ce travail souvent long et fastidieux. La transformation inverse consiste donc à trouver la fonction du temps  $f(t)$  correspondant à l'originale d'une fonction  $F(p)$  qui a été élaborée par des opérations simples dans le monde symbolique :  $f(t) = L^{-1}F(p)$ . » (p.14)

La transformation inverse est celle de Mellin-Fourier :

$$\ll f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p).e^{pt} dp \gg (\text{p.14})$$

La présentation de la transformation inverse évoque  $P(M)$  par le formalisme, mais elle est accompagnée de cet avertissement : « C'est vraiment pour les « matheux ». Le cours propose alors « la méthode des résidus » (issue de la théorie des fonctions holomorphes) à propos de laquelle il est donné quelques éléments mais le style du texte marque un certain changement par rapport à ce qui a été proposé jusque là :

« Pour chaque pôle de la fonction  $H(p) = F(p).e^{pt}$  il existe un « résidu ». Les pôles de  $F(p).e^{pt}$  sont les pôles de  $F(p)$ .

$F(p)$  se met sous la forme d'un rapport :  $F(p) = n(p)/d(p)$ . Les pôles de  $F(p)$  sont les valeurs de  $p$  qui annulent  $d(p)$ .

Supposons  $p_1$  un des pôles de  $F(p)$ . Pour ce pôle il existe un résidu  $R_{p_1}$  :

Si  $p_1$  est un pôle simple, on a  $R_{p_1} = (p - p_1).H(p_1)$

Si  $p_1$  est un pôle double, on a  $R_{p_1} = (p - p_1)^2.H'(p_1)$

Si  $p_1$  est un pôle multiple d'ordre  $k$  on a  $R_{p_1} = (p - p_1)^k.H^{(k-1)}(p_1)/(k-1)!$  avec  $H^{(k-1)}(p_1) = d^{k-1}H(p)/dp^{k-1}$

Pour obtenir  $f(t)$  il suffit alors de faire la somme des résidus :

$$f(t) = \sum [R_{\text{résidus de } H(p)}] \gg (\text{pp.14-15})$$

On constate d'abord que les notions de résidu et de pôle sont introduites sans être définies. Les hypothèses nécessaires pour écrire la fonction  $f$  sous la forme  $n(p)/d(p)$  ne sont pas explicitées. Il faut notamment vérifier que la fonction  $n(p)$  est holomorphe au voisinage du point considéré et non nulle en ce point. On voit une application du théorème des résidus qui n'est pas explicitée et justifiée. Il n'y a pas donc aucun discours justificatif de cette technique (on peut au mieux considérer que le formalisme utilisé évoque P(M) et sa validation – V1), les gestes sont décrits sans aucun souci d'explication, ce qui est tout à fait contraire aux choix que nous avons jusqu'à présent rencontrés dans ce cours. La technique est illustrée par un exemple :

$$\begin{aligned} \ll F(p) &= \frac{p+3}{p^2+3p+2} = \frac{p+3}{(p+1)(p+2)} \text{ les deux pôles simples sont } p_1 = -1 \text{ et } p_2 = -2 \\ H(p) &= \frac{p+3}{(p+1)(p+2)} e^{pt} \quad R_{p_1} = \left[ \frac{p+3}{p+2} e^{pt} \right]_{p=-1} = 2e^{-t} \quad R_{p_2} = \left[ \frac{p+3}{p+1} e^{pt} \right]_{p=-2} = e^{-2t} \\ \text{donc : } f(t) &= [2e^{-t} + e^{-2t}] u(t) \gg (p.15) \end{aligned}$$

Cette technique sera évoquée dans l'introduction du chapitre 2 pour l'étude des réponses des systèmes aux différentes fonctions d'entrée.  $F(p)$  sera la fonction de transfert du système, qui jusqu'ici n'est pas encore définie.

Il ne semble pas que le projet de l'auteur soit véritablement d'enseigner la technique utilisant le calcul de résidus. Ce qui est déclaré fonctionnel est en fait l'utilisation d'une table de transformées de fonctions usuelles rencontrées en Automatique :

« C'est grâce à cette table que nous pourrions exprimer les fonctions du temps sans trop de calculs. [...] Elle est parfaitement adaptée à nos besoins en Automatique. [...] Pour les fonctions  $F(p)$  compliquées il faudra faire une décomposition de cette fonction en une somme d'éléments simples puis prendre l'originale de chaque élément afin d'en faire à nouveau la somme. » (p.15)

La table a pour but de favoriser la mise en place de la technique consistant en se ramener à des fonctions transformées « canoniques » à partir d'une décomposition en éléments simples de la fonction dont on cherche l'originale. Les transformées inverses données dans la table ne sont pas validées. Il est possible qu'elles soient obtenues par la méthode des résidus mais cela reste implicite.

Par contre, on relève la présence d'éléments technologiques ( $\theta^p$ ) visant à faciliter l'emploi de la technique liée à la table et à en motiver certains gestes dans une perspective d'applications à des tâches de DI :

« Il est préférable d'exprimer une exponentielle en faisant apparaître la valeur de la constante de temps  $\tau$  plutôt que son inverse  $a$ . En effet nous montrerons au chapitre suivant que la durée de vie de cette exponentielle est égale à 7 fois  $\tau$ . Ceci nous oblige à mettre  $F(p)$  sous une forme canonique en mettant toutes les constantes en facteur. Par exemple, on transformera  $(3p+2)$  en  $2(1+1,5p)$ . la valeur 1,5 représente alors la constante de temps (1,5s) de l'exponentielle qui interviendra dans la fonction  $f(t)$ . Ainsi on sait qu'au bout de 7 fois 1,5 soit à peu près 10 secondes, l'exponentielle sera nulle. » (p.15)



On notera que le lien fait entre les constantes  $\tau$  et  $a$  n'est pas évident. La constante du temps  $\tau$  apparaît dans la transformée d'une fonction  $f$  et elle devient la constante  $a$  dans la transformée inverse de  $f$ . La technique ici montrée permet donc de trouver la valeur de  $\tau$  sans utiliser la table de transformées inverses.

La notion de transfert est enfin introduite.

#### IV.2.4 Fonction de transfert

De la même manière que dans le cours précédent, la fonction de transfert est associée à une équation différentielle générique d'ordre  $n$  à coefficients constants, mais ici la difficulté des techniques mathématiques classiques pour résoudre cette équation pour une fonction d'entrée  $x(t)$  avec un état initial connu est évoquée. Cela constitue la motivation pour présenter une autre technique qui facilite grandement la tâche : celle de la transformée de Laplace, et définir la fonction de transfert.

« Vous allez voir que dans le monde symbolique tout est très simple. Prenons l'image de cette équation différentielle.

On pose  $Y = Ly$  et  $X = Lx$

Nous savons que l'image de la dérivée nième de  $y$  est simplement  $p^n Y$  :

$$b_n p^n Y + \dots + b_{n-1} p^{n-1} Y + b_{n-2} p^{n-2} Y + \dots + b_2 p^2 Y + b_1 p Y + b_0 Y = a_m p^m X + a_{m-1} p^{m-1} X + \dots + a_2 p^2 X + a_1 p X + a_0 X$$

Nous pouvons mettre  $Y$  en facteur dans le premier membre et  $X$  dans le second :

$$(b_n p^n + \dots + b_{n-1} p^{n-1} + b_{n-2} p^{n-2} + \dots + b_2 p^2 + b_1 p + b_0) Y = (a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0) X$$

Il est donc excessivement simple d'exprimer  $Y$  en fonction de  $X$  :

$Y = T(p).X$  où  $T(p)$  qu'on appelle Fonction de Transfert est un rapport de deux polynômes en  $p$ . Le polynôme du dénominateur de  $T(p)$  est du  $n^{\text{ième}}$  degré ce qui correspond à l'ordre  $n$  de l'équation différentielle :

$$T(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_m p^m}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_n p^n} \gg (p.17)$$

Notons que selon son habitude l'auteur s'attache particulièrement à mettre en avant la fonctionnalité des techniques mathématiques et particulièrement de la transformée de Laplace. A partir de la notion de fonction de transfert, l'auteur reprend les trois fonctions échelon unité, échelon vitesse et échelon accélération présentées dans la section précédente, et calcule les fonctions de transfert associées :

« Si  $b_0$  n'est pas nul, le système est dit de **classe 0** et la forme canonique de  $T(p)$  est :

$$T(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = K_0 \frac{1 + \alpha_1 p + \alpha_2 p^2 + \dots + \alpha_m p^m}{1 + \beta_1 p + \beta_2 p^2 + \dots + \beta_n p^n}$$

avec  $K_0 = a_0 / b_0$  = gain en position (gain statique),  $\alpha_k = a_k / a_0$  et  $\beta_k = b_k / b_0$

Si  $b_0 = 0$  est si  $b_1$  est non nul, le système est dit de **classe 1** (un intégrateur) et la forme canonique de  $T(p)$  est :

$$T(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K_1}{p} \frac{1 + \alpha_1 p + \alpha_2 p^2 + \dots + \alpha_m p^m}{1 + \beta_1 p + \beta_2 p^2 + \dots + \beta_{n-2} p^{n-2} + \beta_{n-1} p^{n-1}}$$

avec  $K_1 = a_0 / b_1$  = gain vitesse,  $\alpha_k = a_k / a_0$  et  $\beta_k = b_{k+1} / b_1$

Si  $b_0 = 0$  et si  $b_1 = 0$ , le système est dit de **classe 2** (deux intégrateurs) et la forme canonique de  $T(p)$  est :

$$T(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K_2}{p^2} \frac{1 + \alpha_1 p + \alpha_2 p^2 + \dots + \alpha_m p^m}{1 + \beta_1 p + \beta_2 p^2 + \dots + \beta_{n-3} p^{n-3} + \beta_{n-2} p^{n-2}}$$

avec  $K_2 = a_0 / b_2$  = gain en accélération,  $\alpha_k = a_k / a_0$  et  $\beta_k = b_{k+2} / b_2$  » (p.17)

Contrairement au cours précédent, ici la constante K est contextualisée à partir de certaines fonctions de transfert (gain en position, en vitesse, en accélération), et cette fonction est ensuite généralisée :

$$T(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K_i}{p^i} \frac{1 + \alpha_1 p + \alpha_2 p^2 + \dots + \alpha_m p^m}{1 + \beta_1 p + \beta_2 p^2 + \dots + \beta_{n-i} p^{n-i}} \quad \text{» (p.18)}$$

La technique associée à cette fonction est ensuite présentée. On voit que l'idée de conserver la fonction de transfert  $T(p)$  comme le rapport entre deux polynômes  $Y(p) / X(p)$ , sert à introduire la technique de décomposition en éléments simples du dénominateur  $X(p)$ . Cette technique n'est pas supposée connue, elle est introduite par l'exemple d'un polynôme de 5<sup>ième</sup> degré et ensuite généralisée ainsi :

$$\text{« } T(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K_i}{p^i} \frac{1 + \alpha_1 p + \dots + \alpha_m p^m}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) \dots (1 + a_1 p + b_1 p^2)(1 + a_2 p + b_2 p^2)}$$

En effectuant le produit de facteurs on retrouve bien sûr le polynôme  $(1 + \beta_1 p + \beta_2 p^2 + \dots + \beta_{n-i} p^{n-i})$ .

On peut maintenant décomposer la fraction en une somme d'éléments simples et ceci sans avoir à factoriser le numérateur :

$$T(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K_i}{p^i} \left[ \frac{A_1}{(1 + \tau_1 p)} + \frac{A_2}{(1 + \tau_2 p)} + \dots + \frac{B_1 + C_1 p}{(1 + a_1 p + b_1 p^2)} + \frac{B_2 + C_2 p}{(1 + a_2 p + b_2 p^2)} + \dots \right]$$

» (p.18)

On retrouve encore une fois cette volonté d'expliquer la technique et de montrer son confort d'utilisation, tout en essayant de rester dans un niveau d'invocation de P(M), V2. La technique mise en place est générale et permet de déterminer, à la fin du chapitre, six fonctions de transfert associées aux six éléments dits élémentaires :

« le gain  $K$ , l'intégrateur  $1/p$ , le dérivateur  $p$ , le premier ordre  $1/(1 + \tau p)$ , le second ordre  $1/(1 + ap + bp^2)$  et le retard  $e^{-Tp}$  » (p.19)

Ces six éléments sont dits élémentaires en invoquant P(DI), l'étude de réponses est faite sur ceux-ci.

### IV.2.5 Etude de réponses

L'étude des réponses est faite dans le chapitre intitulé « Réponse temporelle des systèmes linéaires ». Ce chapitre est introduit en abordant un cas général avec la méthode des résidus, les sommes obtenues par application de la technique mathématique sont interprétées en termes de régime transitoire et régime permanent, en référence donc à DIg :

« Nous voulons déterminer l'expression de la sortie  $y(t)$  d'un système (dont le fonctionnement est régi par une équation différentielle connue) soumis à une entrée de commande  $x(t)$  donnée.

La solution est très facile à exprimer dans le monde symbolique :

$Y(p) = X(p)T(p)$  où  $X$  est l'image de  $x$ ,  $Y$  l'image de  $y$  et  $T$  la fonction de transfert du système (image de l'équation différentielle)

La méthode de résidus permet d'exprimer  $y(t)$  :

$$y(t) = \sum \text{Résidus de } H(p) \text{ avec } H(p) = T(p).X(p).e^{pt}$$

Les pôles de  $H(p)$  se décomposent en  $n$  pôles de  $T(p)$  et  $k$  pôles  $X(p)$  (souvent  $k=1$ ).

Il vient :

$$y(t) = \sum_{i=1}^n \underset{\text{relatifs aux pôles de } T(p)}{\text{résidus de } H(p)} + \sum_{j=1}^k \underset{\text{relatifs aux pôles de } X(p)}{\text{résidus de } H(p)}$$

$$y_T(t) + y_P(t)$$

Si le système est stable, les pôles de  $T(p)$  sont à partie réelle négative et les termes  $e_i^{pt}$  tendent vers 0 quand  $t$  tend vers l'infini.

Ainsi  $y_T(t)$  est un terme transitoire alors que  $y_P(t)$  est le terme permanent :

$$y(t) = y_T(t) + y_P(t) \gg (p.20)$$

L'étude porte ensuite sur les réponses aux fonctions d'entrée classiques : delta de Dirac, échelon unitaire, rampe. Les réponses à ces trois fonctions classiques sont présentées pour chacun de six éléments simples, mentionnées plus haut. Une généralisation est ensuite faite en considérant une fonction quelconque comme fonction d'entrée.

Nous analyserons les réponses classiques concernant l'équation du premier ordre.

#### a) Réponse impulsionnelle

La réponse impulsionnelle est la fonction de sortie à une distribution delta de Dirac comme fonction d'entrée. La distribution delta est mentionnée comme « l'impulsion de Dirac » comme dans le cours 1 et définie de la manière suivante :

« L'impulsion de Dirac est définie mathématiquement comme étant la dérivée d'un échelon unité parfait. Ce serait donc une impulsion (à l'instant  $t=0$ ) d'amplitude infinie et de largeur nulle, dont la surface serait 1. [...] L'image de l'échelon unité étant  $1/p$  et la fonction de transfert du dérivateur étant  $p$ , on en déduit :  $L\delta(t) = 1$  » (p.20)

Notons que voir l'impulsion de Dirac comme la dérivée de l'échelon unité, permet de justifier que sa transformée est égale à 1. Ceci, sans une autre explication, est difficilement compréhensible car la fonction échelon n'est pas dérivable en 0. Une telle explication que l'auteur essaie de développer en utilisant le conditionnel et en écrivant que cela serait une

impulsion d'amplitude infinie, de largeur nulle et de surface 1. On notera qu'il utilise un discours assez fréquent lorsque l'on ne se réfère pas à la théorie des Distributions dont on peut douter de l'efficacité explicative de cette dernière étant mise en doute.

On peut faire l'hypothèse que dans E(DI) une théorie « simplifiée » des distributions, telle que la théorie des fonctions généralisées est considérée comme plus intelligible par les étudiants comme source d'une technologie associée à la technique considérée.

La réponse impulsionnelle pour l'équation du premier ordre, ici appelée : « premier ordre » est présentée accompagnée d'un graphe (figure 87) :

« Premier ordre :  $\tau \cdot dy(t)/dt + y(t) = A \cdot x(t)$

$$T(p) = Y/X = A/(1 - p\tau)$$

$$y_{imp}(t) = A/\tau \cdot e^{-t/\tau} \cdot u(t)$$

C'est une impulsion exponentielle.

Pour  $t = 0$   $e^{-t/\tau} = 1 = 100\%$ .

Calculons le temps  $t_\alpha$  tel que  $e^{-t_\alpha/\tau} = \alpha/100$  :

$$e^{t_\alpha/\tau} = 100/\alpha \text{ d'où } t_\alpha = \tau \cdot \ln(100/\alpha).$$

$$\text{A.N. : } \alpha = 50\% \quad t^* = \tau \cdot \ln 2$$

$$\alpha = 36,8\% \quad t \cong \tau$$

$$\alpha = 5\% \quad t_{R5\%} = 3\tau$$

$$\alpha = 1\% \quad t_{R1\%} = 5\tau$$

$$\alpha < 1\% \quad t_\infty = 7\tau \gg (\text{p.21})$$

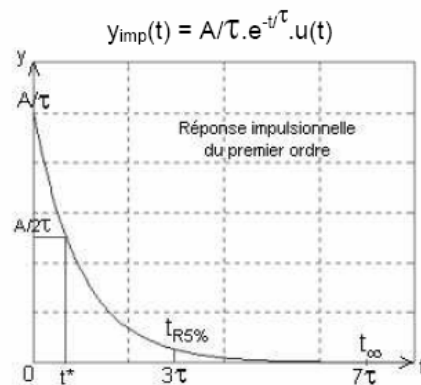


Figure 87. Réponse impulsionnelle.

La fonction de transfert de l'équation différentielle du premier ordre a été déterminée dans le chapitre précédent. La tâche est alors celle de trouver  $y(t)$ , il suffit donc de multiplier la transformée de la fonction de transfert  $A/\tau \cdot e^{-t/\tau}$  (disponible dans la table) par la transformée de la Delta de Dirac qui est égale à 1. Une fois  $y(t)$  trouvée, le temps  $t_\alpha$  (temps de réponse dans le cours 1) est calculé en utilisant la fonction logarithme, la technique est purement mathématique. On notera que cette technique mathématique est la plus efficace (MO 2), contrairement à ce que nous avons trouvé dans le cours 1.

Cependant, on constate que le symbole égal n'étant pas utilisé pour  $t \cong \tau$ , l'est pour les autres valeurs. Par ailleurs, la dernière ligne est difficile à comprendre si  $\alpha = 1\%$  correspond à  $5\tau$  on s'attend à ce que  $\alpha < 1\%$  correspond à  $t < 5\tau$  et on se demande pourquoi d'une part  $t_\infty$  est associé à  $7\tau$  et d'autre part pourquoi  $7\tau$  est associé à  $\alpha < 1\%$ .

La motivation de cette technique n'est pas explicitée : comme déjà souligné, l'intérêt est de déterminer l'intervalle du temps dans lequel la transition du système a lieu, de calculer le temps de réponse.

*b) Réponse indicielle (un échelon unitaire comme fonction d'entrée)*

La réponse indicielle est introduite de la manière suivante :

$$\ll x(t) = u(t) \quad [Lu(t) = 1/p].$$

$$\text{Ainsi } Y_{IND}(p) = T(p) \cdot 1/p = Y_{IND}(p) \cdot 1/p$$

On constate donc que pour n'importe quel système, donc pour  $T(p)$  quelconque, la réponse indicielle est l'intégrale de la réponse impulsionnelle. Inversement la réponse impulsionnelle est la dérivée de la réponse indicielle :

$$y_{imp}(t) = dy_{ind}(t)/dt \text{ et } y_{ind}(t) = \int y_{imp}(t).dt \gg (p.22)$$

L'association faite entre ces deux réponses est cohérente avec l'introduction de la réponse impulsionnelle et la vision de l'impulsion de Dirac comme la dérivée de l'échelon unitaire. On notera que cette association est purement mathématique, aucun commentaire concernant P(DI) n'est faite.

D'un point de vue mathématique, on peut dire que les théorèmes et propriétés permettant de justifier le lien entre ces deux réponses, impulsionnelle et indicielle, restent dans l'implicite.

La réponse est étudiée pour un échelon unitaire d'amplitude  $a.u(t)$ , de la même manière que dans le cas précédente, la fonction de transfert est connue et la réponse de  $y(t)$  est trouvée en utilisant la table des inverses.

$$\begin{aligned} \ll T(p) = Y/X = A/(1 - \tau p) \text{ d'où } Y_{IMP}(p) = [A/(1 + \tau p)]a/p = aA/[p(1 + \tau p)] \\ \text{donc } y_{ind}(t) = aA(1 - e^{-t/\tau}).u(t) \gg (p.22) \end{aligned}$$

L'analyse de la réponse est faite en prenant appui sur le graphe (figure 10) qui est accompagné de l'explication suivante :

« C'est une courbe exponentielle qui, à partir de la valeur initiale, varie de  $\Delta y = a.A$  où  $a$  représente l'amplitude de l'échelon,  $A$  le gain position (gain statique) du système. » (p.22)

Notons que le graphe, rapidement décrit dans un langage mathématique : « c'est une courbe exponentielle » est interprété dans celui de P(DIg), ce qui permet de donner un sens aux constantes  $A$  et  $a$  en référence au contexte de l'automatique et non en termes d'une asymptote. Le graphique fait apparaître les éléments relatifs aux temps de réponses déjà rencontrés pour l'impulsion (figure 88) :

« Ainsi nous savons que le régime permanent est atteint au bout d'un temps  $t_{\infty} = 7\tau$ , que le temps de réponse à 5% vaut  $t_{R5\%} = 3\tau$  et enfin que le temps à 50% de la variation est  $t^* = \tau.\ln.2 \gg (p.23)$

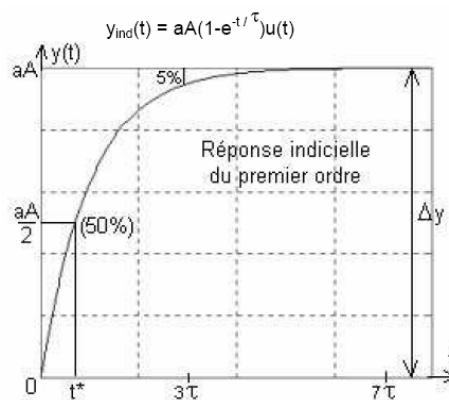


Figure 88. Réponse indicielle.

On présente ensuite une technique pour déterminer les constantes  $A$  et  $\tau$  à partir d'un enregistrement temporel de la réponse :

« Identification : il s'agit grâce à cet enregistrement de retrouver la fonction de transfert  $T(p)$  c'est-à-dire ici les valeurs de  $A$  et  $\tau$  :

$$A = \Delta y / \Delta x = \Delta y / a \quad \tau = t^* / \ln 2 \cong 1,44 t^*$$

La mesure de  $t^*$  à 50% de la variation est précise et commode. La mesure de  $t_{R5\%}$  est très peu précise car la pente de la courbe est faible. » (p.23)

Les préoccupations de précision, liées strictement au contexte d'une Discipline Intermédiaire, sont prises en compte pour motiver la technique utilisée pour déterminer  $\tau$  en évaluant un autre choix. La difficulté rencontrée dans des cas concrets de grande constante de temps fréquents dans certaines DI (systèmes thermiques ou hydrauliques) est évoquée : il est trop long d'attendre la stabilisation du système pour obtenir une approximation correcte du gain  $A$  ; une autre technique « Formule de bureau » est donc proposée :

« Formule de Bureau :

Si la constante de temps est grande (cas de système beaucoup de temps pour atteindre la valeur finale. Or, si la valeur finale nous ne pouvons pas identifier le système. La formule de cette valeur finale  $y_\infty$  en n'ayant enregistré qu'un seul d'enregistrement sera alors divisé en 2, ainsi, nous pourrions trouver  $T_1 : y_1 = y(T_1)$ , et pour un temps  $2T_1 : y_2 = y(2T_1)$ .

$$y_1 = y_\infty (1 - e^{-T_1/\tau}) \quad y_2 = y_\infty (1 - e^{-2T_1/\tau})$$

$$y_1^2 = y_\infty^2 (1 - e^{-T_1/\tau})^2 = y_\infty^2 (1 - 2e^{-T_1/\tau} + e^{-2T_1/\tau}) \quad 2y_1$$

rapport  $y_1^2 / 2y_1 - y_2$  donne  $y_\infty$  » (p.23)

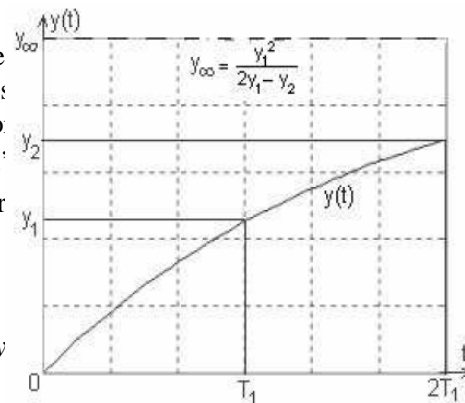


Figure 89. Graphe associé à la formule

Cette formule qui permet de calculer  $y_\infty$  est donc validée mathématiquement (niveau V3 de validation, MO2).

La démonstration est suivie d'un avertissement visant à éviter une erreur vraisemblablement classique (fonction 3 favoriser) : on rappelle que les valeurs de  $y$  sont déterminées par rapport à la valeur initiale (rappel de la translation opérée pour ramener la valeur initiale à 0).

Ainsi, la technique liée à la transformation de Laplace est clairement mise en œuvre dans des tâches de type T1, voire même T2 (référence aux systèmes thermiques et hydrauliques).

### c) Réponse à une rampe

Cette réponse est introduite en mentionnant que si  $A$  est différent de 1, la pente de la fonction de sortie et celle de la fonction d'entrée  $x = a.t.u(t)$  sont différentes.

« Pour une valeur quelconque du gain  $A$  la réponse est de pente différente que celle de la rampe de commande (si  $A < 1$  elle est plus petite, si  $A > 1$  elle est plus grande).

« si  $A=1$ , en régime établi, les deux rampes ont même pente et il apparaît alors une erreur de traînage  $\varepsilon_1$

$$T(p) = Y / X = 1 / (1 - \tau p) \quad \text{d'où}$$

$$Y(p) = [1 / (1 + \tau p)] [a / p^2] = a / [p^2 (1 + \tau p)]$$

$$\text{donc } y(t) = a[t - \tau + \tau e^{-t/\tau}]u(t) \quad \gg$$

(p.26)

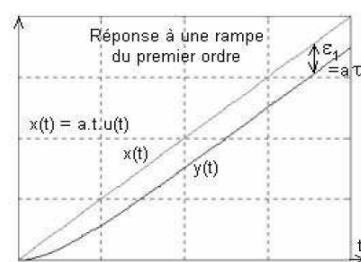


Figure 90. Réponse à une rampe.

De la même manière que dans les cas précédents, la fonction de sortie est trouvée à partir de la table des inverses et le temps de réponse lorsque  $t \rightarrow \infty$  est considéré comme  $7\tau$ . Cela est justifié ici par la technique mathématique qui fait intervenir la propriété de la valeur finale de la transformée de Laplace et non en utilisant directement la valeur de  $y(t)$  :

« En régime établi (au bout de  $7\tau$ ) c'est une rampe retardée d'un temps  $\tau$  par rapport à  $x(t)$ .

Erreur de traînage  $\varepsilon_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} [x(t) - y(t)] = \lim_{t \rightarrow \infty} [p(X - Y)] = \lim_{p \rightarrow 0} [p(X - Y)]$

$= \lim_{p \rightarrow 0} p \left\{ \frac{a}{p^2} - a \left[ \frac{1}{p^2(1 + \tau p)} \right] \right\} = \lim_{p \rightarrow 0} [a\tau / (1 + \tau p)] = a\tau \gg (p. 26)$

Ce résultat est ensuite contextualisé par rapport à P(DIs) :

« L'erreur de traînage est proportionnelle à la constante de temps du système.

Ainsi, si le système du premier ordre est un capteur dont la précision statique est supposée excellente, la mesure d'une grandeur qui varie en forme de rampe peut être erronée si la constante de temps du capteur n'est pas négligeable. Pour une régulation la constante de temps du capteur n'a pas d'importance capitale. Par contre pour un asservissement où la consigne varie en permanence, il faut que la constante de temps soit négligeable (en pratique 100 fois plus petite que la plus grande constante de temps du processus). » (pp. 26-27)

On retrouve donc encore le souci de contextualiser les tâches envisagées en se préoccupant de questions techniques liées aux exigences de P(DI) et de Ip. On voit apparaître des éléments technologiques liés aux pratiques professionnelles et probablement validées empiriquement comme l'usage de s'en tenir à une constante de temps 100 fois plus petite que la constante maximale du système à asservir. Ceci est d'ailleurs mis en évidence par le professionnel dans l'analyse du projet 3. (Cf. Chapitre V)

Par ailleurs, on notera que les graphes des réponses sont fournis sur un quadrillage qui constitue un appui visuel pour montrer le seuil de la réponse attendue du système. L'interprétation de ces graphes et les technologies associées sont des éléments fondamentaux pour contrôler et évaluer, comme on l'a vu dans le projet 3, les asservissements réalisés à l'aide d'un logiciel.

Après l'étude de la réponse rampe, une généralisation est proposée pour trouver la fonction de sortie associée à une fonction d'entrée quelconque. Cette généralisation est introduite par des conseils liés à la durée du régime transitoire (fonction 3 favoriser) :

« Donc c'est la constante de temps la plus grande qui détermine la durée totale du régime transitoire :  $t_{\infty} = 7\tau_{\max}$ . Il faut par conséquent que le dénominateur de la fonction de transfert du système quelconque soit factorisé pour connaître la valeur de la plus grande constante de temps. Il faut prendre l'habitude de décrire une fonction de transfert sous forme canonique factorisée et ordonnée, de façon à mettre en évidence en première position au dénominateur le facteur  $(1 + \tau_{\max}p)$ . Si en outre le système possède un retard, sa valeur s'ajoute évidemment à cette durée. » (p.27)

Pour déterminer la réponse correspondant à une entrée quelconque, ce qui nécessite de déterminer l'originale d'un produit  $T(p).X(p)$  connaissant les originales de  $T$  et  $X$ , l'auteur définit la notion de convolution de deux fonctions. C'est une intégrale dont l'existence n'est absolument pas problématisée. Il affirme sans donner le statut de théorème à

ce résultat et sans le valider mathématiquement que le produit de convolution des originales est l'originale de  $T.X$  (niveau V0, au mieux V1, P(M) ignorée ou au mieux évoquée par le formalisme).

Par contre, un avertissement souligne que le produit de convolution n'est pas égal au produit des fonctions. Cette méthode nécessitant de connaître l'originale de la fonction de transfert  $T(p)$ , l'auteur établit deux formules exprimant la fonction de sortie générale comme produit de convolution de la fonction d'entrée ou de sa dérivée avec des fonctions de sortie particulières :

« Nous savons que l'image de la réponse d'un système à une entrée de commande  $x(t)$  quelconque est obtenue simplement en multipliant l'image de la commande  $X(p)$  par la fonction de transfert du système. Mais nous avons montré [cité le paragraphe concerné] que la fonction de transfert à la même expression que l'image  $Y_{IMP}(p)$  de la réponse impulsionnelle. Ainsi  $y(t)$  est le produit de convolution de la réponse impulsionnelle  $y_{imp}(t)$  par l'entrée de la commande  $x(t)$  :

$$Y(p) = T(p).X(p) = Y_{IMP}(p).X(p) = pY_{IND}(p).X(p) = Y_{IND}(p).pX(p) \quad \text{d'où}$$

$$y(t) = y_{imp}(t) * x(t) = y_{ind}(t) * x'(t). \quad \text{» (p.28)}$$

On voit donc apparaître une nouvelle technique faisant intervenir la notion de convolution fondamentale dans P(M) en ce qui concerne les transformées de Fourier et de Laplace qui transforment la convolution en produit simple. Ceci n'est pas commenté et cette méthode n'est pas comparée avec les autres méthodes jusque là présentées.

L'utilisation du terme « convolution » pourrait être donc considéré comme une évocation de P(M) mais on notera que la technique d'obtention de l'originale qui en est tirée est contextualisée dans P(DIg), en faisant intervenir les réponses impulsionnelle et indicielle. L'accent est mis sur l'opérationnalité de cette notion mathématiquement importante et la place respective des notions et des techniques n'est pas claire.

Les réponses exposées dans ce chapitre (chapitre 3) du cours, ne sont pas contextualisées dans des exemples spécifiques en référence aux institutions P(DIg), P(DIs) ou Ip. La mise en équation apparaît seulement dans le chapitre 5, lequel ne fait pas partie de notre analyse.

#### IV.2.6 Synthèse du cours 2

Ce cours qui relève d'une discipline intermédiaire générique (asservissements continus) se situe très clairement dans la perspective, d'enseigner des outils permettant de traiter des tâches relevant de DIg, avec quelque fois une mise en perspective avec des contextes de DIs et d'Ip. Les utilisations effectives dans les DIs sont reportées au chapitre 5.

Ce projet est mis en évidence dans l'introduction mais il est poursuivi dans la suite : les techniques et savoirs mathématiques présentés sont reformulés, interprétés, utilisés dans le contexte de DIg mais aussi, une fois, dans des contextes de DI plus spécifiques qui font écho aux exemples de l'introduction. Dans le chapitre 2, les réponses déterminées théoriquement sont interprétées dans le contexte de DIg (régime transitoire, régime permanent) et l'on traite la question de la détermination empirique des constantes en prenant en compte à la fois les



marges d'erreurs acceptables et les contraintes liées à des systèmes particuliers (évolution lente).

Enfin, à une occasion, la référence au contexte de DIg permet de justifier que certaines hypothèses simplificatrices insérées dans un théorème (conditions initiales nulles) sont pertinentes pour les situations rencontrées dans cette discipline.

Comme dans le premier cours, la problématique de l'existence de l'intégrale définissant la transformée de Laplace et son inverse est passée sous silence (P(M) ignorée – V0). A ces exceptions près, on peut dire que la composante théorique des praxéologies mathématiques associées à la transformée de Laplace est validée par référence à P(M) dont on peut considérer qu'elle est toujours au moins évoquée. L'auteur choisit de démontrer toutes les propriétés de la transformation de Laplace qui suivent la définition. On peut faire l'hypothèse que cette convocation de P(M) va accorder à la suite du cours l'aval épistémologique de cette institution. Néanmoins nous avons constaté que les démonstrations proposées se situaient au niveau des manipulations « calculatoires » sans se préoccuper du contrôle de leurs conditions spécifiques de validité : les mathématiques sont convoquées mais leur mise en œuvre ne suit pas les canons de P(M). Cette entrée en matière réalisée, les éléments de savoir théorique qui suivent –ils concernent la détermination de l'originale- ne font plus l'objet de démonstrations : c'est particulièrement le cas de la méthode des résidus qui est sans doute utilisée pour construire la table des transformées inverses mais les calculs ne sont pas montrés, contrairement au choix fait dans le cours 1 ; c'est également le cas d'un bref paragraphe consacré au produit de convolution.

Il faut également noter une tendance à la reformulation des résultats sous forme de règles d'actions dans ce que l'auteur appelle « le monde symbolique », qui se rapproche des méthodes formelles de la méthode opérationnelle de Heaviside. Cette tendance à prendre une certaine distance vis-à-vis des références mathématiques contemporaines se retrouve également dans le chapitre 2 consacré aux réponses temporelles : l'impulsion de Dirac est abordée dans une perspective qui rappelle la notion de fonction généralisée, vivant dans les Disciplines Intermédiaires avant que soit développée la théorie mathématique des distributions.

Pour ce qui concerne les sous-tâches mathématiques rencontrées dans l'étude des réponses temporelles, nous avons constaté que contrairement au cours 1, elles sont traitées au niveau MO 2, par les techniques les plus élaborées disponibles.

Une caractéristique de ce cours est la présence d'une technologie pratique très développée : l'auteur est très soucieux de motiver les praxéologies présentées par leur efficacité pour la résolution de tâches mathématiques (la transformée de Laplace pour la résolution d'équations différentielles, la décomposition en éléments simples et la table des inverses pour déterminer une originale) et de tâches relevant de DIg. Les techniques présentées sont évaluées par comparaison avec d'autres et leur facilité d'emploi mise en avant. Enfin, des éléments technologiques visent à faciliter l'emploi des techniques par les étudiants (exemple : mettre les éléments simples sous la forme  $a/(1+\tau p)$  et les classer par ordre de

valeurs décroissantes des  $\tau$ ) et à leur éviter des erreurs fréquentes. Il est clair que cette composante de la technologie remplit ici un rôle didactique : l'auteur s'attache à enrôler les étudiants dans l'étude d'un cours dont il semble savoir par expérience qu'il est rébarbatif et paraît abstrait aux étudiants, il cherche à les accompagner dans l'acquisition des techniques enseignées.

Ce cours consacre donc un temps relativement important d'une part aux références précises à DIg voire aux DI, d'autre part au développement de la composante pratique de la technologie. Cela est rendu possible par la nature des cours en ligne, laquelle n'impose pas les contraintes temporelles d'une formation classique, permettant ainsi d'inclure de nombreuses explications. On peut également penser que de telles explications cherchent à anticiper sur les difficultés que vont rencontrer de manière prévisible de nombreux étudiants.

### IV.3 Analyse du cours 3

#### Cours 3. Systèmes Linéaires – Automatique

Ce cours fait partie d'un cursus universitaire. Il est de niveau L2 dans une formation Sciences et Technologie pour l'Ingénieur. Le texte dont nous disposons peut paraître très laconique : la plupart des résultats restent non démontrés, on peut se demander si cela est compensé lors des séances en présentiel. Parmi les trois cours considérés, c'est le cours qui possède l'orientation la plus théorique, en un sens qui apparaîtra au fil de notre analyse. Il aborde non seulement les systèmes linéaires du premier ordre comme les deux cours précédents mais aussi les systèmes d'ordre supérieur à deux. Il comporte 10 chapitres :

1. Systèmes linéaires – systèmes asservis ;
2. Mise en équation d'un système linéaire scalaire ;
3. Introduction à la performance d'un système de représentations ;
4. Modèle linéaire d'un système ;
5. Systèmes du premier ordre ;
6. Systèmes du second ordre ;
7. Les moteurs d'automatisme ;
8. Système d'ordre supérieur a deux systèmes à retard pur ;
9. La stabilité des systèmes ;
10. Les systèmes bouclés.

Le document comporte 72 pages y compris deux annexes, une sur la distribution Delta de Dirac occupant 7 pages et l'autre sur la table de transformées occupant 5 pages. Ce cours débute le premier chapitre avec les notions de système, système linéaire et système invariant. Les réponses impulsionnelle et indicielle sont ensuite présentées comme réponses « particulières » de ces systèmes. La notion de convolution est présentée à la fin de ce chapitre, sa finalité est de produire la technique permettant d'obtenir la fonction de sortie correspondant à une fonction d'entrée quelconque. Le chapitre 2 aborde la mise en équation d'un système linéaire, puis présente la transformée de Laplace et la notion de fonction de

transfert. Les diagrammes fonctionnels (Schéma-Blocs) et les systèmes mécaniques en translation et en rotation sont présentés à la fin du chapitre. Dans le chapitre 3 sont abordées la stabilité du système, les réponses impulsionnelle et indicielle pour le régime transitoire, le régime harmonique avec les représentations dans les plans de Bode, Nyquist et Black. Le chapitre 4 est consacré au modèle linéaire d'un système, les caractéristiques entrée-sortie et point de repos sont étudiés dans les régimes statique et dynamique. Dans le chapitre 5 sont abordés les systèmes du premier ordre, le régime transitoire avec les réponses impulsionnelle, indicielle et à une rampe ainsi que le régime harmonique. Les systèmes de deuxième ordre sont étudiés dans le chapitre 6. Le chapitre 7 est consacré aux moteurs d'automatisme, ici différentes modélisations ont lieu, les circuits électriques (modèle physique), les équations différentielles (modèle mathématique) et finalement le Schéma-Bloc. Les systèmes d'ordre supérieur à deux sont étudiés dans le chapitre 8, la stabilité des systèmes dans le chapitre 9 et les systèmes bouclés dans le chapitre 10.

### IV.3.1 L'introduction du cours

Le chapitre 1 introduit le cours. Il débute par une définition générale des systèmes, accompagnée d'un exemple. Si les notations fonctionnelles évoquent  $P(M)$ , elles renvoient à des fonctions du temps, contextualisées dans le cadre de la discipline intermédiaire, l'automatique, et présentées comme des signaux.

« 1. Les systèmes – Définitions et exemples

Un système peut être défini comme un ensemble d'éléments exerçant collectivement une fonction déterminée. Un système communique avec l'extérieur par l'intermédiaire de grandeurs, fonctions du temps, appelés signaux.

Dans la suite, on essaiera de garder les notations suivantes :

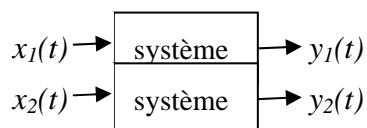
$x_1(t) \dots x_N(t)$  pour les signaux d'entrée  
 $y_1(t) \dots y_M(t)$  pour les signaux de sortie » (p.1)

Suivent trois exemples (chauffage, moteur, circuit électrique- T2) qui inscrivent donc ce qui va suivre dans des perspectives appliquées à DIg et DIs qui motivent le cours.

### IV.3.2 Notion de linéarité

La définition d'un système linéaire est explicite et présentée de la manière suivante :

« Un **système** est dit **linéaire** si la réponse de ce système à une combinaison linéaire de signaux d'entrée est égale à la combinaison linéaire des réponses :



si on applique en entrée  $x(t) = u.x_1(t) + v.x_2(t)$

on obtiendra en sortie  $y(t) = u.y_1(t) + v.y_2(t)$

Cette propriété des systèmes linéaires est aussi appelée **principe de superposition**. » (p.2)

Ici, on peut considérer que  $P(M)$  est évoquée lorsque la définition de la linéarité fait intervenir explicitement la notion de combinaison linéaire ; mais la notion de fonction linéaire reste implicite ; la caractérisation est exprimée dans le langage des systèmes et reformulée en tant que « principe de superposition », expression qui appartient au langage de DI.

La motivation des modèles mathématiques linéaires est décrite par la citation suivante qui insiste sur l'aspect commodité :

« Dans la plupart de cas on essaie de se ramener à l'étude d'un système linéaire. En effet, le principe de superposition simplifie beaucoup les problèmes : en particulier, on peut distinguer l'étude de conditions initiales d'une part et l'étude du comportement dynamique d'autre part. » (p.2)

On trouve ici exprimé le fait non explicité dans les cours précédents, que la linéarité permet l'étude de ces systèmes à partir d'une décomposition en conditions initiales et comportement dynamique, ou en d'autres termes qu'elle permet de séparer les régimes transitoires des régimes permanents (dans le cours 1, il était simplement mentionné que la somme de causes produisait la somme des effets respectifs associés). D'où l'intérêt des modèles linéaires, lorsqu'ils sont pertinents.

#### IV.3.3 Fonctions / distributions

Contrairement aux deux cours précédents, ce cours se réfère explicitement à la notion de distribution et plus particulièrement à la distribution delta de Dirac qui est définie dans l'annexe 1. La réponse (fonction de sortie) d'un système donné à cette « fonction d'entrée », appelée réponse impulsionnelle, va permettre d'obtenir la réponse dans un cas quelconque grâce au produit de convolution. On aboutit donc, du fait du recours à ces notions de distribution et de produit de convolution, à une organisation du cours sensiblement différente des deux cours précédents et à un discours technologique lui aussi différent.

La notion de distribution prend dans cet enseignement un statut de référent théorique particulier qu'il est important de préciser en examinant l'annexe 1.

Celle-ci s'attache d'abord à motiver la notion de distribution en précisant les caractéristiques des phénomènes physiques qui justifient que l'on s'écarte d'une modélisation classique en termes de fonctions continues et dérivables : l'intensité et la brièveté des phénomènes.

« Dans certains cas, en physique, l'excitation  $e(t)$  est de très courte durée du point de vue de l'observateur - flash d'un appareil photo par exemple. L'excitation  $e(t)$  est nulle avant le déclenchement du flash, très intense pendant un instant très bref, puis nulle ensuite. On est alors obligé de renoncer à une expression de l'excitation  $e(t)$  en raison des énormes discontinuités ou des variations non analysables. Les excitations  $e(t)$  ne sont en effet ni dérivables, ni même continues par morceaux. Ce ne sont pas des fonctions mais des distributions. » (p.63)

Dans le cours lui-même, la distribution de Dirac apparaît très tôt dans l'étude des réponses particulières d'un système scalaire (p.5) : « On appelle réponse impulsionnelle, la

réponse notée  $h(t)$ , obtenue par l'application d'une impulsion de Dirac  $\delta(t)$  », ceci est illustré graphiquement (figure 91) et le lecteur est renvoyé à l'annexe.

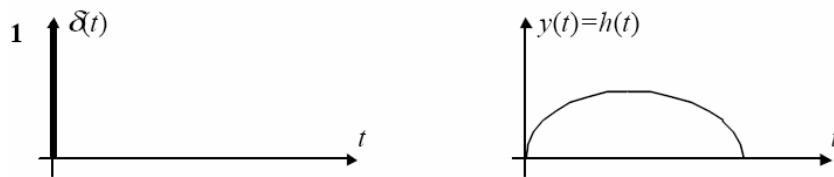


Figure 91. Réponse impulsionnelle.

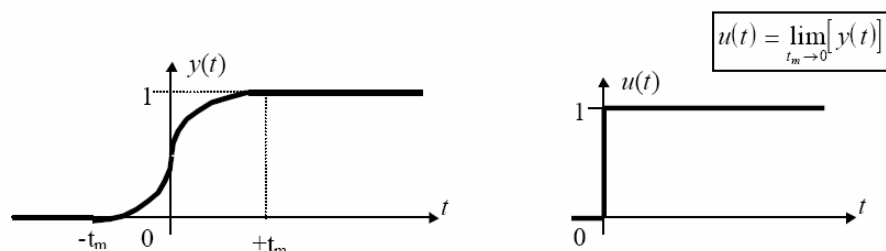
Dans l'annexe, il est par ailleurs très rapidement souligné que, même si une théorie mathématique des distributions existe (Invocation de l'aval épistémologique de P(M)-V2), cette approche ne sera pas utilisée dans le cours qui se contentera de validations qualifiées de plus empiriques, ce qui demande à être éclairci puisqu'il s'agit néanmoins d'utiliser des outils mathématiques comme le passage à la limite :

« C'est le mathématicien français Laurent Schwartz qui à la demande des physiciens a élaboré en 1947 la « **Théorie des distributions** », outil indispensable pour analyser mathématiquement de façon rigoureuse de tels phénomènes. [...] Nous nous contenterons ici de façon plus empirique de **considérer certaines distributions comme des passages à la limite de fonctions continues et dérivables**. Nous procéderons ainsi pour l'échelon unité et ses dérivées. » (p. 63)

La notion de distribution n'est pas définie de façon générale, elle est seulement illustrée dans le cas de la distribution de Dirac définie comme la dérivée de l'échelon unité, implicitement pris au sens des distributions. L'auteur a exprimé clairement qu'on ne va pas développer la théorie des Distributions qui cherche à définir l'impulsion de Dirac comme la fonctionnelle linéaire continue qui aux fonctions d'un autre espace associe leurs valeurs en 0. La distribution de Dirac est en fait « définie » par les deux conditions :

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{pour } t = 0 \\ 0 & \text{pour } t \neq 0 \end{cases}$$

Pour donner un sens mathématique à cette définition, une suite de fonctions dérivables convergeant vers l'échelon unité et la suite des fonctions dérivées associées sont ensuite considérées, conduisant à percevoir la distribution de Dirac classiquement comme la limite faible d'une suite de fonctions paires positives dont le support  $[-t_m, t_m]$  tend vers  $\{0\}$  tandis que l'aire sous la courbe reste constante égale à 1.



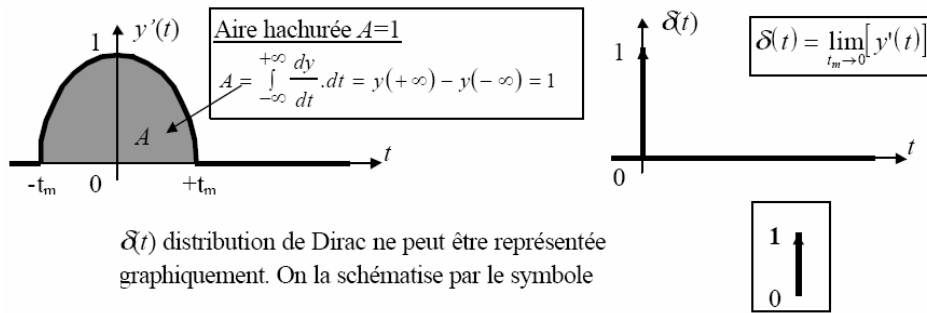


Figure 92. Schémas associés à la Delta de Dirac.

Plusieurs suites possibles de telles fonctions sont également introduites. Il est conclu que :

« La distribution de Dirac est donc la limite d'une impulsion rendue de plus en plus étroite, son aire restant égale à 1 ».

Mais les espaces sur lesquels on se situe et la topologie dont on les munit ne sont pas précisés. On observe donc là une introduction de la distribution de Dirac qui évite les constructions mathématiques sous-jacentes à la théorie des distributions, tout en en faisant ressentir les idées clefs. Les problèmes posés par la transposition didactique de cette théorie en formation d'ingénieurs, en particulier pour des formations s'adressant à des étudiants ayant un bagage mathématique limité, ont déjà été mis en évidence par divers travaux de recherche concernant la formation des ingénieurs et notamment (Camarena, 1999 Rossignol, 1997). E(DI) invoque donc l'aval épistémologique de P(M) –théorie des distributions- mais en même temps, présente aux étudiants une validation complémentaire, appuyée sur une théorie mathématique plus approximative du point de vue de P(M) mais qui peut être considérée comme plus intelligible par le public visé. Le caractère approximatif du référent théorique qui soutient ce que nous avons appelé une sur-validation est rendu institutionnellement acceptable, dans E(DI) mais aussi dans P(DI), du fait qu'il existe aujourd'hui une théorie validée dans P(M). Cette adaptation explicitant les distributions comme des passages à la limite des fonctions continues et dérivables n'est pas faite dans les deux autres cours.

Les graphes et le discours accompagnateur ont pour but de rendre la notion de distribution exploitable et insérable dans des praxéologies à un coût mathématique minimum.

« Considérer l'impulsion  $\delta(t)$  comme la limite d'une fonction n'a rien d'artificiel mais correspond au contraire à la stricte réalité physique. En effet  $u(t)$  et  $\delta(t)$  ne sont que des idéalizations mathématiques de la réalité physique des phénomènes. Dans la réalité, un échelon ou une impulsion (de tension, de pression, de force, d'intensité lumineuse) possède toujours un temps de montée  $t_m$  non nul. Un système physique met toujours un certain temps pour passer d'un état vers un autre. » (p, 65)

Autrement dit, cette justification est produite pour légitimer l'usage de la distribution Delta de Dirac autrement que comme une distribution, en montrant la pertinence pour modéliser une réalité physique. L'annexe 1 se termine par l'utilisation de la distribution de

Dirac pour une tâche relevant de la mécanique, le choc élastique de deux boules (T2), qui est intégralement traité.

Dans le cours, la notion de réponse impulsionnelle est investie dans la technique générale de détermination par convolution de la réponse à une fonction d'entrée arbitraire. La notion de « convolution temporelle » est définie mais dans le même temps, il est affirmé qu'elle permet de calculer la réponse :

« Pour un système scalaire, linéaire et invariant, initialement au repos, la réponse  $y(t)$  à un signal d'entrée quelconque  $x(t)$  est donnée par le produit de convolution entre  $x(t)$  et la réponse impulsionnelle du système :

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(v).h(t-v).dv = x(t) * h(t) \gg (p.5)$$

Notons que, cette notion peut-être considérée comme évoquant P(M) par la notation, mais elle est fortement contextualisée dans P(DIg). Aucune validation n'est proposée pour une affirmation qui n'est pas mise en évidence comme un résultat puisqu'elle n'est pas pointée comme théorème, figurant sous une rubrique « définition ». Cependant, la façon dont ce cours met l'accent sur le fait qu'une fois connue la réponse impulsionnelle, la réponse à tout signal est en principe connue à partir de la notion de convolution, produit une organisation différente du cours, plus proche d'un cours de mathématiques.

La motivation de la technique associée à cette définition est ensuite présentée :

« Cette expression est fondamentale. Elle permet, connaissant le système par sa réponse impulsionnelle  $h(t)$  et l'entrée  $x(t)$ , de déterminer  $y(t)$ . Elle peut donc remplacer totalement l'équation différentielle régissant le système. » (p.6)

La technique associée à la convolution est présentée à partir d'un exemple relevant de l'Electricité (T2) dont la réponse impulsionnelle est supposée connue (il est précisé que celle-ci est issue d'un TD).

« Exemple : calcul de la réponse indicielle d'un circuit RC à partir de sa réponse impulsionnelle.

La réponse impulsionnelle d'un circuit RC s'écrit (voir TD) :  $h(t) = \frac{1}{\tau} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ , avec

$\tau = RC$ .

On se propose d'utiliser la convolution pour déterminer la réponse indicielle  $w(t)$  du circuit RC à un échelon d'amplitude  $E$  à partir de sa réponse impulsionnelle  $h(t)$ .

$$w(t) = h(t) * E.u(t) = \int_0^t h(t-v).E.u(v).dv = E \int_0^t h(t-v)dv$$

$$\text{soit : } w(t) = E \int_0^t \frac{1}{\tau} \cdot \exp\left(-\frac{t-v}{\tau}\right) \cdot dv = \frac{E}{\tau} \cdot \left[ \tau \cdot \exp\left(-\frac{t-v}{\tau}\right) \right]_0^t = E \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) \gg (p. 6)$$

Cette technique est incomplète puisque aucune technique, pour la sous-tâche trouver la réponse impulsionnelle du système, n'est montrée jusqu'ici. Elle ne sera plus utilisée dans le cours, mais la notion de convolution sera réinvestie une fois la fonction de transfert définie.

On propose ensuite de donner du sens au produit de convolution en interprétant les effets sur la réponse dans le cas d'appareils (signal vrai, signal observé) : la perspective est alors clairement au niveau des DI, voire de Ip. Le premier chapitre s'achève par la définition des systèmes asservis en boucle ouverte et boucle fermée ainsi que le schéma fonctionnel (Schéma Bloc) associé. Contrairement aux deux cours déjà étudiés, le schéma précède la modélisation du système à étudier. La structure générale d'un système à asservir est ainsi présentée par la figure suivante :

Structure d'un système asservi:

$X$ : signal d'entrée ou *consigne* ou signal de référence  
 $Y$ : signal de sortie  
 $E$ : écart ;  
 $P$ : perturbation  
 $J$ : source d'énergie

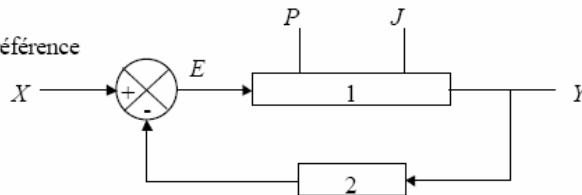


Figure 93. Schéma bloc d'un système asservi.

C'est après ce schéma que les modèles mathématiques sont mentionnés comme des outils pour contrôler les commandes. Ces modèles mathématiques sont à établir par l'automaticien, l'auteur montre alors trois schémas portant sur l'asservissement du chauffage d'un immeuble. Ces schémas sont d'abord explicités en termes de phénomène et ensuite modélisés mathématiquement. Le phénomène à asservir est le suivant :

« C'est l'utilisateur qui règle  $T$  en vue d'obtenir  $\theta=19^\circ\text{C}$  (en régime permanent). Il sait, par *expérience* qu'il obtient un bon résultat en réglant  $T$ , par exemple à  $45^\circ\text{C}$ . Il sait aussi que si la température extérieure  $\theta_e$  diminue, il devra revenir régler  $T$  qu'il augmentera d'autant plus que  $\theta_e$  aura diminué. » (p.9) [ $\theta$  est la température à l'intérieur de l'immeuble et  $\theta_e$  la température extérieure]

On ne considère ici que le deuxième schéma (figure 94) et l'explication associée :

« La figure 1.1b) [ici figure 94] représente alors une première tentative de réglage automatique de  $T$ , tel que  $T=a(\theta_0 - \theta_e)$ . Dans cette configuration, l'opérateur n'aura plus besoin de retoucher  $T$  en fonction de la température extérieure. En effet,  $T$  va varier *automatiquement* en sens inverse de  $\theta_e$ . »

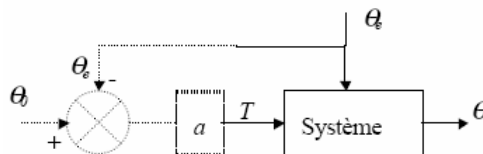


Figure 94. Schéma bloc associé au réglage automatique

Cet asservissement correspond à un cas simple et sert à introduire les asservissements dans l'ordre suivant : phénomène, schéma fonctionnel, modèle mathématique. Ce dernier correspond ici à une fonction affine, laquelle est représentée par la donnée d'un graphe (figure 95).



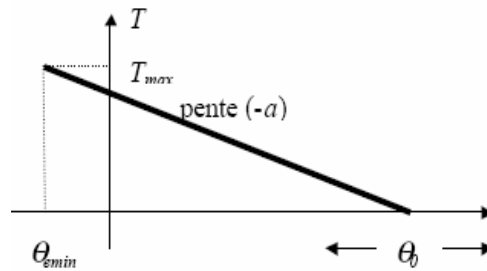


Figure 95. Représentation mathématique.

On peut dire que cette tâche est de nature T3, puisqu'elle fait intervenir le modèle mathématique et le schéma bloc comme un élément intermédiaire dans le traitement d'une situation que les étudiants peuvent concevoir comme professionnelles.

Le chapitre suivant s'intéresse à la mise en équation d'un système linéaire scalaire. Il commence par quelques réflexions d'ordre général sur la notion de modèle d'un processus :

« On appelle modèle d'un processus ou système monovarié la loi qui relie l'entrée  $x$  (cause) à la sortie  $y$  (effet) » (p.9)

L'auteur précise que « Déterminer ces lois demande beaucoup de connaissances physiques mais aussi d'expériences de terrain ». Il met en avant la nécessité de réaliser des essais sur le système que l'on cherche à modéliser pour déterminer ses paramètres et illustre cette idée par l'exemple d'un circuit RLC. Ainsi ce chapitre s'inscrit à la fois dans la perspective générique d'une Discipline Intermédiaire comme l'asservissement et dans les perspectives plus spécialisées de DI's et du terrain.

Les modèles types à la base des équations différentielles et la transformée de Laplace sont ensuite abordés.

#### IV.3.4 Transformée de Laplace

La transformée de Laplace est motivée dans ce cours par son efficacité dans la résolution d'équations différentielles.

« L'étude des systèmes s'accompagne inévitablement de la manipulation d'équations différentielles. Or les opérations liées à cette manipulation sont souvent délicates et la résolution des équations n'est pas toujours simple. Pour faciliter les calculs, on utilise un outil mathématique puissant : la transformée de Laplace » (p.10)

##### a) Définition

Dans ce cours, la transformée est présentée sous le titre d'une « formulation mathématique », la définition est la suivante :

« Transformée de Laplace

Soit  $f(t)$  une fonction réelle de la variable réelle  $t$ , définie pour toute valeurs de  $t$ , sauf éventuellement pour certaines valeurs, en nombre fini dans tout intervalle fini, et nulle pour  $t < 0$

La transformée de  $f(t)$  est définie par l'égalité :  $F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot f(t) \cdot dt$

$p$  étant une variable complexe.

On note  $F(p) = LP[f(t)]$  et  $f(t) = LP^{-1}[F(p)]$

On dit que  $F(p)$  est la transformée de  $f(t)$  et que  $f(t)$  est l'original de  $F(p)$ . » (p.10)

Dans ce cours, comme dans les deux autres, la transformée de Laplace est présentée comme élément d'une praxéologie mathématique  $\Pi_M$ , permettant de résoudre des équations différentielles. Dans le paragraphe cité ci-dessus qui définit la transformée, les hypothèses concernant  $f$  sont un peu plus précises que dans les deux autres cours mais celles qui contrôlent l'existence de l'intégrale restent encore implicites.

Toutefois, le théorème dit « d'inversion » exprime des conditions nouvelles sur  $f$ , en particulier des conditions de convergence d'intégrales, conditions sous lesquelles une formule d'inversion permet de retrouver les valeurs de  $f$  connaissant celles de  $F$  :

« Pour résoudre les équations différentielles grâce à la transformée de Laplace, il est nécessaire de savoir effectuer le passage de  $f(t)$  à  $F(p)$

Théorème : formule d'inversion

Soit  $f(t)$  une fonction réelle de la variable réelle  $t$ , de classe  $C^2$  par morceaux (c'est-à-dire continue et pourvue d'une dérivée première et seconde continues, sauf éventuellement pour certaines valeurs, en nombre fini), telle que -  $f(t) = 0$  pour  $t < 0$  - il existe  $\sigma$  tel que

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} |f(t)| dt \text{ et } \int_0^{\infty} e^{-\sigma t} F(p) dp \text{ sont convergentes.}$$

$$\text{Alors pour toutes valeurs de } t \text{ on a } \frac{1}{2} [f(t+0) + f(t-0)] = \frac{1}{2i\pi} \int_{\Gamma} e^{pt} F(p) dp$$

où  $\Gamma$  est la droite d'équation  $x = \sigma$  » (p.10)

Ce théorème n'est pas exactement un théorème établissant la bijectivité de la transformation de Laplace puisqu'il concerne la fonction  $f$  et sa transformée supposée exister. Il permet d'établir l'injectivité. Par ailleurs, si on suppose établie l'existence de la fonction originale, il donne un moyen de la calculer.

Nous retenons donc que sur ces questions de la définition et de l'inversion de la transformée de Laplace, ce cours fait plus fortement référence à P(M) que les deux précédents (niveau V1 d'évocation, voire V2 d'invocation).

### b) Propriétés fondamentales

Les propriétés sont données sous forme de tableau de la manière suivante :

Propriété	Originale	Transformée de Laplace
	$f(t)$	$F(p)$
Linéarité	$a.f_1(t) + b.f_2(t)$	$a.F_1(p) + b.F_2(p)$
Dérivation	$f'(t)$	$p.F(p) - f(0)$
Dérivation d'ordre n	$f^n(t) (n > 0)$	$p^n.F(p) - p^{n-1}f(0^+) - \dots - pf^{(n-2)}(0^+) - f^{(n-1)}(0^+)$
Intégration	$\int f(t).dt$	$\frac{F(p)}{p}$
Retard	$f(t - \theta)$	$e^{-\theta p}.F(p)$
Changement d'échelle	$f(at)$	$\frac{1}{a}.F\left(\frac{p}{a}\right)$

Tableau. Transformées usuelles.

Quatre théorèmes sont ensuite présentés :

« Théorème de la valeur finale :  $\lim_{p \rightarrow 0} p.F(p) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$

Théorème de la valeur initiale  $\lim_{p \rightarrow \infty} p.F(p) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t)$

Théorème de Borel :

Si  $f(t)$  et  $g(t)$  ont respectivement pour transformée de Laplace  $F(p)$  et  $G(p)$ , alors  $h(t) = f(t) * g(t)$  a pour transformée :  $H(p) = F(p).G(p)$ .

Théorème du développement de Heaviside :

Pour trouver l'originale d'une fraction rationnelle  $F(p)/G(p)$ , où le degré de  $F(p)$  est inférieur au degré de  $G(p)$ , on la décompose en éléments simples de première espèce, et l'on

applique la formule :  $LP\left[\frac{t^{k-1}}{(k-1)!}e^{at}\right] = \frac{1}{(p-a)^k}$  » (p.11)

Ces propriétés et les théorèmes évoquent P(M) par la notion de Théorème notamment mais aucun des ces éléments n'est démontré. Les théorèmes de Borel et du développement de Heaviside sont considérés ici, contrairement aux deux autres cours. Le développement de Heaviside est un élément technologique associé à la fonction de transfert et on pourra dire qu'il synthétise la technique mise en place pour résoudre l'équation différentielle.

Il faut donc noter la présence d'un ensemble technologique plus développé que dans les autres cours : nous ferons le choix de considérer qu'il constitue par son insistance une invocation de P(M) (V2), invocation d'une théorie non enseignée mais dont on va utiliser plus de ressources que dans les cours 1 et 2 pour justifier les techniques, sans chercher à proposer des justifications plus locales pour le domaine restreint d'usage abordé.

Ici, il n'y a pas de référence explicite à P(DI) ou à Ip, les éléments présentés sont des éléments relevant de la technologie théorique des techniques qui vont être utilisées pour étudier les systèmes, leur fonctionnalité n'est pas mise en avant. De ce fait, nous considérons que le rôle de ces éléments est strictement de validation des techniques.

### c) Transformées usuelles

Les transformées usuelles sont présentées sous forme de table. Un discours est produit pour mettre en évidence l'efficacité de cette table ainsi que les propriétés et les théorèmes sur des fonctions déjà connues :

« Il est souvent plus simple de calculer la Transformée de Laplace d'une fonction à partir de la transformée connue d'une autre fonction en utilisant les propriétés et théorèmes énoncés [...]. A partir des quelques résultats de base, on peut ainsi retrouver rapidement les Transformées de Laplace de la plupart des fonctions utilisées en électronique ou en automatique dans les asservissements. Afin d'éviter le calcul systématique de ces fonctions de base, on les regroupe dans des tables de Transformées de Laplace » (p.11)

La table est présentée dans l'Annexe 2 sous le titre : « Table des transformées de Laplace à l'usage des automaticiens et électroniciens ». On notera l'allusion forte aux professionnels à qui elle s'adresse (P(DIs) ou Ip). Elle comporte 5 pages, ce qui en fait de loin la table la plus complète rencontrée dans les trois cours et elle permet de retrouver de manière efficace les transformées des fonctions utilisées dans les deux domaines considérés. Aucun exemple de démonstration des résultats de la table n'est proposé (V1 ou V0)

Nous analysons ensuite la notion de fonction de transfert et le rapport explicité entre cette notion et la transformée de Laplace.

### IV.3.5 Fonction de transfert

La fonction de transfert est présentée à la suite. Pour en motiver la définition, le cours traite une équation différentielle générale d'ordre  $n$ , simplifiée en fin de calcul sous l'hypothèse de conditions initiales nulles, reprise dans l'énoncé ci-dessous avec l'idée de système initialement au repos :

« Fonction de transfert

La fonction en  $p$ , obtenue en formant le rapport  $Y(p)$  sur  $X(p)$  lorsque le système est initialement au repos, est appelée fonction de transfert du système. On la note généralement

$$H(p) : H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} \text{ » (p.12)}$$

Cette notion permet de déterminer le rapport entre la fonction de sortie et la fonction d'entrée. Notons que ces fonctions sont des transformées. L'intérêt est alors de déterminer la nature de  $H(p)$ . Pour cela, l'auteur réinvestit la notion de « convolution temporelle » déterminant la fonction de sortie à un signal d'entrée quelconque  $x(t)$  :

$$\text{« } y(x) = \int_0^{\infty} x(\tau).h(t-\tau)d\tau = x(t) * h(t) \text{ où } h(t) \text{ est la réponse impulsionnelle du système. »}$$

(p.12)

Pour faire correspondre cette formulation à celle de la fonction de transfert, il faut appliquer la transformée de Laplace à  $y(t) = x(t) * h(t)$ . Dans le cours, on applique le théorème de Borel et on l'obtient :  $Y(p) = X(p)LP[h(t)]$ . Ce résultat est institutionnalisé :

« La fonction de transfert  $H(p)$  d'un système scalaire<sup>74</sup>, linéaire et invariant, est égale à la transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle  $h(t)$  de ce système :  $H(p) = LP[h(t)]$  » (p.12)

On peut noter que deux résultats très forts et non démontrés (le théorème de la convolution temporelle et le théorème de Borel) ont été utilisés pour obtenir ce résultat. Or, on a vu dans le cours 2 qu'il suffit de montrer que la transformée de Laplace de la distribution de Dirac est la fonction constante 1 pour obtenir le résultat annoncé ici. Ce cours semble donc chercher à se rapprocher d'un cadre théorique le plus proche possible de ce qui est aujourd'hui légitimé dans P(M) en utilisant les résultats les plus généraux possibles.

La notion de fonction de transfert est illustrée par l'exemple précédemment rencontré d'un circuit RLC (T2). Il est intéressant de constater que ce chapitre se termine par un rappel de relations dites fondamentales en électricité et en mécanique qui dans le processus de modélisation de systèmes relevant de ces contextes se traduiront par des équations différentielles.

La technique de traitement des équations différentielles est illustrée pour les équations de premier ordre dans le chapitre 5.

$$\tau \cdot \frac{dy}{dt} + y = K \cdot x$$

La signification de  $\tau$  et  $K$  est explicitée par rapport à P(DIg), de la même manière que dans les cours 1 et 2,  $\tau$  est donc la constante du temps et  $K$  le gain statique du système, c'est-à-dire le gain en régime permanent. La technique présentée repose sur la détermination de la fonction de transfert :

« En appliquant la transformée de Laplace à cette équation :

$$\tau Y(p) - \tau y(0^+) + Y(p) = KX(p)$$

Lorsque les conditions initiales sont nulles :  $(\tau p + 1)Y(p) = KX(p)$

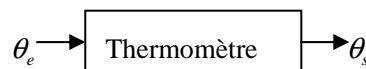
$$H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K}{1 + \tau p}$$

La fonction de transfert du système est alors :

Cette fonction de transfert possède un pôle simple :  $-1/\tau$  » (p.27)

A la différence de deux autres cours, ici la technique de la mise en équation est contextualisée à partir de l'exemple suivant de type T2 :

« Exemple :



Soit un thermomètre à mercure placé dans une ambiance à la température  $\theta_e$ . Si l'appareil est précis, au bout d'un temps assez long, il indiquera une température  $\theta_s = \theta_e$ . C'est le régime permanent pour lequel le mercure est à la température ambiante. Si  $\theta_e$  varie rapidement,  $\theta_s$  est

<sup>74</sup> Un système scalaire est celui qui a une entrée et une sortie.

relié à  $\theta_e$  par une équation différentielle traduisant le fait que, d'une part, pendant un temps  $dt$ , la quantité de chaleur  $dQ$  échangée avec le mercure est proportionnelle à la différence  $\theta_e - \theta_s$  et que, d'autre part, la vitesse avec laquelle s'effectue la dilatation du mercure  $d\theta_s/dt$  est proportionnelle à la quantité de chaleur échangée :

$$dQ = k_1(\theta_e - \theta_s).dt \text{ et } \frac{d\theta_s}{dt} = k_2 \cdot \frac{dQ}{dt}$$

$$\text{soit : } \frac{1}{k_1 k_2} \cdot \frac{d\theta_s}{dt} + \theta_s = \theta_e \quad \text{avec : } \tau = \frac{1}{k_1 k_2} \gg (\text{p.27})$$

On notera que différentes étapes de la mise en équation sont présentées, le schéma modélisant la fonction d'entrée et la fonction de sortie est contextualisé pour ce système. Le phénomène du fonctionnement du thermomètre ici traité est modélisé à partir des relations entre les fonctions d'entrée et sortie donnant lieu à la mise en équation. Autrement dit, l'auteur veut rendre transparente la technologie associée à la technique pour se ramener au modèle d'une équation différentielle du premier ordre. Remarquons que la notation utilisée pour les fonctions d'entrée et sortie n'est pas celle de l'équation présentée comme modèle, mais celle qui était déjà utilisée dans d'autres exemples faisant intervenir la température comme variable.

La technique mathématique est donc utilisée dans le traitement complet d'une tâche relevant d'une DI spécialisée (T2).

#### IV.3.6 Etude des réponses

Cet exemple permet de réinvestir les techniques pour étudier le comportement d'un système à partir des fonctions d'entrée : impulsion, échelon unitaire et rampe.

Le but ici est de montrer la technique mathématique pour réaliser l'étude du système :

« Réponse impulsionnelle.

La réponse impulsionnelle du système est donnée par :  $h(t) = LP^{-1}[H(p)]$

$$\text{Soit : } h(t) = LP^{-1}\left[\frac{K}{\tau p + 1}\right] = \frac{K}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} \cdot u(t)$$

On constate d'après cette expression que le système est stable si  $\tau > 0$

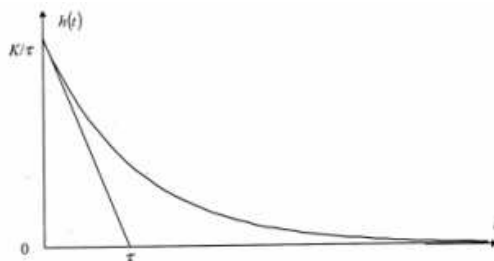


Figure 96. Réponse impulsionnelle.

Le graphe constitue un appui visuel de la stabilité du système. La réponse indicielle est ensuite montrée.

« Réponse indicielle.

Cette réponse est obtenue pour  $x(t) = u(t)$ , soit  $X(p) = 1/p$ . On peut ici calculer son expression littérale :

$$w(t) = LP^{-1}[H(p)/p] = LP^{-1}\left[\frac{K}{p(\tau p + 1)}\right] = \frac{K}{\tau}(1 - e^{-t/\tau})u(t) \quad (w(t) = 0 \text{ pour } t < 0)$$

d'où :  $w(t) = K(1 - e^{-t/\tau})u(t)$

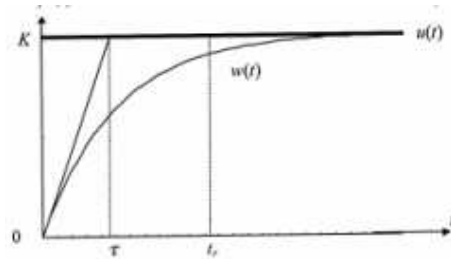


Figure 97. Réponse indicielle

La pente à l'originale est égale à  $K/\tau$ .

Le temps de réponse à 5% est à peu près égal à  $3\tau$  » (p. 28)

Le discours du cours 1 soulignait que ces réponses sont transitoires, elles modélisent une transition du système, ici l'accent est mis sur la stabilité du système. De ce fait et contrairement aux deux autres cours, « le temps de réponse » n'est pas calculé, il est seulement approché, sans aucune justification. De même, l'affirmation concernant la pente à l'origine et la localisation de la valeur  $\tau$  en lien avec la tangente ne sont l'objet d'aucun traitement mathématique. On aborde ensuite la réponse à une rampe, ce qui donne l'occasion d'utiliser la méthode de décomposition en éléments simples

« Réponse à une rampe

Cette réponse est obtenue pour  $x(t) = a.t.u(t)$

On a  $X(p) = a/p^2$ , et :  $Y(p) = \frac{K}{\tau} \cdot \frac{1}{p + 1/\tau} \cdot \frac{a}{p^2}$

d'où :  $y(t) = \frac{K.a}{\tau} \tau^2 \left( e^{-t/\tau} + \frac{t}{\tau} - 1 \right) u(t)$

Démonstration de ce dernier calcul suivant une méthode (parmi plusieurs) :

Méthode des fractions rationnelles :

Si  $Y(p)$  se présente sous la forme  $M(p)/N(p)$ , dont le dénominateur est de degré égal ou supérieur à celui du numérateur, ce qui est le cas ici, on peut décomposer  $Y(p)$  en fraction rationnelles :

$$Y(p) = \frac{A_{11}}{(p - p_1)^n} + \frac{A_{12}}{(p - p_1)^{n-1}} + \dots + \frac{A_{1n}}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_2} + \frac{A_3}{p - p_3}$$

où  $p_1$  est un pôle multiple de  $Y(p)$  de multiplicité  $n$ ,  $p_2, p_3$  des pôles simples de  $Y(p)$ .

Les différents coefficients de la décomposition se calculent suivant les relations :

$$A_{11} = \left| (p - p_1)^n . Y(p) \right|_{p=p_1}$$

$$A_{12} = \left| \frac{d}{dp} (p - p_1)^n . Y(p) \right|_{p=p_1}$$

$$A_{13} = \left| \frac{1}{2} \frac{d^2}{dp^2} (p - p_1)^n . Y(p) \right|_{p=p_1}$$

...

$$\text{Dans notre cas, on a : } Y(p) = \frac{A_{11}}{p^2} + \frac{A_{12}}{p} + \frac{A_2}{p+1/\tau}$$

avec :

$$A_{11} = \left| p^2 \cdot \frac{K.a}{p^2 (\tau.p+1)} \right|_{p=0} = K.a$$

$$A_{12} = \left| \frac{d}{dp} \cdot \frac{K.a}{\tau.p+1} \right|_{p=0} = \left| \frac{-K.a.\tau}{(\tau.p+1)^2} \right|_{p=0} = -K.a.\tau$$

$$A_2 = \left| \frac{K.a}{2.p.(\tau.p+1) + \tau.p^2} \right|_{p=-1/\tau} = K.a.\tau$$

$$\text{Finalement : } Y(p) = \frac{K.a}{p^2} + \frac{K.a.\tau}{p} + \frac{K.a.\tau}{p+1/\tau}$$

$$\text{Ce qui donne : } y(t) = K.a.t - K.a.\tau + K.a.\tau.e^{-t/\tau} \gg (\text{pp.30-31})$$

La technique est décrite dans un cas plus général que celui qui est ici à traiter (pôle d'ordre n alors qu'on a un pôle d'ordre 2, deux pôles simples alors qu'il n'y a dans l'exemple qu'un seul pôle simple). De plus la technique donne un moyen pour déterminer les différentes constantes qui interviennent. Aucun élément de cette technique n'est validé : de nouveau, ce cours veut utiliser au maximum les savoirs mathématiques existants mais il ne les valide pas autrement qu'en évoquant P(M) par le langage et le formalisme utilisé, ou, pourrait-on considérer, en l'invoquant par le caractère très formel et général du résultat énoncé.

On peut noter que la table fournie dans l'annexe 2 donnait directement le résultat ; peut-être faut-il voir dans la démonstration précédente l'occasion d'apporter la preuve non fournie dans cette annexe de l'un des résultats donné dans la table.

### IV.3.7 Synthèse du cours 3

Ce cours, comme nous l'avons souligné au début de l'analyse, est le cours d'orientation la plus théorique dans le sens suivant : il mobilise de multiples outils directement issus des théories mathématiques (produit de convolution utilisé pour énoncer un théorème donnant la fonction de sortie correspondant à une fonction d'entrée quelconque, formule d'inversion pour la transformée de Laplace, Théorème de Borel permettant de lier produit de convolution et produit des transformées de Laplace, théorème du développement



de Heaviside qui est en fait la technique d'inversion liée à la décomposition en éléments simples). La théorie des distributions est même évoquée mais l'auteur renonce néanmoins à y recourir pour définir la distribution de Dirac qu'il définit d'une manière moins formelle mais sans doute plus facile à comprendre par passage à la limite. Nous avons également constaté un certain effort de précision des hypothèses dans le théorème d'inversion. L'appareil technologique semble donc correspondre à une recherche de proximité avec P(M). Mais ces résultats ne font l'objet d'aucune démonstration. Par ailleurs ils sont parfois utilisés dans des cas très simples où des démonstrations plus accessibles sont possibles. Enfin, les résultats relevant des mathématiques sont énoncés dans le langage des mathématiques.

Contrairement au cours 2, ce cours ne cherche pas à aider les étudiants dans leur utilisation des techniques présentées. Si certains éléments de motivation apparaissent, ils sont rares.

Ce cours s'inscrit par contre clairement dans la perspective d'un cours sur les asservissements.

Il consacre du temps au processus de modélisation. A la différence des deux autres cours, il introduit très tôt le schéma fonctionnel (schéma bloc) comme un élément clé de la modélisation, par l'exemple du chauffage d'un immeuble, explicitement référé à la profession de chauffagiste. La mise en équation est également abordée et la double dimension – utilisation de connaissances scientifiques pour établir des lois, expérimentations sur le terrain pour déterminer les paramètres- est présentée. L'équation différentielle constitue un modèle général, un élément qui permettra, à partir des techniques associées, de réaliser les asservissements. La transformée de Laplace est vue ici comme l'élément qui permet le passage de l'équation différentielle à la fonction de transfert et ensuite au schéma bloc. Plusieurs exemples relevant d'une Discipline Intermédiaire spécifique sont intégralement traités, ce qui n'était pas le cas dans les deux autres cours (chauffage d'un immeuble, circuit RLC, mesure de température et –annexe 1- choc élastique de 2 boules) ; une interprétation des effets de la convolution en termes de différence entrée-sortie dans le contexte des appareils de mesure est également proposée. Cependant, cette prise en compte de l'étude des conditions réelles en situations professionnelles ou au niveau des DIs n'est pas du tout développée dans la partie consacrée aux réponses temporelles.

#### IV.4 Tableaux Récapitulatifs

Pour finaliser notre analyse des institutions E(DI), nous présentons trois tableaux récapitulatifs montrant la distance de chaque cours à P(M) et à P(DI). Dans ces tableaux nous considérons les éléments à partir desquels nous avons effectué notre analyse. Ces derniers constituent la première colonne. Dans la deuxième colonne apparaissent les éléments permettant de mesurer la distance à P(M) : niveaux de validation (**V3, V2, V1 et V0**) et Mise en Œuvre (**MO 2, MO 1 et MO 0**).

Distance à P(M)	
Validation	Mise en œuvre de la technique
V3 convocation	MO 2 démarche mathématique
V2 invocation	MO 1 démarche influencée par DI
V1 évocation	MO 0 Manque de rigueur
V0 ignorance	

Tableau 11. Distance à P(M).

Dans la troisième colonne apparaissant les éléments permettant de mesurer la distance à P(DI) et Ip, le langage relevant de ces institutions et la nature des tâches (**T3**, **T2**, **T1** et **T0**). Finalement dans la quatrième colonne apparaissant les fonctions de la composante  $\theta^p$  de la technologie.

Distance à P(DI) et Ip	
Nature des tâches faisant intervenir DI	
T3 tâches contextualisées	convocation de Ip
T2 tâches relevant de P(DIs)- convocation P(DIs)	invocation de Ip
T1 tâches relevant de P(DIs)convocation P(DIg)	évocation de Ip
T0 tâches purement mathématiques	ignorance de Ip

Tableau 12. Distance à P(DI) et Ip.

Nous obtenons donc les tableaux suivants :

COURS 1			
Eléments analysés	Distance à P(M)	Distance à P(DI)	Fonctions de $\theta^p$
Introduction	Automatique comme théorie mathématique	Evocation rapide de 2 exemples de types <b>T2</b>	Motivation, évaluation
Linéarité	<b>P(M)</b> quasiment ignorée	<u>Linéarité physique</u> . Définie étroitement par les caractéristiques des systèmes faisant intervenir un langage de <b>DI</b> ou <b>Ip</b> :cause-effet	
Transformée de Laplace			
Introduction		motivation pratique proche de DI	Motivation
Définition	<b>V0</b> : la question de l'existence de l'intégrale n'est pas posée		

Transformée inverse	<b>V0</b> : l'existence est qu'implicitement affirmée au moment de la définition.	Utilisation à partir de la table	
Propriétés fondamentales	<b>V1</b> : les démonstrations ne sont pas présentées, $P(M)$ est évoquée par le formalisme et la notion de théorème	langage de DI retard, échelle...	
Transformées usuelles	<b>V3</b> : Mais les démonstrations ne figurant pas dans le polycopié, on ne peut évaluer le niveau de MO	Restriction aux fonctions utiles pour DI (échelon unitaire, rampe $t$ , impulsion $\delta(t)$ )	
Fonction de transfert	<b>V3</b> Présentation à partir du cas général	<b>T0</b> Exemple decontextualisé	
Réponse échelon-unitaire	Calcul du temps de réponse ( <b>M0 1</b> )	<b>T1</b> (DIg) Le seuil à 0,95 validé par $P(DI)$ ou $I_p$	
Réponse à une rampe		<b>T1</b> seulement une condition $A=1$	
Réponse impulsionnelle		<b>T0</b>	
Réponse quelconque	Point non abordé		

COURS 2			
Eléments analysés	Référence à $P(M)$	Référence à $P(DI)$	Fonctions de $\theta^p$
Introduction au cours	<b>évo</b> cation de $P(M)$ liée à l'idée de modèle mathématique d'une situation d'asservissement	Motivation du cours par rapport aux tâches <b>T1</b> relevant de <b>DIg</b> évocation de <b>DI</b> s par des tâches <b>T2</b> Langage de <b>DIg</b> motivation pratique faisant intervenir <b>DIg</b>	Motivation
Linéarité	Notion qui n'est pas abordée		
Transformée de Laplace			Motivation
Introduction	Motivation : commodité dans la résolution d'équations différentielles	motivation par rapport aux tâches de <b>P(DI)</b>	
Définition	<b>V0</b> (cf. cours 1)	évocation de <b>DI</b> s à partir des exemples	

Propriétés fondamentales	<b>V3 – MO 0</b> les démonstrations sont présentées mais elles sont centrées sur les aspects « calculatoires » <b>MO 0</b> -les fonctions Motiver et Evaluer font référence à des tâches de <b>P(M)</b> et <b>P(DIg)</b>	-le langage s'approche de <b>P(DIg)</b> pour produire des règles d'action -référence à <b>P(DIg)</b> pour justifier les conditions initiales nulles -Exemples relevant des <b>P(DIs)</b> et de nature <b>T2</b>	
Dérivée et intégrale			Description de la technique, Motivation, Evaluation
Retard et fonction amortie	<b>V3 - M0 2</b>	Interprétation des résultats en référence à <b>DIg</b>	
Transformées usuelles	<b>V3</b>	Restriction aux fonctions utiles pour DI (échelon unitaire, rampe t, impulsion $\delta(t)$ <b>P(DIg)</b> )	Favoriser la technique
Transformée inverse	<b>V1</b> : présentation de la méthode de résidus sans preuve Tables des TL inverses sans preuve	La table des transformées inverses est motivée par son adéquation aux besoins de <b>DIg</b>	
Fonction de transfert	Introduction en acte dans les cas particuliers liés aux propriétés de la transformée de Laplace relatives à la dérivée et à l'intégrale  <b>V3</b> présentation de la fonction de transfert à partir d'une équation différentielle d'ordre n	Langage sur l'opérationnalité des propriétés qui s'approche de <b>P(DI)</b>  Les fonctions de transfert de l'échelon de position, de vitesse et d'accélération	Explication
Réponse échelon-unitaire	-Technique pour le calcul des constantes A et $\tau$  -Formule de Bureau <b>V3</b> et <b>MO 2</b>	<b>T1</b> voire <b>T2</b> L'interprétation fait intervenir <b>P(DIg)</b>  Motivée par <b>P(DIs)</b>	Motivation
Réponse à une rampe	Fait intervenir la propriété de la valeur finale <b>MO 2</b>	<b>T1</b> conditions A=1, A<1, A>1 Contextualisation des tâches <b>P(DIg)</b> et <b>P(DIg)</b> et éléments de <b>Ip</b>	Favoriser la technique
Réponse impulsionnelle	Calcul du temps de réponse <b>MO 2</b>	<b>T1</b>	
Technique pour trouver la	La méthode de résidus est présentée pour	Dans les exemples, la transformée de Laplace	

réponse $y(t)$ d'un système	déterminer $y(t)$ en rapport avec les régimes permanent et transitoire, ceci de manière générale mais pour les cas particuliers précédents, utilisation de la table Notion de convolution, <b>V1</b> par le formalisme	inverse est trouvée à partir de la table, efficacité de résolution technique contextualisée en <b>P(DIg)</b> (rôle privilégié aux réponses impulsionnelle et échelon unitaire)	
--------------------------------	---	--	--

COURS 3			
Eléments analysés	Référence à <b>P(M)</b>	Référence à <b>P(DI)</b>	Fonctions de $\theta^p$
Introduction au cours	<b>évocation</b> de <b>P(M)</b> par le formalisme de la définition générale de système	Contextualisé dans <b>P(DIg)</b>  Exemples <b>T2</b> relevant de <b>DIg</b> et <b>DI</b> s	
Linéarité	<b>V1 évocation</b> de <b>P(M)</b> par le vocabulaire	<b>évocation</b> de <b>DI</b> pour la formulation « principe de superposition »	Motivation
Fonctions / Distributions	<b>V2</b> Théorie des distributions (Annexe) distributions explicitées comme de passages à la limite de suites de fonctions continues et dérivables	contextualisées par un exemple <b>T2</b> relevant de la mécanique pertinence de l'approche par les limites en référence à <b>DI</b>	
Convolution	<b>V1 évocation</b> de <b>P(M)</b> par la notation	-notion fortement contextualisée en <b>P(DIg)</b> , elle permet d'obtenir la réponse $y(t)$ à une fonction d'entrée $x(t)$ arbitraire -la technique associée est présentée à partir d'un exemple <b>T2</b> relevant de <b>DI</b> s (électricité) -une interprétation de	

		cette notion au niveau de <b>DI</b> s voire <b>Ip</b>	
Transformé de Laplace			Motivation
Introduction	Motivée pour résoudre des équations différentielles		
Définition	<b>V1</b> voire <b>V2</b> -des hypothèses concernant $f$ sont précisées -la convergence de l'intégrale de la transformée reste implicite		
Propriétés fondamentales	<b>V2</b> Les théorèmes et propriétés ne sont pas démontrés mais le choix et le nombre de théorèmes généraux invoquent <b>P(M)</b>	pas de référence	
Transformées usuelles	<b>V0</b> ou <b>V1</b> : Les transformées sont présentées sous forme de table dans l'une des annexes, aucune preuve	La table très complète (5 pages) fait une forte allusion à <b>P(DI)</b> s ou à <b>Ip</b>	
Transformée inverse	<b>V1</b> voire <b>V2</b> -conditions nouvelles (par rapport à la définition) concernant $f$ , conditions de convergence de l'intégrale sont précisées		
Fonction de transfert	<b>V3</b> fait intervenir la notion de convolution et le théorème de Borel, qui n'ont pas été démontrés Cherche à s'approcher du cadre le plus légitime de	Cette notion est illustrée par un exemple du type <b>T2</b>  illustrée dans le traitement d'une	

	P(M)  <b>V1</b> Technique issue de cette notion pour trouver $y(t)$ à partir de l'équation différentielle	tâche relevant d'une <b>DI</b> <b>T3</b> étape de la modélisation	
Réponse échelon-unitaire	Technique générale pour les éléments simples qui n'est pas validée mais qui <b>évoque</b> voire <b>invoque</b> P(M) par le langage et le formalisme utilisé et le niveau de généralité du résultat	La présentation des réponses est faite à partir des tâches <b>T1</b>	
Réponse à une rampe			
Réponse impulsionnelle			

Les choix d'élaboration des trois cours peuvent ainsi être traduits et synthétisés en termes de distances à P(M) et à P(DI) et Ip.

Distances par rapport à P(M) :

- Présenter un corpus technologique  $\theta^{\text{th}}$  minimal (nombre minimal de définitions et théorèmes), réduit à ce qui est nécessaire pour justifier les résultats utilisés dans le domaine d'application lié à la discipline DI vs présenter les théorèmes les plus généraux qui permettent de justifier ces mêmes résultats : le cours 1 fait le choix 1, le cours 3 le choix 2 et le cours 2 est entre les deux (il dit clairement que pour retrouver l'originale la table (très complète) est la méthode opérationnelle plus que celle des résidus ; il n'évoque la convolution qu'à la fin)
- Démontrer les théorèmes présentés –V3- (un certain nombre d'entre eux) ou pas et dans le second cas, faire de manière plus ou moins explicite référence à l'existence d'une théorie mathématique qui valide (V2 vs V1 voire V0) : le cours 3 présente ainsi l'ensemble le plus riche de résultats mais donne le moins de démonstrations. Le cours 2 se situe plutôt du côté de la convocation (validation par démonstration) mais on peut noter qu'il fournit des démonstrations relativement peu préoccupées des différents points de rigueur (MO 1). Le cours 1 présente quelques démonstrations mais moins que le cours 2 et on n'a pas pu juger les raisonnements.
- Au cours des différentes mises en œuvre des techniques, pour les tâches plus simples, utiliser les techniques mathématiques les plus sophistiquées disponibles chez les étudiants ou non (MO 3 ou MO 2) : premier cas pour le cours 2, second cas pour le cours 1, le cours 3 ne nous donne pas l'occasion de renseigner cette dimension.

Distances par rapport à P(DI) et Ip :

- Illustrer le cours par des exemples renvoyant à des contextes spécialisés (T2), au contexte générique de l'automatisme (T1) ou seulement à des tâches mathématiques

(T0) : le cours 3 est celui qui traite le plus d'exemples spécialisés, le cours 2 s'en tenant surtout au niveau générique ; quant au cours 1, il ne fait presque pas référence au contexte des DI, même générique dans les tâches traitées.

- Interpréter les résultats ou les hypothèses mathématiques en lien avec DI : la définition de l'impulsion comme la limite d'une suite de fonctions paires positives dont le support  $[-t_m, t_m]$  tend vers  $\{0\}$  (cours 3), justification des conditions initiales nulles (cours 2), la motivation de la formule de Bureau et les réflexions sur l'effet de traînage à propos de la réponse à une rampe (cours 2). On constate d'ailleurs que c'est le cours 2 dont les interprétations en lien avec DI occupent une place beaucoup plus importante que dans les autres cours. Cela est également mis en évidence par la quatrième colonne qui montre les fonctions de  $\theta^p$  qui interviennent dans ce cours.

## V Conclusion

Les analyses de ces trois cours nous permettent de les comparer et de mettre en évidence les choix d'élaboration à travers la distance aux institutions P(M), P(DI) et Ip.

Un premier élément est la nature de document des cours analysés ; les cours 2 et 3, ressources en ligne, sont caractérisées par une richesse des discours, contrairement au cours 1 qui est un document d'appui du cours oral.

Un deuxième élément qui semble peser sur les choix faits en référence à P(M) est le rapport que les étudiants entretiennent avec les mathématiques. Un cours s'adressant à des étudiants avec un rapport négatif avec les mathématiques peut avoir recours à des mathématiques élémentaires, techniques simples et des technologies réduites qui permettant une entrée dans la discipline intermédiaire.

Le cours 1 présente ainsi une définition de la transformée de Laplace dont l'existence n'est pas problématisée et la transformée inverse reste complètement implicite. L'auteur de ce cours fait intervenir la notion de fonction de transfert, sans faire intervenir la convolution, ni la distribution delta Dirac autrement que dans les tables des transformées et les techniques restent locales pour l'étude des réponses. Ce cours ne fournit pas une formule pour trouver la réponse d'un système à une fonction d'entrée arbitraire. Le « schéma bloc » ne figure pas dans la configuration du cours et de ce fait il n'y a pas de lien avec les logiciels comme Matlab utilisés pour réaliser les asservissements comme dans le cas du projet 3. Le cours 2 est confronté à la même situation que le cours 1, mais l'auteur de ce cours se propose de rendre intelligibles les praxéologies mathématiques intervenant ainsi que de rassurer les étudiants-utilisateurs sur la difficulté des techniques mathématiques. L'accent est donc mis sur l'intérêt des éléments mathématiques pour l'asservissement des systèmes et sur la commodité de ces éléments.

Remarquons tout particulièrement le choix fait pour aborder la transformée inverse de Laplace, en présentant la « méthode des résidus » dérivée du théorème des résidus. Cependant, le théorème n'est pas présenté et la méthode est decontextualisée de son habitat mathématique : elle est utilisée pour introduire l'étude générale des réponses des systèmes et justifier les techniques utilisées.



Le rôle des technologies mathématiques est celui de justification, mais l'évaluation et le contrôle des techniques sont également associés à des connaissances physiques et à l'expérience.

Ces deux cours 1 et 2 se situent dans des formations plus orientées vers la pratique que le cours 3. Cela semble favoriser une distance à  $P(M)$ , l'intérêt porte sur l'utilisation des techniques pour la pratique. On notera que le cours 2 essaie d'équilibrer les tensions entre la théorie  $P(M)$  et la pratique  $I_p$  en explicitant techniques et technologies et en faisant en même temps apparaître une grande variété d'exemples relevant des  $DIg$  et  $DI$ s, (tâches des types  $T1$  et  $T2$ ). Au contraire, le cours 1 choisit de rester à un niveau de généralité  $DIg$ , sans faire intervenir ni des exemples ni des mises en équations des situations relevant de  $DI$ s ni de  $I_p$ . Le choix par rapport à  $P(M)$  est de favoriser ce qui est « fonctionnel » à un coût mathématique minimal et l'idée de rassurer les étudiants-utilisateurs des mathématiques passe par une dé-mathématisation de la discipline enseignée.

Le cours 3 se différencie de ces deux cours puisqu'il est élaboré au sein d'une institution universitaire dont la proximité à  $P(M)$  fait partie du modèle classique de formation. Le rapport que les étudiants entretiennent avec  $P(M)$  ne pèse pas de manière aussi importante que dans les deux autres institutions.

Le cours 3 a ainsi fait intervenir des notions plus théoriques et des résultats : distribution de Dirac, produit de convolution ; et lorsqu'est abordée la transformée inverse de Laplace à travers une présentation synthétique, il est annoncé que le calcul de l'intégrale sera abordé dans le deuxième cycle à partir de la méthode des résidus. On voit ainsi apparaître le même choix que dans le cours 2. Bien que seulement énoncée, la présentation de la formule d'inversion fait intervenir plus de conditions que dans les deux autres cours. Dans les trois cours, la transformée inverse des fonctions  $f$  intervenantes est faite en utilisant la table des transformées usuelles.

Par ailleurs, la mise en équation  $T3$  et le « schéma bloc » ont une place très importante et c'est d'ailleurs l'unique cours parmi les trois qui en propose. On constate alors une proximité à  $P(DIg)$  et un lien entre  $P(M)$  et  $P(DI)$ .

Finalement, on peut signaler que la présence de survalidations obéit à la nécessité de transposer les mathématiques et de les adapter à une discipline intermédiaire dont les contextes phénoménaux imposent leurs propres contraintes. La survalidation par  $P(DI)$  en prenant une théorie « approximative » d'un point de vue mathématique semble nécessaire pour confirmer que la théorie mathématique permet bien d'aborder les problématiques qui relèvent de cette institution  $P(DI)$ .

## VI Analyse d'un cours de mathématiques E(M)

### VI.1 Introduction

Nous avons exposé précédemment l'analyse de trois cours d'automatique où la transformée de Laplace figure comme une notion fondamentale. Dans notre analyse nous avons montré, à partir des niveaux de référence à P(M) et à P(DI), les effets transpositifs exercés sur la transformée de Laplace dans des institutions E(DI). Dans cette partie, nous nous proposons de compléter notre analyse des institutions étapes en décrivant l'organisation didactique d'un enseignement de mathématiques E(M) abordant cette transformée dans une formation d'ingénieurs. Nous avons choisi de considérer l'enseignement élaboré par l'Ecole des Mines de Nancy, enseigné aussi dans d'autres écoles, comme l'Ecole de Mines de Nantes. La transformée de Laplace y a un habitat au sein du cours de « Fonctions Holomorphes » enseigné au niveau L3 (troisième année de licence) et ceci, comme nous le verrons, influence la présentation qui en est faite. Nous voudrions cependant préciser que cet habitat n'est pas le seul possible dans les enseignements de mathématiques des écoles d'ingénieurs de niveau similaire. La transformée de Laplace y vit souvent dans des cours centrés sur l'analyse de Fourier dans le cadre des espaces  $L_1$  et  $L_2$  et s'appuyant donc sur l'intégrale de Lebesgue ce qui n'est pas le cas dans l'enseignement considéré ici, voire sur la théorie des distributions. Par ses exigences mathématiques, le cours de l'Ecole des Mines, nous semble occuper une position intermédiaire entre ces derniers et les cours que nous avons analysés. C'est pourquoi nous l'avons choisi.

Cet enseignement est élaboré dans une institution qui vise une formation scientifique et technique des futurs ingénieurs destinés à devenir des cadres opérationnels dans l'industrie. Les étudiants intégrant cette formation ont a priori une formation théorique solide puisque l'admission se fait sur concours après la scolarité dans les classes préparatoires aux grandes écoles, et que la réussite au concours des Mines suppose un bon niveau en mathématiques.

Les deux premières années de formation visent à fournir une base théorique générale pour les enseignements de disciplines intermédiaires constituant la formation spécialisée des deux dernières années. L'enseignement de fonctions holomorphes en fait partie. La formation spécialisée peut être, choisie ensuite parmi neuf options dont une est « Automatique et systèmes industriels ».

Notre analyse vise à répondre aux questions suivantes : Comment la notion de transformée de Laplace est-elle présentée dans cette E(M) ? Quelles transpositions en sont faites ? Comment sont-elles opérées ?

Nous faisons l'hypothèse qu'un enseignement général de mathématiques s'assujettit à la contrainte de convoquer P(M), sans toujours se préoccuper d'établir des références explicites aux disciplines intermédiaires DI et à la pratique Ip. Nous nous attendons donc à un texte relativement différent de ceux qui ont été analysés jusqu'ici. Dans ce qui suit, nous allons mettre cette hypothèse à l'épreuve.

Nous allons nous intéresser pour cela en priorité à l'organisation mathématique de cet enseignement et plus précisément à celle qui concerne la transformée de Laplace.

## VI.2 Présentation du cours

Le polycopié du cours est un document conçu pour permettre aux étudiants de suivre le cours magistral et les TD. Il comporte 5 chapitres pour un total de 72 pages et une annexe de deux pages consacrée aux éléments de topologie.

Les cinq chapitres sont les suivants :

1. Définition, exemples
2. La formule de Cauchy et le théorème des résidus
3. Conséquences de la formule de Cauchy
4. Représentation conforme
5. Transformée de Laplace

On voit donc que le chapitre sur la transformée de Laplace est le dernier chapitre du cours.

Le premier chapitre est consacré à la présentation des définitions nécessaires à l'étude des fonctions de variable complexe : notion de limite dans  $\mathbb{C}$ , d'holomorphic, fonction exponentielle et fonctions apparentées ainsi que fonctions logarithmes et puissances. Après quelques rappels sur les intégrales curvilignes, le deuxième chapitre est centré sur les formules de Cauchy, le développement en série de Laurent au voisinage d'un point singulier, le théorème des résidus et ses applications au calcul d'intégrales. Dans le troisième chapitre sont étudiés les rapports entre holomorphic et analyticité, et démontrés le théorème de Rouché et le principe du maximum. Le quatrième chapitre est consacré à la notion de représentation conforme.

Le chapitre cinq de 17 pages est entièrement consacré à la transformée de Laplace. Sa structure suit globalement celle des cours d'automatique : après une brève introduction, des définitions sont données et les propriétés fondamentales énoncées. Suit une partie sur la convolution, un dictionnaire de transformées et l'étude de la question de l'inversion de la transformée. Le chapitre se termine enfin par la présentation de quelques applications.

## VI.3 La transformée de Laplace

### VI.3.1 Introduction à la transformée de Laplace

Le chapitre consacré à la transformée de Laplace débute par la caractérisation de la classe des fonctions avec lesquelles on va travailler comme le montre le titre du premier sous-paragraphe : « La classe des fonctions  $L^+$  ». En ce sens, il se distingue nettement des cours précédents. Cette classe, qui est celle des fonctions localement intégrables sur  $\mathbb{R}$ , nulles sur  $\mathbb{R}^-$  et à croissance au plus exponentielle en  $+\infty$  est définie de manière progressive, et les conditions imposées sont mises en relation avec le contexte de l'étude. Par exemple, pour ce qui est de la condition de nullité, le contexte qui peut être celui d'une discipline intermédiaire générale (DIg) est invoqué de la façon suivante :

« Comme les fonctions que nous manipulerons seront censées décrire l'évolution d'un système au cours du temps, à partir de la connaissance du système au temps initial ou  $t=0$ , seules les valeurs positives de  $t$  nous intéresseront. » (p.57)

Le même contexte sert à justifier, pour des raisons dites de « commodité » la fonction échelon d'Heaviside.

« Au lieu de manipuler des fonctions définies uniquement sur  $\mathbb{R}^+$ , il s'avère plus commode dans la pratique de supposer, **par convention** que les fonctions sont nulles pour  $t < 0$ . Il sera très utile, dans ce contexte, d'introduire la fonction suivante appelée **échelon d'Heaviside** :

$$Y(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases} \quad \text{» (p.57)}$$

Les conditions d'intégrabilité locale sur  $\mathbb{R}$  et de croissance au plus exponentielle sont introduites en invoquant des raisons de possibilité de calcul de la transformée, mais leur raison d'être ne deviendra réellement compréhensible que lorsque la transformée de Laplace sera à son tour définie.

« **Définition 5.1** On dira qu'une fonction  $f$  est à croissance au plus exponentielle en  $+\infty$ , s'il existe des réels  $A$ ,  $c$  et  $M$  tels que

$$\forall t \geq A, \quad |f(t)| \leq Me^{ct} \quad (5.2)^{75}$$

La borne inférieure de l'ensemble de réels  $c$  tel que (5.2) soit satisfait s'appelle **abscisse de convergence** de  $f$  et est notée  $\sigma(f)$ .

[...] On rappelle qu'on dit qu'une fonction  $f$  est localement intégrable sur  $\mathbb{R}$  si  $\int_a^b |f(t)| dt$  est finie, pour tout segment  $[a, b]$  » (p. 57-58)

La classe  $L^+$  est ensuite définie formellement de la manière suivante :

« **Définition 5.2** On notera  $L^+$  la classe des fonctions  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  vérifiant  
 $f$  est nulle sur  $\mathbb{R}^-$   
 $f$  est à croissance au plus exponentielle en  $+\infty$   
 $f$  est localement intégrable sur  $\mathbb{R}$  » (p.58)

La notion d'intégrale sous-jacente est celle de Riemann, même si cela n'est pas précisé. L'auteur du cours mentionne d'emblée la structure d'espace vectoriel de  $L^+$  et insiste sur le fait que les conditions introduites sont peu restrictives puisque toutes les fonctions usuelles rentrent dans le cadre prescrit :

« Il est facile de vérifier que  $L^+$  est un espace vectoriel. Il contient la plupart des fonctions usuelles de la forme  $Y(t)f(t)$  avec  $f$  continue. En effet, pour ne pas être dans  $L^+$ , il faut vraiment avoir un comportement spécial en  $+\infty$ . L'exemple le plus simple d'une fonction qui n'est pas dans  $L^+$  est celui de la fonction  $Y(t)e^{t^2}$  qui tend vers l'infini extrêmement rapidement en  $+\infty$  » (p.58)

<sup>75</sup> Numération du cours.

### VI.3.2 Définition de la transformée

La même attention à la consistance des définitions se retrouve dans celle de la transformée de Laplace:

« **Définition 5.3** Soit  $f$  une fonction de  $L^+$  et  $\sigma(f)$  son abscisse de convergence (cf Définition 5.1). On appelle Transformée de Laplace de  $f$  et on note  $L(f)$  (ou  $F$  quand il n'y aura pas d'ambiguïté), la fonction de la variable complexe définie pour tout  $p$  tel que  $\operatorname{Re}(p) > \sigma(f)$  par

$$L(f)(p) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt} dt \quad (5.3) \gg (p.58)$$

La transformée de Laplace est ainsi définie sur le demi-plan complexe défini par  $\operatorname{Re}(p) > \sigma(f)$  pour lequel la convergence de l'intégrale impropre est assurée. Contrairement aux autres cours analysés, la définition est d'emblée donnée dans le cadre des fonctions d'une variable complexe, ce qui peut être interprété comme un choix découlant naturellement de l'habitat choisi.

La convergence de l'intégrale est ensuite soigneusement démontrée comme le montre l'extrait suivant, en prenant soin de couper l'intégrale en deux pour tenir compte du fait que la majoration exponentielle est asymptotique :

« Justifions en effet que l'intégrale (5.3) est bien convergente quand  $p$  est tel que  $\operatorname{Re}(p) > \sigma(f)$ .

Fixons un réel  $c$  tel que  $\sigma(f) < c < \operatorname{Re}(p)$ . On a  $|f(t)e^{-pt}| = |f(t)|e^{-\operatorname{Re}(p)t}$ . Soit  $A$  le nombre réel intervenant dans la définition de la croissance exponentielle à l'infini.

Découpons l'intégrale en deux :

$$\int_0^{+\infty} |f(t)e^{-pt}| dt = \int_0^A |f(t)|e^{-\operatorname{Re}(p)t} dt + \int_A^{+\infty} |f(t)|e^{-\operatorname{Re}(p)t} dt. \text{ Or}$$

$$\int_0^A |f(t)|e^{-\operatorname{Re}(p)t} dt \leq \max(1, e^{-Ac}) \int_0^A |f(t)| dt < +\infty \text{ car } f \text{ est localement intégrable et}$$

$$\int_A^{+\infty} |f(t)|e^{-\operatorname{Re}(p)t} dt \leq \int_A^{+\infty} Me^{ct} e^{-\operatorname{Re}(p)t} dt < +\infty \text{ car } c - \operatorname{Re}(p) < 0 \gg (p.58)$$

Une fois la convergence de l'intégrale montrée, deux exemples du calcul de transformées sont présentés, le premier porte sur les fonctions puissances  $f(t) = Y(t)t^n$  et le deuxième sur la fonction  $f(t) = e^{\alpha t}$  où  $\alpha$  est un nombre complexe. On notera que le choix de ces exemples n'apparaît pas justifié par des raisons particulières liées au contexte d'usage de la transformée de Laplace, même si le lecteur familier avec ce domaine en devine les raisons (formules de dérivation). Il est seulement mentionné que, dans le cas où  $n$  est nul,  $f$  est la fonction échelon d'Heaviside. Dans chaque cas, la valeur prise par  $\sigma(f)$  est soigneusement justifiée avant que le calcul lui-même ne soit développé : calcul via l'établissement d'une relation de récurrence dans le premier cas, calcul direct dans le deuxième cas.

### VI.3.3 Propriétés de la transformée

La première propriété est celle de l'holomorphie qui ne pouvait être abordée dans aucun des cours d'automatique analysés puisque l'on s'y limitait à des fonctions de variable réelle. Cette propriété, présentée comme le théorème 5.1, est signalée dans cet enseignement comme étant l'une des propriétés fondamentales de la transformée de Laplace. On voit donc encore une fois la façon dont l'habitat choisi influence cet enseignement.

« **Théorème 5.1**

Soit  $f \in L^+$ , alors la fonction  $F(p) = L(f)(p)$  est holomorphe sur le demi-plan ouvert  $\{p \in \mathbb{C}, \operatorname{Re}(p) > \sigma(f)\}$ . Sa dérivée est

$$F'(p) = L(-tf)(p) = \int_0^{\infty} (-t)f(t)e^{-pt} dt. \quad \text{» (p.59)}$$

La démonstration de ce théorème fait intervenir le théorème suivant dit « d'holomorphie sous le signe somme ». Celui-ci est enseigné dans le chapitre 3 du cours et est exprimé avec des termes relevant de la théorie de la mesure :

« **Théorème** (Holomorphie sous le signe somme) Soit  $I$  un intervalle (borné ou non) de la droite réelle et  $\Omega$  un ouvert du plan complexe. On considère une fonction  $f(t,z)$  définie sur  $I \times \Omega$  à valeurs de  $\mathbb{C}$  et qui vérifie

(i)  $t \rightarrow f(t,z)$  est mesurable pour tout  $z \in \Omega$  et  $z \rightarrow f(t,z)$  est holomorphe pour presque tout  $t \in I$

(ii) Il existe une fonction  $g(t)$  positive, intégrable sur  $I$  telle que  $|f(t,z)| \leq g(t)$  pour tout  $z \in \Omega$ .

Alors la fonction définie sur  $\Omega$  par  $F(z) = \int_I f(t,z) dt$

est holomorphe dans  $\Omega$  et sa dérivée est donnée par  $F'(z) = \int_I \frac{\partial f}{\partial z}(t,z) dt$  » (p.39)

Mais on voit bien que l'auteur du cours, quand il présente ce théorème, ne suppose pas les étudiants familiers avec la théorie de la mesure. Il ajoute en effet le commentaire suivant :

« Ce Théorème est du domaine de la théorie de la mesure que certains d'entre vous ont un peu abordé l'an dernier. Il se démontre à l'aide du Théorème de convergence dominée de Lebesgue, nous ne le ferons pas ici. Si le vocabulaire employé ci-dessus vous est complètement étranger, remplacez *mesurable* par *continue*, *pour presque tout* par *pour tout* et rappelez-vous que  $g$  intégrable sur  $I$  signifie simplement que  $\int_I |g(t)| dt$  est finie. » (p.39)

Après cette propriété d'holomorphie, l'auteur en vient plus classiquement à la propriété de linéarité de la transformée de Laplace, justifiée en invoquant la linéarité de l'intégrale. On notera ici encore qu'est précisée la partie du plan complexe sur laquelle on est assuré que l'égalité produite fait sens.

« Linéarité

Si  $f$  et  $g$  sont deux fonctions de  $L^+$  et  $\alpha, \beta$  deux réels, on a immédiatement par linéarité l'intégrale :

$$L(\alpha f + \beta g) = \alpha L(f) + \beta L(g) \quad (\text{définie pour } \Re(p) > \max(\sigma(f), \sigma(g))) \gg (\text{p.60})$$

Les propriétés suivantes sont elles aussi identiques à celles présentées dans les cours d'automatique et le même langage est utilisé pour les identifier : décalage, retard, changement d'échelle, transformée d'une dérivée. Dans chaque cas, elles sont démontrées en suivant la même technique. Celle-ci consiste à prouver d'abord que la fonction  $f$  considérée dans chacune d'elles appartient bien à la classe de fonctions  $L^+$ , puis à invoquer ensuite les propriétés des intégrales généralisées et des techniques de calcul comme changement de variable et intégration par parties pour justifier les formules obtenues. En revanche, les calculs eux-mêmes ne sont pas détaillés. On a donc, même si les propriétés sont identiques et formulées dans les mêmes termes, une présentation sensiblement différente : toujours concise mais où l'accent est mis sur l'existence des objets manipulés et les principes qui vont permettre le bon fonctionnement des calculs plus que sur les calculs eux-mêmes.

#### « Décalage

Si  $f$  est dans  $L^+$  et  $a \in \mathbb{R}$ , on voit facilement que  $t \rightarrow e^{at} f(t)$  est encore dans  $L^+$  (avec une abscisse de convergence qui devient  $\sigma(f) + a$  et on a immédiatement

$$L(e^{at} f(t))(p) = L(f)(p - a)$$

#### Retard

Si  $f$  est dans  $L^+$  et  $t_0 \geq 0$ , on voit facilement que  $t \rightarrow f(t - t_0)$  est dans  $L^+$  et on a immédiatement par changement de variable (n'oubliez pas que  $f$  est nulle sur  $[-t_0, 0]$ )

$$L(f(t - t_0))(p) = e^{-pt_0} L(f)(p)$$

#### Changement d'échelle

Si  $f$  est dans  $L^+$  et  $a > 0$ , on voit facilement que  $t \rightarrow f(at)$  est encore dans  $L^+$  et on a immédiatement par changement de variable

$$L(f(at))(p) = \frac{1}{a} L(f)\left(\frac{p}{a}\right)$$

#### Transformée d'une dérivée

Soit  $f$  une fonction de  $L^+$ , dérivable, et supposons que sa dérivée soit encore dans  $L^+$  (c'est presque toujours le cas, mais une fonction comme  $f(t) = \cos(e^{t^2})$  fournit un contre-exemple) avec la même abscisse de convergence :  $\sigma(f) = \sigma(f')$ . Supposons également que  $f$  possède une limite à droite en 0 que nous noterons  $f(0^+)$ . Alors on a immédiatement grâce à une intégration par parties (comme  $f \in L^+$ , on a  $f(t)e^{-pt} \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow +\infty$  dès que  $\Re(p) > \sigma(f)$ )

$$L(f')(p) = pL(f)(p) - f(0^+) \quad (5.12)$$

En réitérant la formule précédente, on montre par récurrence que si  $f \in L^+$  est telle que  $f', f'', \dots, f^{(n)}$  sont toutes des fonction de  $L^+$  alors

$$L(f^{(n)})(p) = p^n L(f)(p) - p^{n-1} f(0^+) - p^{n-2} f'(0^+) - \dots - p f^{(n-2)}(0^+) - f^{(n-1)}(0^+)$$

Enfin, si  $f_1$  désigne la primitive de la fonction  $f$  qui s'annule en 0, on tire immédiatement de la formule 5.12

$$\text{Pour } p \text{ tel que } \Re(p) > \sigma(f) \quad f_1(t) = \int_0^t f(s)ds \Rightarrow L(f_1)(p) = \frac{L(f)(p)}{p} \quad \gg (p.60)$$

### VI.3.4 Notion de convolution

Comme dans le troisième cours que nous avons analysé, une place est faite à la notion de convolution qui est définie dans ce contexte particulier :

#### « Convolution

Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions de  $L^+$ , on appelle convolée de  $f$  et  $g$  et on note  $f * g$  la fonction définie par

$$f * g(x) = \int_0^x f(t)g(x-t)dt = \int_{\mathbb{R}} f(t)g(x-t)dt \quad (5.15) \gg (p.61)$$

La consistance de cette définition suppose que les deux intégrales soient définies et égales. L'auteur, comme il l'a fait jusqu'ici, n'évite pas le problème, développant pour y faire face le discours technologique suivant :

« La deuxième égalité dans (5.15) vient du fait que  $f$  et  $g$  sont toutes nulles sur  $\mathbb{R}^-$ . Le fait que la fonction  $f * g$  soit bien définie quand  $f$  et  $g$  sont toutes deux des fonctions continues est clair, mais ce n'est plus aussi évident quand  $f$  et  $g$  sont simplement intégrables sur tout segment. Par ailleurs, puisque nous allons être amenés à calculer la Transformée de Laplace de  $f * g$ , nous avons besoin de

**Théorème 5.2** Si  $f$  et  $g$  sont dans  $L^+$ , alors la fonction  $f * g$  est définie pour presque tout  $x$  de  $\mathbb{R}$  et elle est dans  $L^+$  (avec  $\sigma(f * g) = \max(\sigma(f), \sigma(g))$ ) » (p.61)

Ce théorème est ensuite démontré. La démonstration, qui occupe plus d'une page, fait intervenir des arguments relevant de la théorie de la mesure et notamment que si l'intégrale

$$\int_0^A |f * g(x)|dx \text{ est finie pour tout réel } A > 0, \text{ la fonction } f * g \text{ est intégrable sur tout compact}$$

donc nécessairement définie pour presque tout  $x$ . Le fait que  $f * g$  est à croissance au plus exponentielle est démontré de façon détaillée.

Les propriétés de linéarité, d'associativité et commutativité du produit de convolution sont énoncées dans une proposition. Comme cela avait été le cas pour les propriétés de la transformée de Laplace, les calculs ne sont pas détaillés, le discours technologique se situant au niveau des propriétés qui assurent l'aboutissement des calculs.

« **Proposition 5.1** Le produit de convolution est linéaire vis-à-vis de chacun de ses termes, commutatif et associatif.

Ce choix est pleinement assumé comme le montre le commentaire ajouté :

« La linéarité provient immédiatement de la linéarité de l'intégrale. La commutativité ( $f * g = g * f$ ) s'obtient grâce à un changement de variable  $u = x - t$  dans l'intégrale. Quant à



l'associativité  $(f * (g * h) = (f * g) * h)$  on l'obtient à l'aide d'une double intégration et de l'inversion de l'ordre des intégrations [...] » (p.62)

Ce qui précède permet à l'auteur de présenter le théorème sur la transformée de Laplace du produit de convolution :

« **Théorème 5.3** Si  $f$  et  $g$  sont dans  $L^+$  alors  $L(f * g) = L(f)L(g)$  (cette fonction étant définie pour  $p$  tel que  $\Re(p) > \max(\sigma(f), \sigma(g))$ ) » (p.62)

Avant de démontrer ce théorème, l'auteur insiste sur la légitimité du calcul de la transformée de Laplace du produit de convolution en citant le théorème 5.2 :

« Remarquons que le calcul de  $L(f * g)$  est bien licite d'après le théorème 5.2. [théorème précédent]. Autrement dit la Transformée de Laplace transforme un produit de convolution en produit usuel. » (p.62)

L'auteur explicite clairement que lorsque le produit de convolution  $f * g$  est défini sur la classe des fonctions  $L^+$ , il est à démontrer que la transformée de Laplace de ce produit est égale au produit usuel des transformées de  $f$  et  $g$  respectivement. Il insiste donc sur la légitimité mathématique de ce résultat et mentionne ensuite son intérêt pratique :

« C'est surtout dans l'autre sens que cette propriété sera précieuse : quand on reconnaîtra le produit de deux Transformées de Laplace, on saura qu'il s'agit de la Transformée de Laplace du produit de convolution des deux fonctions originales. » (p.62)

L'intérêt pratique de la transformée du produit de convolution reste dans le domaine mathématique et ne fait pas intervenir les institutions P(DIg), P(DIs) ni la pratique Ip. Ce théorème est présenté dans le troisième cours d'automatique comme le « Théorème de Borel », il n'est pas démontré mais, il est utilisé pour déterminer que la fonction de transfert d'un système scalaire, linéaire et invariant, est égale à la transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle  $h(t)$  de ce système.

La démonstration du théorème 5.3 est présentée avec le soin en vigueur de ce cours :

« **Démonstration** : Fixons  $p$  tel que  $\Re(p) > \max(\sigma(f), \sigma(g))$ , on a

$$L(f * g) = \int_0^{+\infty} f * g(x) e^{-px} dx = \int_0^{+\infty} \left( \int_0^x f(t) g(x-t) e^{-px} dt \right) dx$$

Intervertissons l'ordre des intégrations dans cette dernière intégrale. Puisqu'à  $x$  fixé,  $t$  varie entre 0 et  $x$ , à  $t$  fixé,  $x$  varie entre  $t$  et  $+\infty$

$$L(f * g)(p) = \int_0^{+\infty} f(t) \left( \int_t^{+\infty} g(x-t) e^{-px} dx \right) dt$$

Dans l'intégrale entre parenthèses, on fait le changement de variable  $u = x - t$  il vient

$$L(f * g)(p) = \int_0^{+\infty} f(t) \left( \int_0^{+\infty} g(u) e^{-pt} e^{-pu} du \right) dt =$$

$$= \int_0^{+\infty} f(t) e^{-pt} dt \left( \int_0^{+\infty} g(u) e^{-pu} du \right) dt = L(f)(p) L(g)(p) \gg (p.63)$$

### VI.3.5 Comportement aux bornes et petit dictionnaire

La section suivante est consacrée au comportement aux bornes de la transformée de Laplace et elle est introduite en soulignant que :

« La connaissance des résultats qui suivent s'avérera fort utile dans l'utilisation de la Transformée de Laplace pour la résolution d'équations différentielles et intégrales afin d'éliminer des solutions impossibles (voir le dernier paragraphe de ce chapitre). » (p.63)

Dans les cours d'automatique, cette étude de comportement aux bornes permettant d'obtenir les valeurs aux bornes d'une fonction  $f$  connaissant sa transformée, est considérée comme une propriété fondamentale de la transformée de Laplace. Dans les cours 1 et 3, cette propriété est présentée par deux théorèmes dits de la valeur initiale et de la valeur finale. Il n'y a pas de démonstration dans le premier, les mathématiques  $P(M)$  sont invoquées comme aval épistémologique dans le troisième. Dans le cours 2, les deux théorèmes apparaissent comme une seule propriété de la transformée dite « de la valeur initiale et finale », la démonstration est faite à partir d'une permutation des intégrales et le passage à la limite. Cependant les conditions permettant la permutation ne sont pas énoncées. Par ailleurs, il est signalé que la valeur finale est plus utile que la valeur initiale puisque cette dernière est intéressante seulement dans un cas particulier : « Cette dernière relation [référence à  $\lim_{p \rightarrow \infty} [F(p)] = f(0)$ ] est utile pour connaître la valeur initiale à  $t=0^+$  uniquement s'il y a discontinuité (c'est le cas par exemple de la réponse impulsionnelle d'un système du premier ordre). Sinon on trouvera toujours une valeur initiale nulle, c'est notre hypothèse de travail. ». On voit donc que ce théorème est présenté dans le but de résoudre des équations différentielles dans un domaine restreint, où elles constituent des modèles type auxquels les étudiants doivent se ramener lorsqu'ils sont confrontés à l'asservissement des systèmes.

Contrairement aux cours d'automatique, les équations abordées ici dans la section d'applications de la transformée de Laplace portent sur un domaine plus large et le théorème suivant fournit un élément de la technique pour la résolution d'équations :

« **Théorème 5.4** La Transformée de Laplace d'une fonction  $L^+$  tend vers 0 quand  $\Re(p) \rightarrow +\infty$

Plus précisément, si  $f \in L^+$  possède une limite à droite  $f(0^+)$  à l'origine, alors

$pL(f)(p) \rightarrow f(0^+)$  quand  $p \rightarrow +\infty$  ( $p$  réel). » (p.63)

La démonstration, comme les précédentes, est faite en détail. Elle occupe presque une page et fait intervenir le théorème de convergence dominée de Lebesgue, qui relève de la théorie de l'intégration de Lebesgue pour justifier la première partie.

« **Démonstration :** Considérons un nombre complexe  $p$  avec  $\Re(p) \geq c > \sigma(f)$ . Alors,  $|f(t)e^{-pt}| \leq |f(t)|e^{-ct} \in L^1(\mathbb{R})$  et  $|f(t)e^{-pt}| \rightarrow 0$  quand  $\Re(p) \rightarrow +\infty$  pour presque tout  $t$  (en

fait tout  $t$ , sauf  $t=0$ ). Le théorème de convergence dominée de Lebesgue fournit alors la première partie du Théorème 5.4.

Pour la seconde partie, on commence par observer que  $f(0+) = pf(0+) \int_0^{+\infty} e^{-pt} dt$  et on forme la

$$\text{différence } pL(f)(p) - f(0+) = p \int_0^{+\infty} (f(t) - f(0+))e^{-pt} dt$$

Fixons maintenant un réel  $\varepsilon > 0$  petit. Par hypothèse, il existe  $\alpha > 0$  tel que pour tout  $t \in [0, \alpha]$ ,  $|f(t) - f(0+)| < \varepsilon/3$  on découpe alors l'intégrale ci-dessus en » (p.63)

$$pL(f)(p) - f(0+)$$

$$= p \int_0^\alpha (f(t) - f(0+))e^{-pt} dt + p \int_\alpha^A (f(t) - f(0+))e^{-pt} dt + \int_A^{+\infty} (f(t) - f(0+))e^{-pt} dt$$

(le réel  $A$  est celui qui apparaît dans la définition de la croissance exponentielle à l'infini de  $f$ ). On majore la première intégrale ci-dessus par

$$\left| p \int_0^\alpha (f(t) - f(0+))e^{-pt} dt \right| \leq p \frac{\varepsilon}{3} \int_0^\alpha e^{-pt} dt = \frac{\varepsilon}{3} (1 - e^{-p\alpha}) \leq \frac{\varepsilon}{3}$$

Quant à la deuxième intégrale, elle peut être majorée par

$$\left| p \int_A^{+\infty} (f(t) - f(0+))e^{-pt} dt \right| \leq p e^{-p\alpha} \int_\alpha^A |f(t) - f(0+)| dt$$

quantité qui tend également vers 0 quand  $p \rightarrow +\infty$  ce qui achève la démonstration.

Dans le cas où  $f$  est intégrable sur  $\mathbb{R}^+$ , on démontre très simplement à l'aide du Théorème de convergence dominée

$$\lim_{p \rightarrow 0} L(f)(p) = \int_0^{+\infty} f(t) dt \quad \text{» (p.64)}$$

Ce théorème est mobilisé dans la résolution d'une équation différentielle aux dérivées partielles, comme on peut le voir dans le dernier paragraphe du chapitre (auquel il est fait allusion dans la citation au début de page) :

« Maintenant, on utilise le fait qu'une Transformée de Laplace doit tendre vers 0 quand  $p$  réel tend vers l'infini. Comme  $x \in ]0,1[$ ,  $\frac{1}{x^p} \rightarrow +\infty$  quand  $p \rightarrow +\infty$ . Ceci implique que, si on cherche une solution admissible [...] » (p. 71)

La présentation de la transformée de Laplace se termine par la présentation d'un tableau (Tableau 13) montrant les transformées des fonctions usuelles. Contrairement aux tableaux fournis dans les cours d'automatique composés de deux colonnes, le tableau ici présenté est composé de quatre colonnes. Ce sont les deuxième et troisième colonnes qui sont ajoutées. La deuxième montre les paramètres des fonctions originales et la troisième l'abscisse de convergence de ces fonctions. On voit ainsi que dans cet habitat les paramètres

et l'abscisse de convergence sont associés à l'utilisation pratique de la transformée. Remarquons que les fonctions dites « originales,  $f(t)$  », première colonne, apparaissent multipliées par la fonction d'Heaviside.

Original $f(t)$	Paramètres	Abscisse de convergence $\sigma(f)$	Transformée de Laplace $F(p)$
$Y(t)t^n$	$n$ entier	0	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
$Y(t)e^{-at}t^n$	$a \in \mathbb{C}, n \in \mathbb{N}$	$-\operatorname{Re}(a)$	$\frac{n!}{(p+a)^{n+1}}$
$Y(t)e^{-\mu t} \cos \omega t$	$\mu, \omega \in \mathbb{R}$	$-\mu$	$\frac{p+\mu}{(p+\mu)^2 + \omega^2}$
$Y(t)e^{-\mu t} \sin \omega t$	$\mu, \omega \in \mathbb{R}$	$-\mu$	$\frac{\omega}{(p+\mu)^2 + \omega^2}$
$Y(t)e^{-\mu t} \cosh \omega t$	$\mu, \omega \in \mathbb{R}$	$-\mu +  \omega $	$\frac{p+\mu}{(p+\mu)^2 - \omega^2}$
$Y(t)e^{-\mu t} \sinh \omega t$	$\mu, \omega \in \mathbb{R}$	$-\mu +  \omega $	$\frac{\omega}{(p+\mu)^2 - \omega^2}$
$Y(t)t^\alpha$	$\alpha \in \mathbb{R}, \alpha > -1$	0	$\frac{\Gamma(\alpha+1)}{p^{\alpha+1}}$
$\frac{Y(t)}{\sqrt{t}}$		0	$\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{p}}$
$Y(t)J_0(\omega t)$	$\omega \in \mathbb{R}$	0	$\frac{1}{\sqrt{p^2 + \omega^2}}$
$Y(t)J_0(2\sqrt{\omega}t)$	$\omega \in \mathbb{R}, \omega > 0$	0	$\frac{1}{p} e^{-\frac{\omega}{p}}$
$Y(t)J_n(t)$	$n \in \mathbb{N}$	0	$\frac{(\sqrt{p^2+1}-p)^n}{\sqrt{p^2+1}}$
$Y(t)\frac{J_1(t)}{t}$		0	$\frac{1}{\sqrt{p^2+1}+p}$
$Y(t)\frac{ae^{-a^2/4t}}{2\sqrt{\pi}t^{3/2}}$	$a \in \mathbb{R}, a > 0$	0	$e^{-a\sqrt{p}}$

Tableau 13. Transformées usuelles.

### VI.3.6 La transformée de Laplace inverse

La transformée de Laplace inverse est ensuite présentée. Pour cela, l'auteur fait intervenir la transformée de Fourier et la transformée de Fourier inverse. Ce choix est justifié de la manière suivante :

« [...] nous allons donner une formule intégrale qui permet de retrouver la fonction originale  $f(t)$  en connaissant sa Transformée de Laplace  $F(p)$ . [...] Elle est basée sur la formule d'inversion de la Transformée de Fourier que vous verrez dans le cours de Distributions dans lequel vous ferez proprement les démonstrations [...] » (p.66)

La transformée de Fourier est située dans le cours des distributions, cela implique que c'est la théorie de distributions qui généralise la correspondance entre  $f$  et sa transformée de Laplace  $F$ . Cependant il est possible de montrer cette correspondance et plus précisément  $L^{-1}[F] = f$ , en présentant d'abord la transformée de Fourier, ensuite la transformée de Fourier inverse et finalement le théorème 5.5 fondamental qui énonce que la transformée inverse de Fourier appliquée à la transformée de Fourier d'une fonction  $f$  est égale à  $2\pi f$  :

« **Définition 5.5** Soit  $f$  une fonction intégrable sur  $\mathbb{R}$ , on appelle Transformée de Fourier de  $f$  (resp. Transformée de Fourier inverse de  $f$ ) la fonction définie par

$$F(f)(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-iyt} dt \quad 5.22$$

$$\overline{F}(f)(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{iyt} dt \quad 5.23$$

**Théorème 5.5** Soit  $f$  une fonction intégrable sur  $\mathbb{R}$  telle que  $F(f)$  soit intégrable sur  $\mathbb{R}$ . Alors on a la formule  $\overline{F}(F(f)) = 2\pi f$  5.24 » (p.66)

Ce théorème qui est qualifié de « résultat remarquable » sera appliqué à la fonction  $\phi$  qui est ensuite définie :

« Soit  $f$  une fonction de  $L^+$ . Appliquons la formule (5.24) à la fonction  $\phi(t)$  définie par

$$\phi(t) = e^{-ct} f(t) \quad 5.25$$

( $\phi$  est bien dans  $L^1(\mathbb{R})$  pour  $c > \sigma(f)$ .) » (p.66)

Notons que l'auteur mentionne d'abord que  $f$  appartient à la classe de fonctions  $L^+$ , mais étant donné que la transformée de Fourier est définie dans la classe de fonctions  $L^1(\mathbb{R})$ , la fonction  $\phi$  doit aussi appartenir à cette classe. On voit donc, que la condition  $f \in L^+$  doit être complétée par une condition faisant intervenir  $L^1(\mathbb{R})$ .

« Supposons que sa Transformée de Fourier soit également dans  $L^1(\mathbb{R})$ , il vient après (5.24)

$$\phi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iyt} \left( \int_0^{+\infty} f(s) e^{-cs} e^{-iys} ds \right) dy \quad 5.26 \text{ » (p.66)}$$

Cette double intégrale sera calculée en introduisant la variable complexe  $p = c + iy$ .

« (l'intégration ne se fait que de 0 à  $+\infty$  dans la deuxième intégrale car  $f$  est nulle sur  $\mathbb{R}^-$ ). Dans l'intégrale ci-dessus posons,  $p = c + iy$ . Le domaine d'intégration en  $y$  devient la droite verticale d'abscisse  $c$ , nous noterons les bornes  $c-i\infty$   $c+i\infty$  pour signifier qu'on intègre sur cette droite verticale. L'égalité (5.26) se réécrit :

$$\phi(t) = \frac{1}{2i\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{(p-c)t} \left( \int_0^{+\infty} f(s) e^{-ps} ds \right) dp \quad 5.27$$

On reconnaît dans l'intégrale entre parenthèse la Transformée de Laplace  $F(p)$  de la fonction  $f(t)$ , si bien que cette dernière formule donne après simplification par  $e^{-ct}$  :

$$f(t) = \frac{1}{2i\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} F(p) e^{pt} dp \text{ » (p.66)}$$

Ce qui précède, comme le signale l'auteur, constitue la démonstration du théorème suivant :

« **Théorème 5.6** Soit  $f(t)$  une fonction de  $L^+$  et  $F(p)$  sa Transformée de Laplace. Soit  $c$  un réel,  $c > \sigma(f)$ . On suppose que la Transformée de Fourier de  $e^{-ct} f(t)$  est intégrable sur  $\mathbb{R}$ , alors on peut retrouver  $f$  à partir de  $F$  par la formule (dite de Mellin-Fourier)

$$f(t) = \frac{1}{2i\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} F(p) e^{pt} dp \quad 5.28$$

où l'intégration se fait sur la droite verticale d'abscisse  $c$ . » (p.67)

On voit que l'auteur revient dans ce dernier théorème à la classe de fonctions  $L^+$  et à l'habitat « naturel » du cours. Les recours à la transformée de Fourier et au théorème 5.5 permettent de présenter la transformée inverse de Laplace. Cependant l'absence des conditions associées à la convergence de l'intégrale de la formule dite de Mellin-Fourier, à cause du choix de  $L^+$ , oblige à l'auteur à faire quatre remarques :

« **Remarque 5.1** L'hypothèse sur l'intégrabilité de la Transformée de Fourier de  $e^{-ct} f(t)$  n'étant pas très explicite, on peut chercher à l'exprimer directement sur  $F(p)$ . En fait, le principe est que la formule (5.28) est valable dès que le second membre de (5.28) a un sens. Une classe de fonction pour lesquelles cette formule de Mellin-Fourier est valable est constitué des fonctions  $F$  qui se prolongent de façon holomorphe au plan complexe tout entier, à l'exception d'éventuelles singularités isolées et qui satisfont  $|F(p)| \rightarrow 0$  uniformément quand  $|p| \rightarrow \infty$ . Pour se convaincre, cf Remarque 5.3 ci-dessous. Dans le cadre de la théorie des Distributions (voir deuxième partie du cours), on peut donner des hypothèses beaucoup moins fortes pour que cette formule soit vraie. » (p.67)

Cette première remarque explicite les conditions de convergence de la transformée de Fourier en mentionnant la nature de  $F$ , une fonction qui se prolonge de façon holomorphe au plan complexe tout entier à exception d'éventuelles singularités. Dans ces conditions et en choisissant un contour contenant les pôles de  $F$ , le théorème des résidus permet également de montrer la convergence de cette intégrale, comme l'auteur le mentionne dans la troisième remarque :

« **Remarque 5.3** Pour calculer explicitement l'intégrale dans la formule de Mellin-Fourier, au moins pour une fonction  $F$  qui satisfait les hypothèses de la Remarque 5.1 on utilise traditionnellement le contour suivant appelé contour de Bromwich (cf. Figure 5.1) [ici figure 98] et la formule des résidus. On montre que l'intégrale sur le demi-cercle tend vers 0 quand  $R \rightarrow \infty$ , soit directement, soit en utilisant un Lemme identique au Lemme de Jordan 2.2 » (p.67)

La figure suivante du contour de Bromwich est présentée :

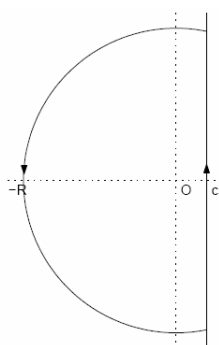


Figure 98. Contour de Bromwich.

Le théorème des résidus est présenté dans le deuxième chapitre de ce cours. On notera donc que l'auteur choisit de recourir à des éléments plus généraux comme la transformée de Fourier pour présenter la transformée inverse et invoque la théorie des distributions comme aval épistémologique. Il mentionne également que cette théorie est un habitat plus général où des conditions moins fortes assurent la convergence de cette intégrale.

La dernière remarque met en évidence l'injectivité de la transformée de Laplace, contrairement aux cours d'automatique où la bijectivité était parfois affirmée.

« **Remarque 5.4** Une conséquence importante de la Formule d'inversion de la Transformée de Laplace est l'**injectivité de la Transformée Laplace** :

$$L(f_1) = L(f_2) \quad \Rightarrow \quad f_1 = f_2 \text{ p.p. (5.29) » (p.67)}$$

Le chapitre termine en présentant des applications de la transformée.

### VI.3.7 Applications de la transformée

Les applications de la transformée de Laplace portent sur la résolution des équations différentielles, équations intégrales et équations aux dérivées partielles.

Pour les équations différentielles, deux exemples sont étudiés, le premier concerne une équation du troisième ordre à coefficients constants et le deuxième une équation de deuxième ordre à coefficients variables.

Rappelons que les exemples abordés dans les cours d'automatique sont notamment des équations différentielles à coefficients constants du premier ordre, sauf dans le troisième cours qui aborde des équations différentielles de deuxième ordre à coefficients constants.

Analysons la présentation du premier exemple du cours, qui est le suivant :

$$\ll \begin{cases} y''' + 4y'' + 5y' + 2y = 1 \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases}$$

En notant  $Y$  la Transformée de Laplace de  $y$  et en prenant la Transformée de l'égalité dans (5.30), il vient compte-tenu des relations (5.12) et des conditions initiales

$$(p^3 + 4p^2 + 5p + 2)Y(p) = \frac{1}{p}$$

ou encore, en décomposant en éléments simples la fraction rationnelle

$$Y(p) = \frac{1}{p(p+1)^2(p+2)} = \frac{1/2}{p} - \frac{1}{(p+1)^2} - \frac{1/2}{p+2}$$

d'où en utilisant par exemple la Table et la formule de décalage (5.9), on obtient

$$y(t) = \frac{1}{2} - te^{-t} - \frac{1}{2}e^{-2t} \text{ » (p.68)}$$

Notons que la technique mise en place fait intervenir les propriétés et les transformées usuelles précédemment présentées, mais que les calculs ne sont pas détaillés. La technique de

décomposition en éléments simples est mise en œuvre comme dans les cours d'automatique, mais à la différence du cours 1 aucun des calculs n'est présenté.

Notons également que, l'application de la transformée de Laplace dans cet exemple est utilisée dans la perspective de résoudre une équation différentielle, alors que ceci n'est qu'une première étape dans les cours d'automatique où la fonction de transfert à la base de cette transformée et la résolution d'équations différentielles ont pour objectif final l'étude des réponses d'un système.

Cette différence fondamentale peut se voir aussi lorsque l'auteur signale que l'exemple précédent ne constitue pas un exemple justifiant l'utilisation de la transformée de Laplace, puisqu'on peut également résoudre cette équation à partir de l'équation caractéristique :

« Sur l'exemple précédent, on ne voit pas trop ce qu'on a gagné vis-à-vis de la méthode traditionnelle faisant intervenir l'équation caractéristique sinon peut être une plus grande simplicité des calculs qui se présentent de manière plus systématique (il n'y a pas besoin de discuter sur les racines simples ou multiples de l'équation caractéristique.) » (p.68)

Le deuxième exemple est complètement différent de ceux que nous avons vu apparaître dans les cours d'automatique, il s'agit d'une équation de deuxième ordre à coefficients non constants polynomiaux.

$$\begin{aligned} ty''(t) + 2(t+3)y'(t) + (t+3)y(t) &= 0 \\ y(0) &= y_0 \text{ (donné).} \end{aligned} \quad (5.31)$$

La technique de résolution fait intervenir dans une première étape la transformée de Laplace qui permet d'arriver à cette équation :  $-(p-1)^2 Y'(p) + (p+1)Y(p) = 2y_0$ . La solution de l'équation sans second membre est égale à  $c(p+1)$  avec  $c$  constante. La solution particulière, égale à  $y_0/p+1$  est trouvée à partir de la méthode classique de variation de la constante. La solution générale est donc égale à  $Y(p) = y_0/p+1 + c(p+1)$ . Pour trouver  $y(t)$ , l'auteur utilise la propriété de valeur finale de la transformée de Laplace pour déterminer la valeur de la constante puis il utilise les tables de la transformée de Laplace.

« Or on a vu au Théorème 5.4 qu'une Transformée de Laplace devait tendre vers 0 quand  $p$  tend vers  $+\infty$ . Il en résulte que dans (5.33) [solution générale] la constante est nulle, c'est-à-dire que  $Y(p) = y_0/p+1$ . On reconnaît là la Transformée de Laplace de  $e^{-t}$  si bien que la solution de l'équation (5.31) qui est dans  $L^+$  est  $y_0 e^{-t}$ . » (p.69)

L'équation initiale étant linéaire du deuxième ordre, ses solutions forment un espace vectoriel de dimension 2. Même en fixant une condition initiale, il n'y a pas donc a priori une solution unique sur le plan mathématique :

« Il y a évidemment une autre solution (puisque l'ensemble des solutions forme un espace vectoriel de dimension 2), mais celle-ci ne doit pas être dans  $L^+$ . » (p.69)

Deux exemples sont ensuite traités sur les équations intégrales de Volterra de première et deuxième espèce. Considérons l'équation de première espèce :



« Equation de Volterra de première espèce

Deux fonctions  $f$  et  $k$  étant données ( $k$  s'appelle noyau), il s'agit de trouver une fonction  $u$  qui satisfait l'équation intégrale suivante, dite équation intégrale de Volterra de première espèce.

$$\int_0^t u(s)k(t-s)ds = f(s) \quad (5.34)$$

On suppose bien entendu que toutes les fonctions qu'on manipule sont dans  $L^+$ . On peut réécrire l'équation (5.34) en utilisant le produit de convolution :  $u*k=f$ . Si on introduit alors les Transformées de Laplace  $U, K, F$  de  $u, k, f$  respectivement, l'équation 5.34 se transforme en  $UK=F$  qui fournit immédiatement  $U=F/K$ . Il reste alors à retrouver l'original, soit en utilisant un dictionnaire et les règles de calcul usuelle, soit à l'aide de la formule de Mellin-Fourier. » (p.69)

Notons que avant d'utiliser cette transformée, l'auteur mentionne que toutes les fonctions intervenant appartiennent à  $L^+$ . Cette préoccupation n'apparaît pas dans le cours 3, lorsque l'équation déterminant une réponse  $y(t)$  à une fonction d'entrée arbitraire  $x(t)$  à partir de la réponse impulsionnelle du système  $h(t)$  est abordée :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = y(t)$$

Ce chapitre s'achève par un exemple portant sur une équation aux dérivées partielles et une liste d'exercices. Les exercices sont au nombre de sept, le premier demande de déterminer l'abscisse de convergence et la transformée de Laplace de quatre fonctions. Le deuxième demande de démontrer les quatre formules de la table donnée qui font intervenir la fonction de Bessel. Le troisième demande de calculer la transformée de Laplace du produit de convolution de deux fonctions. Le quatrième demande d'utiliser la formule de Mellin-Fourier pour déterminer la transformée de Laplace inverse de trois fonctions transformées. Le cinquième demande de résoudre deux équations différentielles de deuxième ordre à coefficients constants un et l'autre à coefficients non constants. Le sixième porte sur deux équations intégrales et le dernier sur une équation aux dérivées partielles.

## VII Conclusion

L'analyse de ce cours et particulièrement du chapitre consacré à la transformée de Laplace nous permet de constater une organisation sensiblement différente de celle des cours d'automatique. Les choix faits par l'auteur dans l'élaboration de ce cours mettent en avant l'espace vectoriel des fonctions  $L^+$  sur lequel la transformée de Laplace et ses propriétés sont définies.

La fonction d'Heaviside est introduite dans ce chapitre très tôt et le lien de cette fonction avec les systèmes étudiés dans des disciplines intermédiaires est explicité. Cependant on ne voit pas intervenir ultérieurement des applications relevant de DIg, DIIs ni de la pratique Ip. Les préoccupations restent dans le domaine mathématique, toutes les propriétés et tous les théorèmes sont démontrés, les détail des calculs sont parfois fournis mais pas toujours. Le souci de l'auteur de rendre explicite les technologies et la théorie

associée à celles-ci est reflété par de nombreux discours justificatifs et par l'insistance sur les conditions d'existence.

Un élément qui nous semble fondamental est l'analyse de la présentation de la transformée inverse de Laplace dans cet enseignement, du fait que cette transformée inverse apparaît dans les cours d'automatique, avec une distance considérable à P(M). Dans cet enseignement de fonctions holomorphes, un choix qui semblait naturel était celui du théorème des résidus, cependant l'auteur choisit de faire intervenir la transformée de Fourier, la transformée de Fourier inverse et le théorème qui assure que la transformée inverse de Fourier de la transformée de Fourier de  $f$  est égale à  $2\pi f$ . Ce choix est assumé et quatre remarques sont produites pour justifier les éléments que le recours à un cadre théorique extérieur à celui du cours rend nécessaire. On voit que la théorie invoquée est la plus générale et moderne, celle des distributions. L'auteur vise donc à faire apparaître les éléments que l'enseignement de la théorie des distributions rendra disponibles.

Le chapitre termine par la présentation d'applications de la transformée de Laplace dont l'exemple concernant l'équation intégrale de Volterra offre un cas différent de celui abordé dans le cours 3 pour obtenir la fonction de sortie à une fonction d'entrée arbitraire. L'équation de Volterra correspond au cas où la fonction de sortie est connue et ce qui est recherché est la fonction d'entrée  $u(s)$ , c'est le cas qui apparaît dans le projet 3 : la fonction de sortie est déterminée par les étudiants et ce qui recherché est la fonction d'entrée.

On constate donc une absence totale des liens avec les disciplines intermédiaires DIg et avec la pratique Ip.

## VIII Conclusion générale

Les analyses du cours d'automatique et du cours de mathématiques nous ont permis de mettre en évidence les différents choix dans l'élaboration de ces cours. Les niveaux de référence aux institutions P(M), P(DI) et Ip traduisent les choix faits en termes de distances à ces institutions. On note que lorsqu'on est dans une institution E(DI) la distance des praxéologies mathématiques aux institutions P(M) et Ip sont corrélatives, autrement dit la distance d'une praxéologie mathématique à P(M) semble ne pas pouvoir être indépendante de la distance de cette praxéologie à Ip.

La notion de distance nous permet ainsi de rendre compte de la nature des praxéologies mathématiques intervenant dans un enseignement de disciplines intermédiaires E(DI). Ces praxéologies mathématiques sont l'objet d'une transposition. La raison d'être et l'effet de ces transpositions est d'assujettir ces praxéologies mathématiques aux contraintes de ces institutions autres que mathématiques et de les rendre fonctionnelles dans celles-ci.

Notre analyse est centrée sur la notion de transformée de Laplace, la présentation historique qui introduit l'analyse des cours montre que le développement de cette notion fait intervenir ces trois institutions P(M), P(DI) et Ip. Les contraintes et points d'appui de chacune d'elles la façonnent et lui confèrent différentes fonctions lorsqu'elle est l'objet des parcours interinstitutionnels. Ce sont P(DI) et Ip qui motivent et demandent à P(M) de généraliser la méthode du Calcul symbolique d'Heaviside dont la transformée de Laplace et la transformée

inverse jouent un rôle fondamental. En effet, ces dernières permettent un avancement important de l'automatique  $P(DI)$ .

Les cours d'automatique opèrent donc des processus transpositifs qui sont caractérisés dans notre analyse, par la distance à  $P(M)$ ,  $P(DI)$  et éventuellement à  $I_p$ . Ceci et l'analyse du cours de mathématiques nous permettent de voir que l'intérêt de faire intervenir les praxéologies mathématiques dans l'automatique est très différent de celui du cours de mathématiques. Un des objectifs du cours d'automatique est de rendre les praxéologies mathématiques opérationnelles pour cette discipline ainsi que pour la pratique associée à celle-ci. Par contre, l'objectif du cours de mathématiques est de mettre à disposition les praxéologies mathématiques pour les enseignements des disciplines intermédiaires. Cependant, on constate dans le cours analysé une absence de liens avec ces disciplines, aucun exemple ne fait intervenir un contexte autre que mathématique.

En revanche, ce cours de mathématiques aborde soigneusement les notions de convolution, de transformée de Laplace et de transformée inverse de Laplace. Cette dernière entraîne en particulier une grande complexité et l'auteur l'aborde en ayant recours à des éléments de l'analyse de Fourier et en signalant que des hypothèses moins fortes peuvent être considérées en se plaçant dans la théorie des distributions. Cette théorie et plus précisément la distribution delta de Dirac sont évoquées en tant que référent théorique dans le cours 3 d'automatique mais elles ne sont pas abordées comme telles dans le cours.

On constate la complexité de transposer ces éléments théoriques dans un cours de disciplines intermédiaires car, d'une part, les connaissances nécessaires ne sont pas toujours à disposition et d'autre part l'objectif d'un cours d'automatique n'est pas de faire apparaître ces éléments théoriques de la même manière que dans les cours de mathématiques.

Par ailleurs, on voit que les enseignements d'automatique et de mathématiques sont déterminés en partie par les contraintes de l'institution de formation dans laquelle ils sont conçus. Les trois cours d'automatique analysés permettent de voir qu'un cours élaboré au sein d'une formation orientée vers la profession est très différent de celui conçu dans une formation universitaire dont les mathématiques ont le statut de discipline de service.

Le cours 3 s'approche ainsi le plus de ces « distances adéquates » aux institutions  $P(M)$  et  $P(DI)$  lorsque les théories mathématiques sont invoquées et la mise en équation a une place très importante. Ce cours essaie également d'approcher l'opérationnalité de ces praxéologies et de les mettre à disposition pour la pratique. Le cours 2 riche en discours et en explications avec l'objectif de montrer l'utilité et l'efficacité des notions mathématiques reste à une distance grande de  $P(M)$  lorsqu'il présente les notions de convolution et de transformée inverse de Laplace. Finalement, le cours 1 semble avoir l'objectif de rester dans une position intermédiaire entre  $P(M)$  et  $I_p$  et de ce fait les distances à ces deux institutions sont importantes. On voit dans les trois cours une difficulté à établir des liens entre  $E(DI)$  et  $I_p$ .

A partir de ces analyses on peut donc supposer que des équilibres entre théorie et pratique sont possibles à partir des distances « adéquates » aux institutions de références  $P(M)$ ,

$P(DI)$  et  $I_p$ , permettant de présenter les notions mathématiques ainsi que l'opérationnalité des techniques mathématiques et technologies associées. Cependant, on constate qu'élaborer un enseignement des disciplines intermédiaires avec ces distances « adéquates » aux institutions  $P(M)$ ,  $P(DI)$  et  $I_p$  entraîne une grande complexité car les contraintes de chaque institution sont complètement différentes y comprises celles de l'institution d'enseignement.

---

# CHAPITRE VII

---

## CONCLUSIONS GENERALES

Dans cette recherche nous nous sommes globalement intéressés à la question de la place à accorder aux mathématiques dans la formation de futurs ingénieurs pour leur permettre de répondre aux besoins mathématiques de la profession. Nous avons d'abord approché cette question dans une perspective historique, en essayant d'identifier des modèles de formation et les présupposés de ces modèles, en recherchant ce qui a été objet de débat, en étudiant aussi les évolutions des modèles de formation et des débats associés au fil du temps. Nous avons ensuite mené un travail expérimental, dans un contexte précis, celui d'une formation IUP, en centrant notre attention sur un dispositif particulier de cette formation, et en cherchant à questionner à travers son étude les rapports entre formation et pratique, les savoirs sous-jacents, leur développement, transformation, circulation au sein de l'institution IUP. Nous avons complété enfin ce travail en délocalisant notre regard à travers l'étude de plusieurs cours proposés dans différentes institutions pour une même notion : celle de transformée de Laplace, au rôle historique en automatique. A l'issue de ce travail, en quoi notre connaissance a-t-elle avancé ? En quoi le travail particulier que nous avons mené contribue-t-il à enrichir ce champ de recherche, encore peu développé. C'est autour de ces questions que nous allons en conclusion essayer de relire et synthétiser les apports des différentes parties de notre recherche.

### **I Le rôle des disciplines intermédiaires : un pont entre théorie et pratique**

La perspective historique de notre travail nous permet de mettre en évidence les différents rapports entre théorie et pratique qui sont sous-jacents aux premiers modèles de

formation au sein de l'Ecole Polytechnique ; leur diversité reflète l'énorme difficulté rencontrée pour trouver un équilibre adéquat entre théorie et pratique. Cependant, cette difficulté semble s'atténuer avec le développement des disciplines intermédiaires au début du XX<sup>e</sup> siècle. D'Ocagne met en évidence, à partir de différents exemples qui constituent des problèmes fondateurs de ces disciplines, le rôle fondamental que jouent les théories mathématiques dans ce développement. L'accent est mis sur le niveau théorique des mathématiques permettant la résolution des problèmes présentés, mais il est également souligné, que dans la pratique des ingénieurs, les besoins mathématiques sont souvent plus élémentaires. Ces différents niveaux de besoins mathématiques sont pris en charge par les disciplines intermédiaires, elles intègrent ainsi une forte composante mathématique pour produire des connaissances, mais elles opèrent aussi des transpositions afin de fournir des savoirs opératoires pour la pratique. L'analyse des projets montre que la plupart des praxéologies qui y interviennent sont issues des disciplines intermédiaires, elles présentent une composante mathématique imbriquée avec des savoirs de ces disciplines et éventuellement d'autres savoirs. Les équations différentielles qui apparaissent dans le projet 3 sont des « modèles types » du fonctionnement mécanique et électrique du moteur, leur traitement mathématique fait intervenir la transformée de Laplace ayant comme référent théorique l'automatique. La praxéologie qui figure dans le projet 1 et qui fait intervenir des relations fonctionnelles entre plusieurs variables, est issue de la résistance des matériaux. L'analyse dimensionnelle figurant dans le projet 2 explicite une méthode mathématique basée sur le théorème de Vaschy-Buckingham ayant comme référent théorique la mécanique des fluides. Les disciplines intermédiaires sont d'une importance fondamentale pour mettre à disposition des étudiants les praxéologies comportant une composante mathématique susceptibles d'intervenir dans le développement des projets. La méthodologie utilisée dans notre recherche, en donnant priorité à l'analyse des projets contribue sans aucun doute à mettre en avant cette importance. Dans cette analyse qui cherche à retrouver les connaissances mathématiques intervenant dans les projets et les institutions d'enseignement qui les ont mises à disposition, on constate une faible présence de l'institution Enseignement de mathématiques : les enseignants de mathématiques ne proposent pas de projets et ne sont pas utilisés comme personnes ressources dans le développement de ceux-ci. On peut s'interroger sur les raisons conjoncturelles ou plus profondes de cet état de fait. En tant que chercheur en didactique avec une solide formation mathématique, les difficultés que nous avons eues à rentrer dans la problématique des différents projets et surtout à utiliser nos connaissances mathématiques pour comprendre les praxéologies développées par les étudiants et juger de leur pertinence nous montrent que pour un mathématicien qui n'a pas déjà des liens au niveau recherche avec le type de question travaillé dans les projets l'investissement est sans doute lourd.

## **II Les besoins mathématiques dans les projets et les ressources utilisées pour les satisfaire**

L'invisibilité des mathématiques est donc globalement un résultat qui se confirme. On retrouve cependant deux types de besoins mathématiques réels.

- Des besoins « élémentaires » qui relèvent globalement des mathématiques de l'enseignement secondaire au moins dans l'esprit : travailler sur des formules, analyser et utiliser des dépendances fonctionnelles, trouver des ordres de grandeur, effectuer des calculs, évaluer des intervalles de valeurs possibles pour des grandeurs données, calculer des intégrales simples, résoudre des équations différentielles linéaires simples et utiliser la trigonométrie.
- Des mathématiques plus avancées : transformée de Laplace, analyse dimensionnelle et éléments finis.

Pour satisfaire les besoins élémentaires qui apparaissent dans les projets, une adaptation des techniques mathématiques aux tâches du projet est demandée. Ces techniques se retrouvent prises dans une multiplicité de paramètres et de notations. Pour les utiliser efficacement, et avec un certain contrôle, une approche strictement syntaxique est insuffisante, donner du sens aux objets formels manipulés semble être nécessaire. Or le contenu sémantique attribué aux symbolismes est lié à un référent qui n'est pas purement mathématique. L'imbrication des mathématiques avec les disciplines intermédiaires se retrouve donc également à ce niveau.

En ce qui concerne les mathématiques avancées, des logiciels qui encapsulent ces mathématiques sont utilisés, comme des boîtes noires qui permettent de contourner les besoins de certaines connaissances. Ils facilitent donc le travail mathématique. Mais ils le modifient également : ces logiciels permettent de réaliser de nombreuses explorations, l'interprétation des résultats devient donc un élément fondamental du travail. On voit particulièrement dans le projet 2, que l'évaluation et le contrôle de la technique réalisée avec le logiciel ANSYS s'appuient bien plus sur une interprétation adéquate des résultats que sur la maîtrise des calculs ou des mathématiques sous-jacentes. Ceci est également le cas du projet 3 dans lequel l'ajustement des paramètres est réalisé à partir des résultats obtenus avec le logiciel, l'étudiant n'ayant pas de calculs à effectuer et l'interprétation des réponses de sortie obtenues étant son moyen de contrôle et d'évaluation de la technique. Dans le projet 1, les étudiants multiplient les tableaux de valeurs obtenus grâce au logiciel Excel mais, faute d'une compréhension suffisante, ils n'en interprètent correctement ni les raisons d'être ni les résultats ; ils ne contrôlent pas la technique utilisée. Le rôle légitimateur donné aux logiciels, - la validité donnée aux résultats obtenus par rapport à l'instrument- est donc en rapport étroit avec les interprétations adéquates de ces résultats. La question qui se pose à l'enseignement des mathématiques est d'identifier et mettre en place les dispositifs qui permettront aux étudiants de tirer parti des connaissances mathématiques pour piloter ces logiciels et interpréter les résultats qu'ils produisent.

Deux autres types de ressources sont utilisés dans le développement des projets pour satisfaire tant les besoins mathématiques élémentaires qu'avancés, les cours de disciplines intermédiaires et l'Internet. Les cours de disciplines intermédiaires permettent aux étudiants d'approcher les justifications théoriques et de concevoir l'expérimentation, ceci est particulièrement mis en évidence dans notre analyse des projets 2 et 3, dans lesquels les cours de mécanique des fluides et d'automatique respectivement, occupent une place très importante. L'Internet est aussi une ressource hautement utilisée, les sites et documents consultés sont très variés : wikipedia pour avoir des informations précises sur un élément ; des sites proposant des cours de disciplines intermédiaires de différents niveaux, comme ceux qui développent un discours méthodologique visant la pratique (cours d'aérodynamique, utilisé dans le projet 2) ; des sites proposant des méthodologies pratiques. Cette ressource facilite la recherche et offre un univers très vaste d'informations, mais gérer la pertinence et l'adaptation aux projets est à la charge des étudiants et ce n'est pas sans poser problème. Ils donnent une forte légitimité à cet outil pour satisfaire principalement les besoins élémentaires : choix des formules, d'éléments mathématiques (nombres adimensionnels) et méthodes mathématiques.

### **III Reconstruction des techniques et technologies : éléments méthodologiques clés**

Rendre compte de la nature des mathématiques intervenant dans les projets, des différents besoins mathématiques qui y apparaissent, des différents types des savoirs qui y interviennent, des effets du contrat et du rôle des ressources utilisées, demande une méthodologie adaptée. L'immersion dans le contexte de projet afin d'effectuer un recueil des données adaptées à la recherche et la reconstruction des techniques et technologies sont deux éléments méthodologiques fondamentaux pour notre analyse des projets. Cette reconstruction est faite en considérant deux types de sources : le cours des disciplines intermédiaires, l'avis d'experts professionnels.

L'étude des disciplines intermédiaires est nécessaire, voire indispensable, pour restituer la nature des praxéologies qui interviennent dans les projets, et cela demande de rentrer dans les logiques et contraintes de ces disciplines. Ce travail permet de réaliser une sorte d'analyse a priori rétrospective ; les techniques et technologies reconstruites constituent ainsi un référent institutionnel (proche de la formation) et nous permettent de mettre en évidence les adaptations et distances entre ces techniques et celles des étudiants. On retrouve à partir de cette reconstruction le caractère imbriqué des praxéologies en jeu dans les projets et le rôle des disciplines intermédiaires pour les mettre à disposition des étudiants. Cette reconstruction nous a permis de mettre en évidence des différences entre les trois projets par rapport à ces disciplines. Le projet 2 se distingue des deux autres par une explicitation du bloc technologico-théorique et montre l'importance que joue dans celle-ci la mécanique des fluides. La nécessité de produire une explication simple de la méthode de l'analyse dimensionnelle met en évidence le rôle théorique joué par cette méthode, l'adaptation nécessaire pour les tâches du projet et comment elle a été effectuée par les étudiants. Les projets 1 et 3 font



intervenir, de manière évidente, la résistance de matériaux et l'automatique respectivement, mais déchiffrer les liens y est beaucoup plus difficile.

Cette reconstruction faite à partir de notre première source, à savoir l'analyse de cours de disciplines intermédiaires effectuée par un chercheur en didactique doté d'une solide formation mathématique, apparaît comme insuffisante. La consultation des experts s'est révélée ainsi indispensable pour compléter cette reconstruction ainsi que pour comparer le travail des étudiants (techniques et technologies) avec des solutions expertes qui reflètent les contraintes des institutions professionnelles où se déroule la pratique. Cette ressource a joué un rôle fondamental dans l'analyse du projet 1, elle nous a permis d'établir dans un premier temps ce qui était attendu des étudiants et dans un second temps, de préciser le rôle des savoirs pratiques et d'expérience pour cristalliser les connaissances mathématiques dans une solution concrète. Le manque de tels savoirs fait rentrer les étudiants dans une situation de conflit, pour la surmonter, des arguments théoriques et pratiques auraient dû être mobilisés. Dans le projet 3, l'avis de l'expert consulté met en évidence le décalage entre la démarche suivie dans ce projet et celle qui aurait plus de sens dans la pratique. Ceci nous a permis de souligner l'existence d'écarts entre institution de formation et institution professionnelle, la confrontation des logiques et les différences des contraintes pesant sur l'une et sur l'autre. De manière générale, la consultation des experts nous permet de mettre en évidence la distance entre les solutions expertes et celles des étudiants : les experts cristallisent les connaissances théoriques mises à dispositions par les disciplines intermédiaires en y intégrant des savoirs pratiques et d'expérience. Les étudiants se situent eux davantage dans des démarches scolaires. Dans l'adaptation de celles-ci aux tâches de projet, apparaissent des difficultés que leur manque de savoirs pratiques et d'expérience n'aide pas à pallier.

Ces éléments méthodologiques élaborés et mis au point dans notre recherche mettent en évidence que l'analyse d'activités comme celles de projets doit faire intervenir ces deux institutions : disciplines intermédiaires et pratique.

#### **IV Les effets d'un contrat mixte**

Le contrat du projet exerce des effets sur la manière de faire face aux besoins mathématiques. L'institution projet essaie de connecter deux institutions, recherche et pratique dans un cadre institutionnel de formation : les situations problématiques proposées sont issues de la recherche et éventuellement de la pratique ; les conditions de travail sont supposées proches de la pratique. Le contrat du projet demande aux étudiants de proposer une solution technologique<sup>76</sup> pour résoudre la situation problématique et de justifier théoriquement sa pertinence, qui est d'ailleurs supposée strictement liée à celle de l'expérimentation (phase de réalisation). Les savoirs et justifications théoriques y compris les mathématiques semblent donc jouer un rôle prépondérant et ceci à deux niveaux : ils doivent être opérationnalisés en contexte pour produire des solutions concrètes valables et pertinentes,

---

<sup>76</sup> Terminologie qui désigne la solution conçue par les étudiants à la problématique du projet. Le mot technologique n'est pas ici utilisé dans le sens de la théorie anthropologique du didactique.

ils doivent être utilisés explicitement comme éléments de validation des solutions produites. Du point de vue de la pratique, cette explicitation peut être considérée comme non nécessaire, dans la mesure où c'est l'efficacité de la solution qui est importante et non le savoir théorique qui la supporte. L'explicitation demandée sous forme d'un discours technologique (au sens de Chevallard) répond au souci de faire ressentir les liens entre formation et projet, de disposer d'un cadre pour mobiliser les connaissances mises à disposition par la formation et de montrer l'intérêt de ces disciplines pour la vie professionnelle. Le contrat de projet porte ainsi la marque de l'institution de formation.

Les solutions expertes mettent en évidence que ce sont des savoirs théoriques recomposés avec des savoirs pratiques et d'expérience qui sont mobilisés par les professionnels dans le traitement des tâches. Or pour effectuer et contrôler les adaptations demandées, les étudiants ne disposent pas guère de savoirs pratiques et d'expérience. Ils effectuent des visites en entreprises et demandent l'avis des professionnels, mais vu l'ampleur des contraintes et des savoirs nouveaux à prendre en compte, ceci reste très restreint. L'institution projet a donc des décalages importants avec l'institution pratique : les équipes sont composées uniquement de novices, les techniques et technologies disponibles sont scolaires, il y a peu de professionnels expérimentés comme ressources pour guider les adaptations, et les expérimentations sont limitées.

Ces caractéristiques sont tout particulièrement réalisées lorsque les étudiants sont placés par la thématique du projet dans une situation d'innovation, c'est-à-dire qu'on leur demande de produire une démarche pour une nouvelle problématique, ce qui implique de gérer un nombre important de tâches et de faire subir aux techniques disponibles des adaptations importantes. A ce niveau, on ne se situe plus dans une situation ordinaire de la pratique mais plutôt dans une situation de recherche dans laquelle aucun professionnel ayant déjà réfléchi au problème ne peut les guider. Or la contrainte de temps permet difficilement aux étudiants de mettre en place la phase de réalisation ou expérimentation et dans ce cas le rôle de la validation théorique devient encore plus important. Ceci conduit les étudiants à valider la technique plus que la pertinence de la technique pour le projet, ils cherchent des justifications théoriques avec des moyens qu'ils jugent pertinents en disposant d'un référent théorique qui demande encore à être rendu opérationnel et fonctionnel.

Les étudiants doivent faire face à un contrat qui peut être perçu comme ambigu : plus scolaire que ce qui est à la base souhaité, hésitant entre pratique professionnelle et pratique de recherche. Projeter l'univers pratique (ordinaire) et celui de la recherche dans celui de la formation est un choix qui entraîne une énorme complexité.

## **V Un cadre d'analyse du processus transpositif prenant en compte l'existence de plusieurs institutions de référence, disciplines intermédiaires et mathématiques**

Nous avons signalé le rôle fondamental des disciplines intermédiaires pour opérer les transpositions nécessaires à la fonctionnalité des praxéologies mathématiques pour les tâches

propres à ces disciplines ou relevant des mondes professionnels. L'analyse des projets a confirmé le rôle évidemment crucial des enseignements de Disciplines Intermédiaires dans la mise à disposition des étudiants des praxéologies utilisées. Nous avons donc consacré une partie de notre travail à l'étude comparée de plusieurs cours consacrés à la transformation de Laplace, outil particulièrement impliqué dans le projet 3.

### V.1 Le cadre d'analyse

Dans le but de rendre compte de la contribution des disciplines intermédiaires aux processus de transposition et circulation des praxéologies mathématiques, notre cadre d'analyse fait intervenir trois institutions de référence : les mathématiques (ou les institutions productrices de mathématiques)  $P(M)$ , les disciplines intermédiaires (ou les institutions productrices des disciplines intermédiaires)  $P(DI)$  et la pratique professionnelle  $Ip$ . Dans ce cadre, les transpositions opérées par les disciplines intermédiaires sont traduites en termes de distance aux institutions que nous considérons comme servant de référence à  $P(DI)$ , à savoir  $P(M)$  et  $Ip$ . Pour décrire la distance à  $P(M)$ , nous prenons en compte la forme de la validation de la technique et le « style » du travail mathématique réalisé, pour valider la technique ou dans le traitement des tâches dans lesquelles cette technique est travaillée. Par rapport à la validation, nous avons distingué quatre niveaux de référence à  $P(M)$  : convocation ( $V3$ ), invocation ( $V2$ ), évocation ( $V1$ ) et ignorance ( $V0$ ). Rappelons que plus l'indice est élevé, plus la référence à  $P(M)$  est grande avec notamment importation des pratiques de validation par démonstrations pour  $V3$  et référence explicite à  $P(M)$  comme institution garante de la validité dans le second cas. Et, par rapport au style du traitement des tâches, nous avons distingué trois niveaux de mise en œuvre : démarche mathématique utilisant les techniques mathématiques qu'utiliserait un mathématicien compte tenu des savoirs mathématiques des étudiants, avec le même niveau de rigueur ( $MO\ 2$ ) ; démarche influencée par  $DI$  mais mathématiquement rigoureuse ( $MO\ 1$ ) ; démarche mathématiquement approximative ( $MO\ 0$ ). La distance à  $P(DI)$  et  $Ip$  est décrite par un critère lié à la nature des tâches donnant lieu au travail de la technique. Nous avons distingué quatre types de tâches suivant le type de contextualisation du problème posé : des tâches strictement mathématiques ( $T0$ ) ; des tâches génériques relevant d'une discipline intermédiaire ( $T1$ ) ; des tâches plus spécifiques, modélisations ou représentations de situations professionnelles ( $T2$ ) ; des tâches contextualisées, éventuellement de nature professionnelle, dont la gestion est à la charge des étudiants ( $T3$ ). Rappelons que les tâches de type  $T1$  relèvent d'une discipline intermédiaire générique  $DIg$ , en général de l'automatique, c'est-à-dire d'une discipline transversale qui s'intéresse à des aspects communs à plusieurs Disciplines Intermédiaires plus spécialisées  $DI$ s ; les tâches de type  $T2$  relèvent des  $DI$ s et sont donc plus contextualisées, plus proches des mondes professionnels.

Par ailleurs, pour analyser le discours technologique développé dans les cours étudiés, nous nous sommes appuyés sur le modèle élargi de la technologie suggéré par C. Castela. Ce modèle distingue au sein de la technologie deux composantes qui correspondent à deux types de validations : la composante théorique est issue de et validée par une théorie, la seconde, dite composante pratique, est validée dans les usages pratiques et développe essentiellement

des savoirs relatifs à la fonctionnalité de la technique. Il développe par ailleurs une grille d'analyse des fonctions du savoir technologique plus détaillée et explicite que celle qui est en général proposée par la Théorie Anthropologique du Didactique qui nous sert de référence, le modèle élargi distinguant six fonctions technologiques (Décrire, Motiver, Faciliter, Valider, Expliquer, Evaluer).

## V.2 Synthèse de l'analyse des quatre cours étudiés

Nous avons analysé avec ce cadre trois cours d'automatique élaborés dans trois institutions différentes, ceci afin de comparer les différents choix traduits en termes des distances aux institutions de référence. Notre analyse était d'abord consacrée à la notion de transformée de Laplace, elle s'est élargie à d'autres notions mathématiques communes aux trois cours, transformée de Laplace inverse, produit de convolution et delta de Dirac. Ceci nous a permis de mieux caractériser et comparer les choix effectués. Notre but était de distinguer ainsi les différentes contraintes pesant sur les enseignements d'automatique et celui de mathématiques. Nous présentons ici une synthèse des choix réalisés dans chaque cas, traduits en termes de distances à P(M), P(DI) et Ip de chacun d'eux.

Le cours 1 élaboré à l'IUP, qui est notre contexte expérimental, présente une définition de la transformée de Laplace dont l'existence n'est pas problématisée, et la transformée inverse reste complètement implicite. Les notions de convolution et de delta de Dirac n'interviennent pas lors de la présentation de la fonction de transfert. Ce cours choisit de rester à un niveau de généralité DIg (automatique), sans faire intervenir ni des exemples ni des mises en équations de situations relevant de DI (disciplines intermédiaires spécifiques) ou de Ip. Le choix par rapport à P(M) est de favoriser ce qui est « fonctionnel » à un coût mathématique minimal et l'idée de rassurer les étudiants-utilisateurs des mathématiques passe par une dé - mathématisation de la discipline enseignée.

Dans le cours 2, qui est une ressource en ligne offerte sur la plateforme officielle des IUT, l'existence de la transformée de Laplace et son inverse ne sont pas problématisées ; toutes les propriétés sont démontrées en convoquant P(M) mais la mise en œuvre, qui donne la priorité aux « manipulations calculatoires », ne suit pas les canons de P(M) en ce sens que les questions d'existence, de validité des hypothèses sont totalement laissées de côté. La notion de convolution est succinctement présentée. La fonction delta de Dirac est abordée du point de vue des fonctions généralisées et avec une certaine distance vis-à-vis des références mathématiques contemporaines. Ce cours se caractérise par la présence d'une technologie pratique très développée : l'auteur est très soucieux de motiver les praxéologies présentées par leur efficacité pour la résolution de tâches mathématiques (la transformée de Laplace pour la résolution d'équations différentielles, la décomposition en éléments simples et la table des inverses pour déterminer une originale) et de tâches relevant de DIg. Des éléments technologiques visent à faciliter l'emploi des techniques par les étudiants. Ce cours essaie d'équilibrer les tensions entre la théorie P(M) et la pratique Ip : il adapte les techniques et développe la composante pratique de la technologie, accordant une place importante aux

fonctions Motiver, Evaluer et Faciliter et en faisant en même temps apparaître une grande variété d'exemples relevant des DIg et DI, (tâches des types T1 et T2).

Le cours 3 élaboré dans l'université de Savoie a une approche plus théorique que les deux autres cours, ce qui est reflété dans la présentation du produit de convolution et la distribution de Dirac. Pour définir cette dernière, la théorie des distributions est invoquée comme aval épistémologique de P(M). Cependant une autre validation complémentaire, appuyée sur une théorie mathématique plus approximative du point de vue de P(M) est présentée aux étudiants. Le caractère approximatif du référent théorique qui soutient ce que nous avons appelé une sur-validation est rendu institutionnellement acceptable, dans E(DI) mais aussi dans P(DI), du fait qu'il existe aujourd'hui une théorie validée dans P(M). Des hypothèses associées au théorème d'inversion de la transformée de Laplace sont précisées. L'appareil technologique semble correspondre à une recherche de proximité avec P(M). Mais ces résultats ne font l'objet d'aucune démonstration. Les résultats relevant des mathématiques sont énoncés, contrairement aux deux autres cours qui font intervenir le langage des disciplines intermédiaires, dans le langage des mathématiques. Par ailleurs, la mise en équation de situations très contextualisées (T3) et le « schéma bloc » y ont une place très importante, c'est d'ailleurs l'unique cours parmi les trois qui fait ce choix. On constate alors une proximité à P(DIg) et un lien entre P(M) et P(DI).

Le cours de mathématiques élaboré dans l'Ecole de Mines de Nancy, met en évidence une organisation sensiblement différente de celle des cours d'automatique. Les choix faits par l'auteur dans l'élaboration de ce cours mettent en avant l'espace vectoriel des fonctions  $L^+$  sur lequel la transformée de Laplace et ses propriétés sont définies. Toutes les propriétés et tous les théorèmes sont démontrés. Le souci de l'auteur de rendre explicite les technologies et la théorie associée à celles-ci est reflété par de nombreux discours justificatifs et par l'insistance sur les conditions d'existence. Pour la transformée inverse de Laplace, l'auteur choisit de faire intervenir la transformée de Fourier, la transformée de Fourier inverse et le théorème qui assure que la transformée inverse de Fourier de la transformée de Fourier de  $f$  est égale à  $2\pi f$ . Il est mentionné que des hypothèses moins fortes peuvent être considérées en se plaçant dans la théorie des distributions. On voit que la théorie invoquée est la plus générale et moderne, celle des distributions. Le cours de mathématiques s'insère dans une logique purement disciplinaire et sa motivation est de présenter cette notion mathématique dans l'habitat des fonctions holomorphes. On constate, par ailleurs, l'absence totale des liens avec les disciplines intermédiaires DIg et avec la pratique Ip.

### V.3 Les choix effectués en termes de distances à P(M), P(DI) et Ip

Afin de rendre compte des différences entre les trois cours d'automatique analysés, nous avons dégagé des dimensions qui permettent de synthétiser les choix effectués dans ces cours ; nous les interprétons en terme de distance aux différentes institutions de référence.

Choix qui déterminent la distance par rapport à P(M) :

- Présenter un corpus technologique  $\theta^{\text{th}}$  minimal (nombre minimal de définitions et théorèmes), réduit à ce qui est nécessaire pour justifier les résultats utilisés dans le domaine d'application lié à la discipline DI vs présenter le cadre théorique le plus élaboré possible, permettant de présenter et valider les théorèmes les plus généraux qui permettent de justifier ces mêmes résultats.
- Démontrer les théorèmes présentés –V3- (un certain nombre d'entre eux) ou pas et dans le second cas, faire de manière plus ou moins explicite référence à l'existence d'une théorie mathématique qui valide (V2 vs V1 voire V0).
- Dans le cas où les théorèmes présentés (un certain nombre d'entre eux) sont démontrés –V3-, les démonstrations peuvent être mises en oeuvre en insistant sur les aspects techniques mais sans se préoccuper des conditions de validité des résultats utilisés (MO 0) ou bien les démonstrations mathématiques suivent les règles de la rigueur mathématique et donnent une place à la vérification des hypothèses, aux conditions d'existence (MO 2).
- Au cours des différentes mises en oeuvre des techniques, pour les tâches plus simples, utiliser les techniques mathématiques les plus sophistiquées disponibles chez les étudiants ou non (MO 3 ou MO 2)

Choix qui déterminent les distances par rapport à P(DI) et Ip :

- Illustrer le cours par des exemples renvoyant à des contextes spécialisés (T2), au contexte générique de l'automatisme (T1) ou seulement à des tâches mathématiques (T0) :
- Faire référence aux Disciplines Intermédiaires pour valider (ou compléter une validation au niveau V2 ou V1), expliquer, interpréter des résultats mathématiques ou pas.

#### **V.4 Éléments sous jacents aux choix d'élaboration**

Face à ces différents choix rencontrés dans les cours d'automatique analysés, nous proposons ci-dessous quelques hypothèses relatives aux raisons qui pourraient avoir provoqué ou contribué à ces variations dans le positionnement par rapport à P(M), P(DI) et Ip :

*Le type de la formation pour laquelle ces cours sont conçus.*

Les cours 1 et 2 se situent dans des formations plus orientées vers la pratique que le cours 3. Cela semble favoriser une prise de distance relativement à P(M), l'intérêt porte sur l'utilisation des techniques pour la pratique.

*La nature du cours*

Un cours conçu pour un enseignement classique (cours en amphithéâtre plus TD et TP) doit s'adapter à la contrainte du temps, ce qui oblige à répartir le temps disponible entre les institutions de référence P(M), P(DI) et Ip. Ce n'est pas le cas d'un cours de « ressource en

ligne », qui dispose ainsi d'une plus grande marge de manœuvre pour développer toutes les références souhaitées.

### *Le rapport que les étudiants entretiennent avec les mathématiques*

Un cours s'adressant à des étudiants ayant un rapport négatif avec les mathématiques peut chercher à éviter les développements trop mathématiques, en présentant un nombre réduit de techniques (les plus utilisées dans la pratique) et en réduisant le discours technologique strictement mathématique de façon à permettre une entrée plus développée dans la discipline intermédiaire. Mais dans un tel contexte, le choix de proposer néanmoins certaines démonstrations, sans s'appesantir sur la rigueur, peut correspondre au souci de développer la capacité des étudiants à mettre en œuvre des techniques mathématiques « élémentaires », en prévision des adaptations que leur vie professionnelle peut les amener à rencontrer.

## **VI Décalages entre deux institutions pôles : Mathématiques et pratique**

L'étude de la place des mathématiques dans une formation professionnelle comme celle que nous avons étudiée demande de prendre en compte différentes institutions, projets, cours de disciplines intermédiaires et cours de mathématiques, ceci afin de comprendre les processus de circulation de savoirs, les logiques et motivations conduisant les transpositions opérées, les causes et effets des décalages entre les mathématiques de la formation et celles de la pratique. Ces décalages sont d'abord vus à travers notre analyse des projets qui intègrent des éléments de l'institution de formation : l'analyse des cours de disciplines intermédiaires, l'évaluation institutionnelle des projets (soutenance orale) et les entretiens réalisés auprès des enseignants. Le monde de la pratique est représenté dans notre analyse à partir de la consultation d'experts professionnels chargés de situer leur pratique par rapport au travail effectué par les étudiants. Notre recherche fournit des éléments pour expliquer des décalages qui avaient déjà été constatés dans les recherches portant sur les études des pratiques professionnalisées. Les rapports entre théorie et pratique sont très différents dans les institutions pôles : mathématiques et pratique. L'analyse du cours de mathématiques met en évidence les contraintes pesant sur cette institution pour présenter la transformée de Laplace : l'espace vectoriel des fonctions  $L^+$  sur lequel la transformée de Laplace et ses propriétés sont définies est d'emblée présenté ; les préoccupations restent dans le domaine mathématique, tous les théorèmes et propriétés sont démontrés ; les technologies et la théorie associée sont explicites. Il semble très difficile de comprendre, d'un point de vue mathématique, que l'utilisation de la transformée de Laplace puisse se faire sans avoir une connaissance des éléments présentés dans le cours, c'est-à-dire dans une mobilisation dépourvue de ses éléments technologiques. Du point de vue de la pratique, en revanche, expliciter la transformée de Laplace lors de l'étude d'un asservissement tend à être considéré comme une explicitation inutile. Cette transformée constitue un élément théorique qui, dans la pratique, est cristallisé dans les « schémas blocs » ou dans les logiciels. L'expert professionnel consulté affirme que, du point de vue de la pratique, l'utilisation de cette transformée ne correspond plus à un besoin réel. On constate donc que pour ces institutions pôles, mathématiques et

pratique, cette transformée est considérée de deux manières complètement différentes : au sein des mathématiques, la transformée de Laplace ne se conçoit qu'au sein d'une théorie qui explicite des hypothèses, des propriétés, des théorèmes et des démonstrations précises et cohérentes ; dans la pratique, la transformée de Laplace est un outil qui immergée dans les opérationnalisations qu'elle sous-tend, n'est plus reconnu. Les disciplines intermédiaires qui opèrent les transpositions sur la transformée de Laplace se situent à un niveau intermédiaire entre ces deux institutions.

## **VII La contribution du modèle élargi de la technologie**

Le modèle élargi a été développé dans le cadre de la TAD avec l'intention de faire de la notion de praxéologie un modèle générique des savoirs et savoir faire socialement produits et accumulés pour traiter les situations affrontées par l'humanité. Les fonctions différencient les finalités de savoirs génériques, socialement validés, concernant une technique. Ce modèle a donc constitué un outil adapté à l'étude des cours, lesquels visent précisément à assurer la transmission de praxéologies, au sens rappelé ci-dessus. Par contre, cet outil ne visait pas l'analyse de l'activité de sujets impliqués dans la résolution individuelle (ou en très petits groupes) d'une tâche problématique: les étudiants doivent adapter les praxéologies qu'ils connaissent au contexte d'une tâche spécifique et sans visée immédiate de généralisation, en respectant les contraintes de l'institution Projet. Or il est apparu que l'analyse des projets en termes de fonctions (Décrire, Motiver, Faciliter, Valider, Expliquer, Evaluer) constituait également une approche intéressante des solutions proposées par les étudiants et de leur activité au long du projet, en nous permettant de différencier dans le processus de résolution ou dans le produit fini des moments ou sous-tâches correspondant à des finalités différentes. Les fonctions de Décrire, Motiver et Evaluer ont un rôle privilégié dans le développement des projets. On retrouve dans le discours produit par les étudiants particulièrement lors des entretiens, des descriptions des techniques utilisées, il s'agit d'une trace de la compréhension de la technique et de sa pertinence pour les tâches du projet : l'étudiant du projet 3 décrit la technique qui fait intervenir la transformée de Laplace, en faisant uniquement référence au contexte du projet pour justifier sa pertinence. Cette description locale est liée à la capacité de choisir une technique et de l'adapter à la tâche du projet, contrairement à ce qui est cherché dans la formation qui vise à produire des éléments garantissant la généralité de la technique. La fonction Motiver nous permet de mettre en évidence les buts qui motivent aux étudiants à effectuer des choix et à éclaircir, parfois à notre demande, les raisons de ces choix : l'utilisation du logiciel ANSYS est motivée pour l'efficacité qui n'est pas retrouvée dans les techniques mathématiques utilisées dans un environnement papier-crayon ; l'étude théorique à la base de l'analyse dimensionnelle et de nombres de Reynolds et Strouhal est motivée pour le besoin de caractériser les conditions des phénomènes vibratoires ; l'utilisation de Matlab dans la tâche de l'asservissement de la vitesse, est motivée pour la facilité à gérer tous les éléments intervenant dans le système du tapis roulant ; la transformée de Laplace est utilisée pour remplacer les équations différentielles par la fonction de transfert et la représenter ensuite sous forme de « schéma bloc ». Cette fonction met ainsi en évidence la compréhension de la



tâche à réaliser et de la pertinence du choix de la technique pour réaliser cette tâche. La fonction Evaluer est étroitement liée aux éléments qui permettent évaluer la pertinence de la technique aux tâches du projet et puis de contrôler la validité des adaptations de cette technique au contexte. Pour évaluer la pertinence de la technique aux tâches du projet, on peut retrouver des éléments tels que l'avis d'un expert ou d'un tuteur-client ; l'utilisation sociale de la technique pour ce type de tâches. Les éléments qui permettent contrôler la validité de l'adaptation de la technique aux tâches du projet, peuvent être des éléments relevant des disciplines intermédiaires, des vérifications produites avec le logiciel ou des calculs. On retrouve dans le projet 1 que la technique utilisée pour le calcul de la flèche, est considérée comme pertinente par les étudiants, mais cette évaluation est faite par rapport à la formation et non par rapport au projet. Dans le projet 3, c'est le travail avec le logiciel et particulièrement les graphes associés aux fonctions de sorties qui permettent le contrôle des techniques utilisées. Le modèle élargi nous permet à partir d'une vision plus large de la notion de technologie d'établir des moments pour avoir accès aux différents éléments technologiques en jeu dans l'utilisation de mathématiques.

### **VIII Synthèse générale et perspectives**

Notre recherche rend ainsi compte d'une étude multi-institutionnelle qui analyse les différentes institutions intervenant dans les processus de circulation et transposition des praxéologies mathématiques au sein d'une formation professionnelle des futurs ingénieurs, l'IUP d'Evry. Nous avons ainsi situé la problématique de la place à accorder aux mathématiques dans le cadre de l'approche institutionnelle qui est celle de la théorie anthropologique du didactique. Ce choix théorique nous a permis de prendre en compte les logiques et contraintes déterminant les institutions : enseignements de mathématiques, enseignements de disciplines intermédiaires et projets au sein de l'institution de formation. Et l'institution pratique, laquelle est localement considérée à partir de l'avis des experts dans l'analyse des projets.

Ceci nous a permis de dégager les résultats suivants :

- L'absence de l'institution enseignement des mathématiques dans le dispositif des projets, ce qui semble refléter un isolement de cet enseignement lié à un positionnement dans le modèle de Laplace qui considère la formation mathématique comme autonome et préalable aux autres enseignements ;
- Le rôle fondamental qui jouent les disciplines intermédiaires dans la mise à disposition de praxéologies en jeu dans les projets ;
- Deux types de besoins mathématiques : élémentaires et avancées ;
- Des difficultés pour satisfaire les besoins mathématiques « élémentaires » ;
- Une forte utilisation des logiciels pour satisfaire les besoins de mathématiques « avancées » ;

- Des outils méthodologiques pour l'étude d'activités pratiques comme celles de projets : techniques et technologies reconstruites ;
- Un cadre d'analyse pour les enseignements mathématiques et de disciplines intermédiaires en termes de distances aux institutions de références,  $P(M)$ ,  $P(DI)$  et  $I_p$  ;
- Des dimensions relevant des analyses effectuées proposant des organisations possibles de cours de disciplines intermédiaires, en termes de « distances » aux institutions de référence ;
- Une nouvelle conceptualisation de la notion de validation de praxéologies mathématiques, liée au modèle élargi et l'étude de différentes institutions qui interviennent dans les processus de transposition et circulation de praxéologies mathématiques ;
- Une mise en évidence de la grande complexité à projeter le monde de la pratique dans le dispositif projets et globalement dans l'institution de formation.

Ces résultats questionnent le rôle de l'enseignement de mathématiques dans cette formation et soulignent la nécessité de rapprocher cet enseignement des besoins des enseignements de disciplines intermédiaires et de la pratique. Autrement dit, l'enseignement de mathématiques ne peut pas rester à l'écart ni des besoins de disciplines intermédiaires ni de la pratique ; les enseignements des disciplines intermédiaires ne doivent pas non plus rester entièrement en charge d'établir les distances « adéquates » entre théorie et pratique.

Pour créer de dispositifs permettant de rendre les mathématiques fonctionnelles en favorisant leur circulation avec une proximité de  $P(M)$  à travers  $E(M)$ , nous considérons que le cadre d'analyse des enseignements de mathématiques et disciplines intermédiaires que nous avons élaboré est un outil qui peut aider les enseignants à effectuer les choix plus consciemment et en envisager les conséquences possibles ainsi que la dimension du discours tenu en cours aux étudiants. Dans ce sens, il peut être exploité pour organiser les enseignements de mathématiques et de disciplines intermédiaires avec une certaine complémentarité et cohérence. Ceci demande un travail collaboratif entre les différents acteurs au sein de l'institution formatrice et particulièrement des enseignants de mathématiques et de disciplines intermédiaires. Ce cadre d'analyse peut être également exploité dans la recherche, comme un instrument d'analyse permettant d'étudier les formations mathématiques situées dans une perspective de mathématiques de service, d'étudier ainsi leur adaptabilité aux besoins d'autres disciplines et de la pratique professionnelle.

Des recherches complémentaires nous semblent nécessaires pour mieux comprendre les besoins mathématiques élémentaires. Qu'est-ce qui est à l'origine des ruptures entre les utilisations dans des contextes de l'enseignement secondaire et celles de contextes au niveau supérieur ? Comment ces besoins peuvent-ils être pris en compte dans l'enseignement supérieur ? Quelles connaissances sont mobilisées dans les adaptations aux nouvelles tâches

relevant de l'enseignement supérieur ? Positionnés dans une formation d'ingénieurs, il semble nécessaire de considérer quels rôles jouent les savoirs d'expérience et le sémantique dans leur contrôle ? Il nous semble qu'une recherche de cette nature permettrait de donner des pistes pour prendre en compte les relations mathématiques-physique qui se forment dans l'enseignement secondaire, et qui semblent sous-estimés voire ignorées dans le niveau supérieur, pour leur ouvrir une place dans la formation mathématique professionnelle des ingénieurs.

Une direction de recherche qui nous semble devoir être également prolongée est celle du rôle qui jouent les mathématiques avancées dans l'utilisation des logiciels. Ceci afin de créer des dispositifs didactiques qui prennent en compte les nouveaux besoins mathématiques que l'usage de ces logiciels sollicite.

Notre recherche met en évidence que la question de l'adaptabilité de la formation mathématique à la profession professionnelle requiert des recherches portant sur les pratiques professionnelles des ingénieurs. Ce choix entraîne une grande complexité mais nous semble incontournable pour aborder cette question. Nous considérons que notre recherche ouvre des perspectives pour développer des recherches portant sur les praxéologies de terrain avec des équipes plurielles en associant des experts des Disciplines Intermédiaires et des professionnels ; des recherches portant sur les contenus de ces praxéologies et les formes de leur légitimation. Ceci, nous semble-t-il, permettrait de mettre en évidence la dimension que l'institution pratique opère dans les processus de transposition sur ces praxéologies. Le modèle élargi de la technologie nous semble être un outil particulièrement adapté pour développer ces recherches en apportant une conception plus ouverte sur les savoirs et savoirs faire qui intègrent une composante mathématique. Ce modèle nous semble également intéressant pour développer des recherches sur l'utilisation des mathématiques par des individus, comme le travail des étudiants dans les projets ; nous considérons qu'une possible articulation avec les outils développés par J. Rogalski (2004) peut ouvrir des nouvelles pistes pour développer ces recherches.

## BIBLIOGRAPHIE

- Belhoste, B. (1994), Un modèle à l'épreuve. L'Ecole Polytechnique de 1794 au Second Empire. In Belhoste, B., Dalmedico, A., & Picon, A. (eds), *La formation Polytechnicienne 1774 – 1994*, pp.9-30. Paris : Dunod
- Bessot A. & Ridway, J. (Eds.) (2000), Education for mathematics in the workplace. Netherlands: Kluwer Academic Publishers
- Bissell, C.C. (2004), Mathematical 'meta-tools' in 20th century information engineering. *Hevelius*, 2, pp.11-21.
- Bissell, C. C. (2002), Histoires, héritages, et herméneutique : la vie quotidienne des mathématiques de l'ingénieur. *Annales des Ponts et Chaussées*. 107-8, 4-9
- Bissell, C. C. (2000), Telling tales: models, stories and meanings. *For the Learning of Mathematics*. 20(3) pp.3-11
- Bourguignon, Jean-Pierre (2001), Mathematics and others subjects. In Holton, D. et al. (eds), *The teaching and learning of mathematics at university*. pp. 313-320. Netherlands: Kluwer Academic Publishers (Series: ICMI Study).
- Bosch M. (1994), *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*. Thèse de doctorat. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Camarena, P. (1999), Las funciones generalizadas en ingeniería. Construcción de una alternativa didáctica. Serie Investigaciones. *Anuies*. México.
- Castela, C. (2008), Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(2), 135-179.
- Cantoral, R., Farfan, R.M., Lezama, J., Martinez-Sierra, G. (2006), Socioepistemología y representación : algunos ejemplos. *Relime* 9(1), 83-102.
- Cartraud, P. (2004), Cours de résistance des matériaux. Département : M.M.G.C. Ecole Centrale de Nantes.
- Chevallard, Y. et Jullien, M. (1989), *Sur l'enseignement des fractions au Collège. Ingénierie, recherche*, société. Publication de l'IREM d'Aix-Marseille, n°15.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques* 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (1994) Les processus de transposition didactique et leur théorisation en Arsac et Al. *La transposition didactique à l'épreuve* 135-180 Grenoble : La Pensée Sauvage
- Chevallard, Y. (1999) La recherche en didactique et la formation des professeurs : problématiques, concepts, problèmes. *Actes de la X Ecole d'été de Didactique*, pp.98-112. Académie de Caen, France.
- Chevallard, Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(2), 221-266.

Chevallard Y. (2002), Organiser l'étude 1. Structures et Fonctions. In J-L. Dorier & al. (eds) *Actes de la 11ième Ecole d'été de didactique des mathématiques -Corps-* 21-30 Août 2001 (pp. 3-22). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (2007). Séminaires pour l'enseignement, la formation et la recherche. Journal du Séminaire de formation de formateurs 2006-2007.

[http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/seminaire\\_dsmf\\_2006-2007.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/seminaire_dsmf_2006-2007.pdf)

Chauvat, G. (1997), *Etude didactique pour la réalisation et l'utilisation d'un logiciel de représentations graphiques cartésiennes des relations binaires entre réels dans l'enseignement des mathématiques des DUT industriels*. Thèse de doctorat. Université d'Orléans.

Denis-Papin, M. & Kaufmann, A. (1960), Cours de Calcul Opérationnel. Paris : Editions Albin Michel.

D'Ocagne, M. (1914), Le rôle des mathématiques dans les sciences de l'ingénieur. In H. Fehr. *Compte rendu de la Conférence Internationale de l'Enseignement des Mathématiques du 1914*. pp. 211-222. Paris, France.

Erdélyi, A. (1971). Calcul opérationnel et fonctions généralisées. Paris : Dunod.

Hladik J. (1969), La transformation de Laplace à plusieurs variables. Paris : Masson et Cie Editeurs.

Holton, D., Artigue, M., Kirchgräber, U., Hillel, J. & Schoenfeld. (eds) (2001), *The teaching and learning of mathematics at university level*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers (Series: ICMI Study).

Howson, G., Kahane, J. P., Lauginie, P., de Turckheim E. (Eds.) (1988), *Mathematics as a Service Subjec*. Cambridge : Cambridge University Press (Series : ICMI Study).

Kent, P., & Noss, R. (2002) The mathematical components of engineering expertise : The relationship between doing and understanding mathematics. *Proceedings of the IEE Second Annual Symposium on Engineering Education: Professional Engineering Scenarios 2* (pp. 39/1 -39/7). London U.K.

Kent, P. (2007), Learning Advanced Mathematics: The case of Engineering courses. contribution to the NCTM Handbook chapter: Mathematics thinking and learning at post-secondary level. In Lester, K., F. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics*. (pp. 1042-1051). Charlotte, NC: Information Age Pub

Magajna, Z. & Monaghan, J. (2003), Advanced Mathematical Thinking in a Technological Workplace. *Educational Studies in Mathematics*, 52(2), 101-112.

Mercier, A. (1992). L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique. Thèse de doctorat. Université Bordeaux I.

Moës, N. (2004), Mécanique des Milieux Continus. Département M. M. G.C. Ecole Centrale de Nantes.

Nabonnand, P. Les débats autour des applications des mathématiques dans les réformes de l'enseignement secondaire au début du vingtième siècle. In D. Coray, F. Furinghetti, H. Gispert, B.R. Hodgson, G. Schubring (eds), *One Hundred Years of L'Enseignement*

- Mathématique: Moments of Mathematics Education in the Twentieth Century*. pp. 230-247. (Proceedings of the EM-ICMI Symposium (Geneva, 20-22 October 2000))
- Noss, R., Hoyles, C., & Pozzi, S. (2000). Working Knowledge: Mathematics in use. In Bessot, A. & Ridgway, J. (eds.), *Education for Mathematics in the workplace*, pp.17-35. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Sierpinska, A., Nnadozie A., Oktaç, A., (2002), A study of relationships between theoretical thinking and high achievement in Linear Algebra. Rapport de recherche. Concordia University.
- Pecker, A. (2002). Cours de Dynamique des Structures. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Prudhomme, G. (1999), *Le processus de conception de systèmes mécaniques et son enseignement*. Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier.
- Remaud, P. (2004), *Une histoire de la genèse de l'automatique en France 1850-1950. De l'école de la régulation française au début du XXe siècle à l'émergence de l'automatique en France après la seconde guerre mondiale*. Thèse de doctorat. Université de Poitiers.
- Romo, A. (2003), Herramienta metodológica para el análisis de conceptos matemáticos en el ejercicio de la ingeniería. Tesis de maestría. CINVESTAV.
- Rogalsky, J. (2004), La didactique professionnelle : une alternative aux approches de « cognition située » et « cognitiviste » en psychologie des acquisitions. @ctivités, 1(2), 103-120. <http://@ctivités.com/v1n2/Rogalsky>.
- Rossignol, A. (1997), *Proposition pour une nouvelle approche des relations différentielles linéaires à coefficients constants*. Thèse de doctorat. Université Bordeaux.
- Sini, J. F. (2003), Cours de mécanique des fluides. Ecole Centrale de Nantes.
- Sträßer, R. (2007). A propos de la transition du secondaire vers le monde du travail. En Rouchier et al. (eds). *Actes de la XIIIème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques*. pp. 177-184. Fontenay-le-compte : La Pensée Sauvage
- Vergnaud, G. (1996), Au fond de l'action, la conceptualisation. *Savoirs théoriques et savoirs d'action*, pp. 275-292. Paris : Presses Universitaires de France
- Williams, J. & Wake, G. (2007) Black boxes in workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 64 (3), 317-343.
- Wozniak, F. (2007), Enseigner la statistique en classe de seconde : conditions et contraintes. In Gueudet, G. & Matheron, Y. (Eds). *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (pp. 123-138). Paris : IREM Université Paris VII

## ANNEXES

---

# Annexes

---



Annexe 1. Réponses aux questionnaires .....	305
Annexe 2. Fiches de proposition de sujets des projets ...	326
Annexe 3. Rapports intermédiaires .....	332
Annexe 4. Entretiens réalisés au cours de la deuxième phase.....	429
Annexe 5. Bilan de la pré-expérimentation.....	462
Annexe 6. Entretiens et questionnaires de la pré- expérimentation.....	474

---

---

## Annexe 1. Réponses aux questionnaires

---

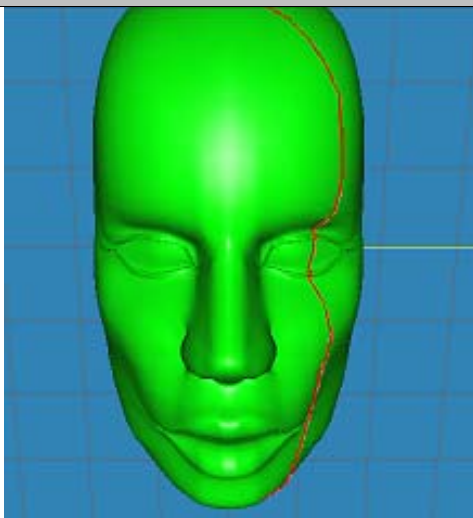
---

## Annexe 1. Réponses aux questionnaires

Les réponses aux questionnaires sont présentées sous forme de tableaux ci-dessous :

Projet 5.

Titre : Scanner 3D Partie 2 : Electronique

Description du sujet	SCANNER 3D – Partie 2 : électronique
<p>Ce projet s'inscrit dans la réalisation d'un Scanner 3D. L'idée est d'associer une caméra avec un laser. En mono vision (une seule caméra), la notion de profondeur est « perdue » et c'est à l'aide d'un plan Laser que l'on peut retrouver ce relief afin d'obtenir un modèle 3D virtuel de l'objet filmé. Le laser utilisé projette une « ligne » que l'on devra « déplacer » sur l'objet. En réalité, on peut soit déplacer la caméra et le laser autour de l'objet ou bien faire tourner l'objet et laisser la caméra fixe. Dans tout les cas, le système nécessite une motorisation. On utilisera pour cela des moteurs pas à pas commandés en mode « multi pas » (type montures de télescopes) afin d'éviter les vibrations induites par les modes « pas entier » et « demi pas ».</p>	
<p>L'objectif est donc de réaliser un système électronique de commande de moteur « pas à pas » incluant un retour codeur pour palier à d'éventuels « saut de pas » ou bien d'asservir le système en position. Cette interface devra pouvoir être commandé à l'aide du port parallèle d'un PC.</p>	


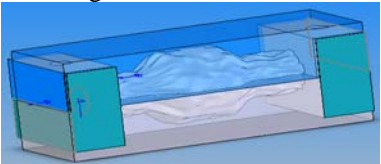
Type de connaissances, d'outils, de compétences	Electronique et Electrotechnique
Logiciels utilisés	Word, Solidworks pour la modélisation de pièce pour schéma
Calculs faits	Choix de composants
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Formules de trigonométrie et électrotechnique
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non, pas du tout
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	-Programmation moteur pas à pas -programmation du pic
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Electronique et Electrotechnique
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, pas du tout

Présence d'éléments mathématiques :

- Réalisation de calculs
  - Trigonométriques - Mathématiques du lycée
- Utilisation de formules
  - Electrotechniques - Sciences de l'ingénieur

## Projet 6

Titre : Reconstruction en 3D de la surface de l'aorte abdominale puis conception d'un moule pour fabriquer un anévrisme en silicone transparent.

Description du sujet	
<p><b>Reconstruction en 3D de la surface de l'aorte abdominale puis conception d'un moule pour fabriquer un anévrisme en silicone transparent</b></p> <p>Ce projet est composé de deux parties :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La première partie «conception » est un avant-projet sur une reconstruction automatique 3D sous Solidworks de la forme surfacique de l'aorte à partir d'un fichier de points (venant d'un scanner médical).</li> <li>La seconde partie « conception / fabrication » est la conception d'un moule pour fabriquer une aorte en silicone. Ce moule pourra être usiné sur une machine à commande numérique à l'aide de l'outil de FAO Camworks logiciel intégré à Solidworks.</li> </ul>	<p>Le but de la plate-forme MATEO est « d'améliorer le traitement de l'anévrisme de l'aorte abdominale par pose d' endoprothèse (voir Fig1) en apportant des outils de caractérisation de l'anévrisme en pré-opération, des outils d'aide au placement de l'endoprothèse pendant l'opération et des outils de suivi du traitement en post-opération [...] ».</p> <p>Figure 1 : Endoprothèse</p>  <p>Figure 2 : Moule aorte</p> 
<p><b>Plate forme MATEO :</b></p> <p>Modélisations Artérielles et Thérapeutiques assistées par Ordinateur.</p> <p>Responsable de MATEO : Pierre Joli</p>	

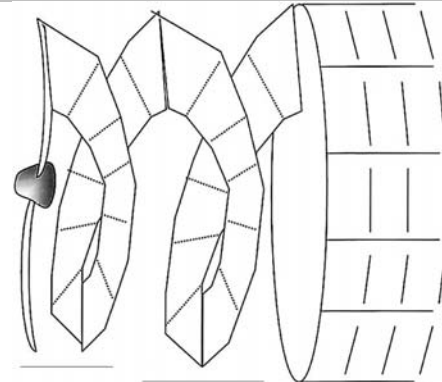

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Programmation sous VBA, connaissance des différents types de moulage
Logiciels utilisés	Solidworks - pour générer l'aorte Visual Basic – programmation
Calculs faits	-----
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	-----
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	-----
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Utilisation Canworks
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Cours de programmation en C, cours de production
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, parce que ce projet ne nécessite aucun calcul particulier

Dans la description du sujet apparaît '*reconstruction automatique 3D sous solidworks*. Cela pourrait nous faire penser que certaines connaissances de géométrie seraient utiles pour le projet. Pour l'étudiant qui a répondu au questionnaire, il n'y a jusqu'à ce moment aucun calcul fait, aucune représentation géométrique.

Intéressant de voir dans la deuxième phase de projet si il y a utilisation de mathématiques, en liaison avec l'utilisation de Solidworks ou non.

## Projet 7

Titre : Optimisation de forme d'une hélice pour drone.

Description du sujet	
<p><b>Optimisation de forme de l'hélice d'un drone</b></p> <p>Ce projet est composé de trois parties :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La première partie est une analyse qui permet de comprendre pourquoi il est nécessaire d'optimiser la forme d'une hélice sur un drone.</li> <li>La seconde partie « conception mécanique » porte sur la réalisation d'une pale constituée d'une « peau » et d'un squelette déformable permettant d'adapter la forme aux conditions de fonctionnement.</li> <li>La troisième partie « fabrication » est la construction d'un prototype de pale.</li> </ul>	 

### Etudiant 1

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Aérodynamique, CAO, programmation, mécanique
Logiciels utilisés	Solidworks, Ansys, Office, Visual Basic
Calculs faits	dimensionnements, tension, flexion...
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	oui, sous Excel
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Gauss afin de retrouver les coefficients d'équations
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Toute la mécanique, CAO et l'informatique
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, pas vraiment

### Etudiant 2

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Aérodynamique, conception, programmation,
Logiciels utilisés	Cosmosexpress, Visual Basic sous Solidworks
Calculs faits	calcul de dimensionnement, RDM
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Sous visual basic et Excel
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	oui, pivot de Gauss

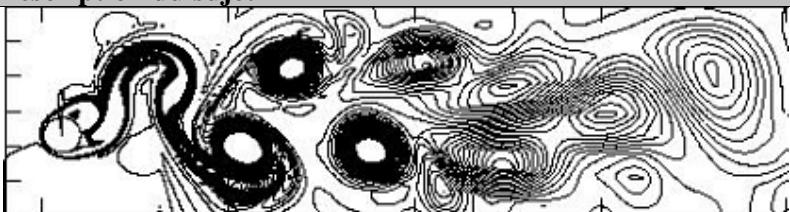
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Matériaux
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Mécanique, conception, informatique
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, pas vraiment besoin

### Etudiant 3

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Aérodynamique, CAO, Rdm
Logiciels utilisés	Solidworks, Cao, Ansys pour étudier les contraintes dans la structure
Calculs faits	RDM
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Calcul sous VBA et Excel
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	-----
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	connaissances de matériaux
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	mécanique, CAO
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	-----

## Projet 7

Titre : Conception d'une plate-forme expérimentale pour mettre en évidence les phénomènes d'instabilité d'une aile d'avion soumise à écoulement transverse

Description du sujet	
	Fig 1 : Déplacement du centre d'un tube sous écoulement et son sillage mis en évidence par des courbes de «iso-tourbillon».
<p><b>Conception d'une plate-forme expérimentale pour mettre en évidence les phénomènes d'instabilité d'une aile d'avion soumise à écoulement transverse.</b></p> <p>Les ailes d'avion soumises à un écoulement transverse d'air vibrent et sont sujettes à des phénomènes d'instabilité. Pour éviter ces instabilités, on doit pouvoir les prévoir. Ces instabilités dépendent de la souplesse de l'aile, de la vitesse de l'avion et des caractéristiques de l'air. Les ailes ont des profils de type NACA. Pour simplifier le problème, on modélise ici l'aile par un tube de section circulaire.</p> <p>La première partie de ce projet est de réaliser un « avant projet ou projet » d'une maquette expérimentale permettant de mettre en évidence ces instabilités. La deuxième partie de ce projet est la conception d'un capteur muni de jauges de déformation pour mesurer les déplacement du tube. On pourra par la suite remplacer ce tube par un cylindre de section de type NACA (modélisant plus fidèlement l'aile).</p>	

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Expérience acquise en cours
Logiciels utilisés	Solidworks – CAO Ansys pour le calcul de structure, Excel, Word
Calculs faits	mécanique des fluides, vibrations, éléments finis
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Formules, graphiques, abaques, schémas
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Fonctions, Equations différentielles
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	oui, documents fournis par le tuteur et traitant de sujets non encore étudiés
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Conception mécanique, RDM, vibrations, mécanique des fluides
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, les probabilités ne paraissent pas utiles pour le moment. Je n'ai pas eu l'occasion d'en faire usage.

-Le schéma est considéré comme une représentation graphique

-Bien que l'étudiant mentionne l'utilisation d'équations différentielles, de méthodes d'éléments finis et de fonctions, il affirme que les cours des mathématiques ne sont pas vraiment utiles, parce qu'il n'y a pas l'utilisation de probabilités. Peut être a-t-il associé cours de mathématiques à cours de probabilités, mais ce n'est pas sans doute l'unique cours de mathématiques reçu à l'université. N' y a-t-il pas de cours d'équations différentielles ?

## Projet 8

Titre : Réalisation d'une maquette d'aile d'avion pour soufflerie aérodynamique. Etude du décrochage.

Description du sujet	
<p align="center"><b>Maquette d'aile d'avion pour soufflerie aérodynamique</b></p> <p>Un simulateur de vol réaliste se doit de prendre en compte les phénomènes d'instabilité, dont le décrochage. Ce phénomène complexe peut être étudié sans risques sur un modèle réduit placé dans une soufflerie aérodynamique.</p> <p>Dans ce projet il s'agit de réaliser une maquette d'un corps profilé de type aile d'avion. Elle sera utilisée dans une soufflerie aérodynamique de type Eiffel construite à l'IUT Génie Thermique de Brétigny, dont la veine (de 350 mm de côté) peut atteindre des vitesses de 160 km/h.</p> <p>Le profil sera « classique » (type NACA). La maquette devra intégrer des prises de pression sur une ou les deux faces (intrados et extrados) selon le profil retenu. Elle devra résister aux contraintes mécaniques avec le minimum de déformation. Cette maquette sera fixée à une balance déjà en place (jauges de contraintes). S'agissant d'un modèle réduit la <u>réalisation devra être très soignée</u> (conformité géométrique, état de surface). Une des difficultés sera la réalisation du bord de fuite qui est très fin. Le projet sera l'occasion de définir un protocole de réalisation de ce type de maquette. Différentes solutions techniques devront être envisagées.</p> <p>Ce projet est proposé depuis plusieurs années. Les étudiants qui s'y sont frottés n'ont pas trouvé de solution satisfaisante. Serez vous ceux qui relèveront le défi et qui réussiront là où les autres ont échoué ?</p>	

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Matériaux, logiciel mécanique (Solidwork, conworks), production, moulage
Logiciels utilisés	Solidworks – CAO, DAO Conworks – FAO Cosmos – rdm
Calculs faits	Calcul de dimension pour la maquette du profil d'aile, coût
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Méthode de moulage
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Moulage, aérodynamique, matériaux (rdm), gestion du projet (planning, tâches)
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, pas d'application mathématique, ce sont les logiciels qui font tout.

Eléments mathématiques :

-réalisation de calculs

-mathématiques prises en charge par le logiciel : intéressant d'étudier jusqu'à quel point c'est vrai.



### Projet 3

Titre : Construction d'un « plancher défilant » pour l'essai en soufflerie d'une maquette d'automobile

#### Description du sujet

Le développement d'un nouveau véhicule requiert une étude approfondie de ses formes. Ce n'est pas qu'une question d'esthétique ! En effet l'influence de l'aérodynamisme du véhicule sur ses performances devient prépondérante dès que l'on dépasse 50 km/h. L'efficacité aérodynamique est mesurée par le coefficient de traînée appelé «  $C_x$  ». Plus il est faible et moins le véhicule consommera de carburant.

Pour un véhicule routier on peut étudier le coefficient  $C_x$  à l'aide de **maquettes** placées dans une soufflerie. Cependant les souffleries sont souvent conçues pour tester des avions et elles ne prennent pas en compte l'effet de sol, ce qui est un gros handicap.

Dans le cadre du projet pluriannuel « **Véhicule ultra léger** », il serait souhaitable de se doter d'un outil expérimental pour évaluer sur maquette les performances d'un véhicule. Les maquettes peuvent être construites par des techniques de prototypage rapide (stéréo lithographie, usinage rapide) disponibles à l'IUP. D'autre part, le département Génie Thermique et Energie de l'IUT d'Evry possède une **soufflerie** dont les dimensions de la veine et la vitesse maximum permettent d'envisager des maquettes au 1/15<sup>ème</sup>. On peut donc prévoir d'utiliser cette technique tout au long du développement d'un nouveau véhicule ultra léger.

Cependant il faut adapter la veine de la soufflerie de l'IUT pour les véhicules routiers. On propose de **développer un « plancher défilant »**. C'est un tapis roulant qui se place sous la maquette du véhicule à la place de la paroi fixe. Il n'est pas en contact avec la maquette (faible jeu). La vitesse de défilement variable doit être asservie à celle de l'air à l'entrée de la veine d'essai. On réalisera pour cela une boucle d'asservissement via des capteurs de pression et de position qui pilotera un moteur électrique. Une difficulté majeure de ce projet est liée à la très grande vitesse de défilement (~ 45 m/s). A cette vitesse il y a d'une part un risque d'instabilité vibratoire et d'autre part un échauffement possible.

Ainsi équipée, la maquette respecte les lois de la similitude en mécanique des fluides et donne une mesure fiable du coefficient  $C_x$ .

#### Etudiant 1

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Compétences sur le traitement informatique, dessin industriel et des méthodes de calcul et de modélisation, outil : informatique et les connaissances acquises lors des TP
Logiciels utilisés	Traitement de texte : Word, Excel Desing et modélisation industrielle : Solidworks
Calculs faits	Calculs de couple moteur et de couple transmission calcul de puissance nécessaire
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	-Les lois et les formules d'élasticité : lois d'Hooke, bilan de puissance
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilité, statistique, ...)	Analyse et un peu d'algèbre
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	...car il nous reste à élaborer le système d'asservissement, équations différentielles, transformée de Fourier

Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Conception mécanique, asservissement
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	oui, presque tous les outils mathématiques qu'on a acquis jusqu'à maintenant

### Etudiant 2

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Recherche sur internet
Logiciels utilisés	Solidworks permet la conception de différentes pièces mécaniques
Calculs faits	Calculs de coûts, des dimensions exigées pour le tapis roulant
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	relations trigonométriques
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	-----
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Certaines formules qui permettent de trouver le couple nécessaire pour notre moteur
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	mécanique
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	-----

### Etudiant 3

Type de connaissances, d'outils, de compétences	De connaissances en mécanique
Logiciels utilisés	Solidworks pour la conception de pièces mécaniques, word, Excel
Calculs faits	Calculs de couple de moteur électrique
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	formules de vitesse, de couple et de puissance moteur
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	-non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	connaissances en fabrication de pièces dans l'atelier
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	mécanique, aérodynamique
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non

### Eléments mathématiques

#### -Calculs

- Couple moteur
- Couple transmission
- Dimensions pour le tapis roulant

#### -formules

de vitesse, de couple moteur, de puissance, d'élasticité

#### -relations trigonométriques

-A utiliser : équations différentielles et transformée de Fourier ? Où ? Pour quoi faire exactement ?

## Projet 1

Titre : Système expérimental d'analyse en soufflerie

### Description du sujet

#### Système expérimental d'analyse en soufflerie

Le but de ce projet est de se doter d'un système expérimental permettant, dans les limites possibles, de pouvoir étudier l'aérodynamique d'un système, c'est à dire définir autant le comportement d'une structure soumise à un écoulement d'air (mesure des actions aérodynamiques) que l'écoulement du fluide autour de cette structure.

Il faudra vérifier les caractérisations déjà réalisées de la soufflerie existante, réaliser la conception d'un système de mesure tout en ayant réalisé un état précis de l'existant mais aussi la définition du cahier des charges d'un tel produit.

Un cahier des charges global sur les capacités nécessaires d'une telle soufflerie sera à rédiger : système de mesure d'actions mécaniques mais aussi de systèmes de visualisation de l'écoulement.... définition de nouvelles caractéristiques pour la soufflerie ou aménagements, améliorations à réaliser sur l'existante.

Il sera essentiel que tous les résultats soient rassemblés et des synthèses réalisées pour les années futures.

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Nos compétences en mécanique (calculs + conception) et en informatique
Logiciels utilisés	Solidworks – conception Office – rédaction
Calculs faits	Calculs d'efforts, de vitesse, de frottements
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	schémas pour illustrer nos travaux, certaines formules
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Non
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Cours de conception
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non

Eléments mathématiques :

- Calculs en mécanique (efforts, vitesse, frottements) – Sciences de l'ingénieur
- formules

Le schéma est vu comme une représentation graphique

## Projet 33

Titre : Etude d'une machine à attacher les pieds de vigne

Description du sujet
<p><b>Etude d'une machine à attacher les pieds de vignes</b></p> <p>Les pieds de vignes sont attachés à un poteau de bois. Le fil utilisé est un fil de plastique creux. Pour l'instant, cette opération se fait manuellement ou presque. Un souhait des viticulteurs serait d'avoir une machine (portable ou adaptable sur un tracteur) qui leur permettrait de réaliser cette opération. Il faut donc que la machine soit capable d'encercler le cep de vigne puis de nouer le fil et de le couper.</p> <p>Toute la conception de la machine est donc demandée et en particulier les dimensionnements nécessaires ainsi que tous les dessins d'ensemble et de définition. Une maquette ainsi que des tests pourront être réalisés.</p> <p>Ce projet est pluriannuel. Il faudra dans un premier temps lancer, en parallèle, une étude de l'existant, un sondage auprès des viticulteurs pour cerner plus concrètement leur besoin et leur souhait. Une étude de marché est donc à réaliser. Un cahier des charges complet définissant les caractéristiques de la machine devra donc être rédigé. Ceci constitue le thème central du projet de cette année.</p> <p>Il sera essentiel que tous les résultats soient rassemblés et des synthèses réalisées pour les années futures.</p>

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Connaissance en conception mécanique
Logiciels utilisés	Solidworks – cao Excel, Word
Calculs faits	Calculs d'effort, couple moteur
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Non
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Conception mécanique
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non

Eléments mathématiques :

Calculs – effort, couple moteur

Dans la description du projet apparaît la nécessité de faire des dimensionnements, pour cela n'est-il pas nécessaire de faire des calculs ?

Projet 42  
Titre : Remorqueur

Description du sujet
<p>Dans les ateliers de maintenance de l'aviation générale (les petits avions), dans les aéroclubs on doit, au sol, déplacer les avions pour les entrer et sortir des hangars, les parquer. Ces avions peuvent avoir des poids compris en général entre 500 et 2500 Kg. Il s'agit donc de tâches fastidieuses et pénibles. Il existe quelques tracteurs spécialisés conçus artisanalement et généralement pas adaptés à un parc d'avion très différents.</p> <p>Il est proposé d'étudier un tracteur adapté à l'aviation générale. Il devra être capable de manoeuvrer les avions d'aéroclub en marche avant et arrière avec une vitesse allant de l'homme au pas à des vitesses très lentes pour le parage en hangar encombré. Les avions sont tractés par la roulette avant. Le tracteur doit s'adapter facilement aux différents types d'atterrisseurs. Il doit être piloté facilement, éviter tous efforts. Susceptible de fonctionner en hangar, il sera animé par moteur électrique et batteries.</p> <p>Le travail proposé comporte plusieurs étapes :</p> <p>1/ Cadrage du produit</p> <p>2/ Consultation d'entreprises de maintenance et d'aéroclubs : intérêt pour le produit, coût maximal, contrainte d'emploi, type d'avions concernés, dispositif de remorquage</p> <p>3/ Définition du cahier des charges, prise en compte de la qualité, du coût, de la maintenance</p> <p>4/ Choix technologiques majeurs (mode de tractage, mode de traction, énergie, aide à l'usage)</p> <p>3/ Consultation d'entreprises pour le fabrication du produit</p> <p>4/ Etablissement d'un dossier ANVAR</p> <p>5/ Etude du produit</p> <p>6/ Réalisation d'un prototype</p> <p>7/ Essai et validation du produit</p> <p>Il faut pour ce projet des étudiants ayant des compétences de conception et fabrication mécanique pour l'étude et la fabrication du tracteur, des compétences en gestion de projet, calcul des coûts et qualité pour la définition du produit, des compétences en électrotechnique et électronique pour la commande (éventuellement quelques compétences informatiques) et aussi design pour un produit marchand.</p>

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Internet, compétences mécaniques (et électroniques)
Logiciels utilisés	Non, dans l'avenir Solidworks
Calculs faits	Calculs de pression hydraulique, couple, puissance, dimensionnement
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non, rien de spécial
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Non
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Conception, mécanique, électrotechnique
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, projet simple du point de vue calcul. Demande plus de réflexion logique

Eléments Mathématiques

Calculs – pression hydraulique, couple, puissance, dimensionnement

Projet 43  
Titre : Indicateur d'assiette

Description du sujet	
<p>Lors de différentes phases de vol, la tenue de l'assiette d'un avion est fondamentale. L'assiette est l'angle que fait l'avion avec l'horizontale. Les avions commerciaux sont pourvus d'un dispositif de contrôle d'assiette, il n'en est pas de même pour les petits avions (aviation générale).</p> <p>Le repérage de l'horizontale, facile au sol de manière statique (fil à plomb, niveau à bulle), ou en vol stabilisé est beaucoup plus difficile dès lors que l'instrument de mesure doit subir des accélérations parasites. On fait souvent appel à des dispositifs gyroscopiques mais qui doivent être régulièrement recalés.</p> <p>En vol le pilote se doit de regarder hors de l'avion et ne pas se focaliser sur ses instruments. On privilégiera des dispositifs d'indication tête haute (projection sur le pare brise). La mesure demandée ne dépasse pas <math>10^\circ</math> autour de l'horizontale.</p> <p>Le dispositif se doit de comporter une mesure quasi statique permettant un calage en vol à peu près stable et un dispositif gyroscopique pour une mesure instantanée (gyroscopie électronique). Le recalage doit être automatique. On repèrera par logiciel les instants où le recalage est possible.</p> <p>L'affichage pourrait se faire par faisceau laser sur une cible sur le pare-brise.</p> <p>Le mécanicien devra concevoir un pendule ou similaire convenablement amorti, l'électronicien mettra en œuvre le gyroscopie électronique et la mesure du pendule, l'informaticien fera la fusion des données et le recalage. Il faudra encore mettre au point les annexes : affichage, alimentation, conception produit.</p>	

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Internet
Logiciels utilisés	Word – rédaction du suivi du projet
Calculs faits	Déterminer un angle à partir d'un changement de repère
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	sphère, cercle, formules de trigo pour déterminer les angles pour contrôle de l'assiette de l'avion
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	pas encore
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Programmation Matlab
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Aéronautique générale pour comprendre mécanisme d'instruments de bord et électronique pour choix ces composants, <u>traitement statistique du signal</u>
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	oui, pour les formules trigo

Eléments mathématiques  
-déterminer un angle  
-sphère, cercle, formules trigonométriques. A utiliser Matlab

En quoi consiste-t-il exactement ?

## Projet 54

### Titre : Point mobile pour la toilette et la douche

Description du sujet
<p>Imaginez un espace confortable et mobile permettant avec un minimum d'intimité de faire sa toilette et de prendre une douche pour une utilisation en camping / camping car, comme dépannage d'urgence en cas de sinistre...</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- cet élément intégrera les diverses fonctions avec un souci de compacité et d'ergonomie</li> <li>- il ne comportera pas sa propre réserve d'eau ou alors d'une capacité minimale, mais il sera raccordé à une source d'approvisionnement d'eau ou une réserve sera remplie pour l'alimenter</li> <li>- pour le confort des usagers, il devra pouvoir assurer de manière autonome et naturelle [panneau solaire, éolienne...] un réchauffement de l'eau aux environs de 40°C [en définir les limites d'utilisation raisonnable ; sur la banquise ça ne marchera peut être pas !]</li> <li>- l'évacuation des eaux usées se fera sur un réseau existant sinon proposer un système « propre » d'évacuation / décantation, dispersion.</li> <li>- il se repliera facilement et rapidement dans un volume minimal pour en assurer un transport aisé</li> <li>-</li> </ul> <p>NB : Il ne s'agit pas de solutionner le problème de toilette / douche d'une ville sinistrée avec ce seul élément mais de permettre à une famille de 4/5 personnes de se laver dans des conditions qui sans être celle de leur domicile, soient acceptables, sachant que dans ce contexte les utilisateurs seront conscients que l'eau est un élément précieux à ne pas gaspiller.</p>

#### Etudiant 1

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Littéraire, artistique
Logiciels utilisés	Illustrator, Word
Calculs faits	Non
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Pas du tout
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	oui, techniques de chauffage pour l'eau, capteur solaire, énergie renouvelable, Mécanisme pliage
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	culture design, infographie, design
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, on n'a pas besoin

#### Etudiant 2

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Nos utilisons notre expérience de l'année dernière (le projet). Et puis nos compétences acquises lors de notre formation professionnelle
Logiciels utilisés	Photoshop, Illustrator – plein de recherche Word – rédaction des documents Power point – présentation au tuteur du travail effectué Internet - recherche
Calculs faits	-----
Utilisation de formules, de représentations	-----

graphiques, géométriques	
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	-----
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	-----
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	les enseignants en design, infographie et culture design
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Pas de cours de math

### Etudiant 3

Type de connaissances, d'outils, de compétences	nous avons fait des brainstormings des comptes rendus
Logiciels utilisés	Word – pour rédiger les textes Illustrator et Photoshop pour les planches tendances
Calculs faits	Non, aucun
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non, aucune
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non pas du tout
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	oui, sûrement pour travailler sur la partie plus technique du projet (chauffage de l'eau, évacuation d'eau)
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	culture design, infographie, design
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, car nous n'avons pas de cours de mathématiques.



Projet 58  
Titre : Véhicules magasins

Description du sujet
<p>Vendre au plus frais et au plus près ; être à l'emplacement parfait et au moment idéal sont les atouts du commerce ambulant. Les « VÉHICULES MAGASINS » ont été conçus et pensés pour accompagner les commerçants dans la réussite et le développement de leur entreprise.</p> <p>Véritables espaces de vente ; ces véhicules doivent permettre d'établir une relation de qualité entre le vendeur et les clients, de mettre en place des qualités de confort et d'accueil indispensable.</p> <p>Ils doivent faire oublier au maximum, lorsqu'ils s'installent sur une place de ville ou de village, leur aspect et leur architecture de véhicule industriel pour participer à la « scénographie » du marché forain.</p> <p>Ils doivent aussi, lorsqu'ils reprennent la route, être reconnus comme des véhicules à part entière et s'intégrer dans le flot des autres usagers de la route.</p> <p>Cette double identité doit donc être développée sans jamais pour autant pénaliser l'une ou l'autre de ses composantes.</p> <p>Indépendamment des qualités de l'analyse et de la méthodologie de projet ; vous devez veiller à mettre en évidence :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- L'image générale du véhicule sur la route et installé sur le lieu de vente.</li> <li>- La qualité des matériaux et des finitions.</li> <li>- L'optimisation des volumes et des surfaces.</li> <li>- L'organisation générale des espaces de ventes du point de vue du commerçant et de celui du client (définir le type de vente : boucherie, boulangerie, poissonnerie ...).</li> <li>- L'aspect technique et ergonomique lors de la transformation du véhicule routier en espace de vente.</li> </ul> <p>NB. Travail effectué à partir d'un véhicule de la gamme RENAULT « Master, Trafic » en gardant le châssis et sa motorisation ainsi que le poste de conduite (son emplacement et une partie de son équipement).</p>

**Etudiant 1**

Type de connaissances, d'outils, de compétences	-----
Logiciels utilisés	oui, Solidworks, pour réaliser des pièces en CAO assez complexe et pour créer les assemblages
Calculs faits	Non
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Non, en tu cas pas pour le moment
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	conception, fabrication, éléments finis, calcul
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	-----

**Etudiant 2**

Type de connaissances, d'outils, de compétences	-----
Logiciels utilisés	oui, Solidworks, pour la CAO Word pour le rapport et les comptes rendus
Calculs faits	Non
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non

D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Non, en tu cas pas pour le moment
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	conception, fabrication, les éléments finis (Calcul de structure)
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	-----

Les étudiants ont répondu que dans leur projet il n'y a pas de éléments mathématiques, (pas de calculs, pas de formules, représentations graphiques, géométriques, etc.), cependant les deux ont mentionné « les éléments finis » comme enseignements utiles suivis à l'université.

Il faut voir d'autres documents, cahier des charges, rapport intermédiaire.

## Projet 61

Titre : Réalisation d'un algorithme d'attribution des choix pour les projets M1 et pour les UE Libres et de la base de donnée de gestion administrative des projets

Description du sujet
Le but de projet est de créer un outil qui permettrait de gérer l'inscription des étudiants dans les UE libre et la gestion des projets M1.
Dans les deux cas, il faudra définir un cahier des charges précis avec les futurs utilisateurs afin de comprendre leur attente et la complexité du problème.
Pour les projets M1, il faudra en plus développer un algorithme qui permettrait d'allouer automatiquement les sujets aux étudiants.

### Etudiant 1

Type de connaissances, d'outils, de compétences	connaissances informatiques, avec comme outils un ordinateur et le logiciel Access 97. Mes compétences en base de données
Logiciels utilisés	oui, Accès 97 pour la création et la gestion de base de données
Calculs faits	Non, aucun calcul pour le moment
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non, aucunes formule, graphique
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non, aucune mathématique
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	oui, approfondir mes connaissances en base de données et sur le fonctionnement du logiciel
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	L'enseignement « Base de données » car c'est celui le plus approprié à mon sujet de projet
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Peut être les probabilités et les statistiques pour évaluer le questionnaire mis en place dans notre projet afin d'avoir les critères de satisfaction les plus courant

### Etudiant 2

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Access, Internet
Logiciels utilisés	Access
Calculs faits	Non
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Non
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Les langages de programmation, Base de données
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Probabilité, statistique, car on devra connaître la meilleur méthode suivant les critères

**Etudiant 3**

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Pour l'instant seulement des connaissances générales
Logiciels utilisés	oui, Word : pour établir un questionnaire, faire le cahier des charges et de comptes rendu, Excel : faire des tableaux pour recevoir les données du questionnaire
Calculs faits	Non
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Oui, une connaissance sur les algorithmes du recuit simulé et génétique
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Algèbre matricielle et probabilité/statistique. C'est les matières que se rapprochent le plus de ce que l'on doit faire
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, je crois que seul les mathématiques de bases seront nécessaires avec celles citées précédemment

**Etudiant 4**

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Logiciels tel que Word, Access, VB, aussi Internet pour la recherche sur les algorithmes
Logiciels utilisés	oui, Word : pour faire un questionnaire Excel : Afin de faire un planning prévisionnel Access : base de données étudiants, enseignants
Calculs faits	Non
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Informatique, pour les algorithmes, tel que Visual Basic
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Statistiques, algèbre, probabilités : pour interpréter les résultats
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, car pas énormément de calculs pour ce projet, orienté informatique

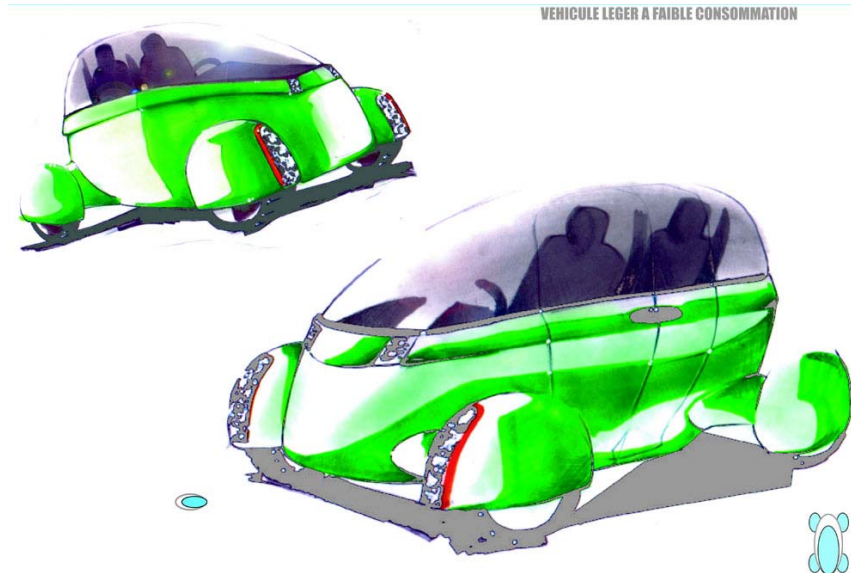
## Projet 48

Titre : Conception du châssis (suspension comprise) d'un Véhicule Ultra Léger

Ce projet est réalisé par trois équipes d'étudiants (12 étudiants).

### Description du sujet

L'année dernière, un groupe d'étudiant a travaillé sur les principes d'un véhicule à faible consommation d'énergie. A partir de leurs travaux, il faut travailler sur la conception du châssis et de l'ensemble de la mécanique hors moteur et boîte de vitesse..



### Etudiant 1

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Connaissances automobile (moteur, suspensions), résistance des matériaux, calcul de masse volumique
Logiciels utilisés	Solidworks
Calculs faits	Calculs de poids en réalisant une pièce sur Solidworks et en lui appliquant sa masse volumique
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Calcul de $C_x$ , coefficient de pénétration dans l'air (pour la carrosserie)
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Je pense qu'on va essayer d'utiliser au maximum des méthodes de calcul simple
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Cours de matériaux et beaucoup de culture générale en automobile
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Oui (pour le calcul de $C_x$ )

**Etudiant 2**

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Connaissances techniques automobile, calcul des structures, résistance des matériaux
Logiciels utilisés	Oui, Solidworks, RDM-6 pour la conception et le dimensionnement du châssis
Calculs faits	Oui, dimensionnement de châssis
Utilisation de formules, de <u>représentations graphiques</u> <sup>1</sup> , géométriques	Oui, schématisation d'un véhicule en parties principales
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non et oui, pour le dimensionnement, on utilise des équations différentielles
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Oui, surtout connaissances en matériaux et technologie automobile
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Construction mécanique, calcul des structures, RDM
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Oui, résolution des équations différentielles, matrices

**Etudiant 3**

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Matériaux, productique
Logiciels utilisés	Non
Calculs faits	Oui, conversions
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Oui, motorisation et transmission
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Matériaux, gestion de projet
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, pas utilisé

**Etudiant 4**

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Organisation et gestion de la production
Logiciels utilisés	Msproject : gestion du temps
Calculs faits	Non
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Non
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Non
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	OGP, gestion de projet
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Non, pas utilisé sauf petits calculs

---

<sup>1</sup> Soulignage effectué par l'étudiant.

**Etudiant 5**

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Connaissances matériaux
Logiciels utilisés	RDM 6, Solidworks
Calculs faits	C'est les logiciels qui ont fait les calculs
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Oui, formules des matériaux
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	----
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Calcul de structure, matériaux
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Calcul basique

**Etudiant 6**

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Connaissances mécaniques, outil Internet
Logiciels utilisés	Non, pas pour l'instant
Calculs faits	Oui, concernant la puissance du moteur et son couple nécessaire à l'entraînement de la voiture
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Oui, $p = \frac{1}{2} \rho S C_x v^3 + fmgv$
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Non, pas pour le moment
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Probablement mais trop tôt pour préciser
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	Cours de mécanique et de mathématiques car il est nécessaire de connaître la mécanique pour comprendre le fonctionnement des systèmes et les mathématiques pour calculer les efforts
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Les mathématiques sont à la base de toutes les matières, donc elles seront sûrement utiles pour la réalisation du projet

**Etudiant 7**

Type de connaissances, d'outils, de compétences	
Logiciels utilisés	RDM 6, Solidworks pour étudier la rigidité de la structure « choisie »
Calculs faits	Des calculs de résistance des matériaux
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	Oui des représentations des forces, de centre de gravité, pour étudier la stabilité d'un véhicule
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	Oui, mais pas encore approfondies, toujours pour étudier la stabilité, la limite au renversement d'un véhicule
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	Oui sûrement, mais je ne sais pas encore
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	La résistance des matériaux car on est amené à étudier la rigidité du châssis
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Oui les mathématiques sont partout, mais il y a beaucoup de maths que j'ai étudiées et qui ne servent à rien ici

**Etudiant 8**

Type de connaissances, d'outils, de compétences	Calcul engrenages, géométrie pour la transmission de puissance
Logiciels utilisés	Oui, Solidworks, afin de donner un modèle virtuel
Calculs faits	-pour le rapport d'engrenages -pour la longueur du type pour arriver au résultat voulu
Utilisation de formules, de représentations graphiques, géométriques	---
D'autres mathématiques (fonctions, algèbre linéaire, équations différentielles, probabilités, statistique, ...)	que de relations liées à la mécanique
Pour l'étape suivante, nouvelles connaissances	On a besoin de formation qui nous prépare aux exigences du monde du travail
Enseignements suivis à l'université, utiles pour le projet	La conception
Cours de mathématiques également utiles pour le déroulement du projet	Tout dépend du domaine



---

## Annexe 2. Fiches de proposition de sujet

---

## ANNEXE 2. Fiches de proposition de sujet des projets

### FICHE DE PROPOSITION DE SUJET Travaux d'Etudes, Recherches & Développement

Partie 1 – Réservée à l'encadrement

Thème(s) du ER&D
<input type="checkbox"/> Aéronautique : ULM / <input type="checkbox"/> Simulateur de vol / <input type="checkbox"/> Simulateur de conduite <input type="checkbox"/> Véhicule ultra léger / <input type="checkbox"/> Plateforme modulaire robotisée / <input type="checkbox"/> Handicap <input checked="" type="checkbox"/> Autres

#### *Descriptif du ER&D*

Titre	
Système expérimentale d'analyse en soufflerie	
Mots clefs	
Analyse, Aérodynamique, Résistance des matériaux, Conception, Fabrication	
Spécialités requises	
Connaissances Technologiques (construction, fabrication, énergie...), Sens de l'analyse	
Intérêt porté par les tuteurs (entre 1 et 4 ★)	★★★★

#### *Moyens*

Coût estimé	Financement
100 €	

#### *Besoins*

Informatique	Usinage
Type de machine, Environnement : Logiciels : Internet, Solid Works, Excel, Word, Rdm6...	Type de machine : Conventionnelle, Soudage

☐ ☒

## NOTE DE CENTRAGE

Affichage étudiant

### Thème(s) du ER&D

- ☐ Aéronautique : ULM / ☐ Simulateur de vol / ☐ Simulateur de conduite  
☐ Véhicule ultra léger / ☐ Plateforme modulaire robotisée / ☐ Handicap  
☒ Autres

### Description du sujet

#### A.1.1. Système expérimentale d'analyse en soufflerie

Le but de ce projet est de se doter d'un système expérimental permettant, dans les limites possibles, de pouvoir étudier l'aérodynamique d'un système. C'est à dire définir autant le comportement d'une structure soumise à un écoulement d'air (mesure des actions aérodynamiques) que l'écoulement du fluide autour de cette structure.

Il faudra vérifier les caractérisations déjà réalisées de la soufflerie existante, réaliser la conception d'un système de mesure tout en ayant réalisé un état précis de l'existant mais aussi la définition du cahier des charges d'un tel produit.

Un cahier des charges global sur les capacités nécessaires d'une telle soufflerie sera à rédiger : système de mesure d'actions mécaniques mais aussi de systèmes de visualisation de l'écoulement.... définition de nouvelles caractéristiques pour la soufflerie ou aménagements, améliorations à réaliser sur l'existante.

Il sera essentiel que tous les résultats soient rassemblés et des synthèses réalisées pour les années futures.

### Nombre d'étudiants

4

### Profil des étudiants

GEII		GM	2
GSI Aéronautique	2	GSI Design	
GSI Productique	2	GSI Energétique	

### Tuteur(s) et ses coordonnées

XXX - bureau Ax.Hall A du bâtiment du Pelvoux

# FICHE DE PROPOSITION DE SUJET

## Travaux d'Etudes, Recherches & Développement

Partie 1 – Réservée à l'encadrement

Thème(s) du ER&D
<input checked="" type="checkbox"/> Aéronautique : ULM / <input type="checkbox"/> Simulateur de vol / <input type="checkbox"/> Simulateur de conduite <input type="checkbox"/> Véhicule ultra léger / <input type="checkbox"/> Plateforme modulaire robotisée / <input type="checkbox"/> Handicap <input type="checkbox"/> autre : MATEO (Projet biomécanique)

### Descriptif du ER&D

Titre
Conception d'une plate-forme expérimentale pour mettre en évidence les phénomènes d'instabilité d'une aile d'avion soumise à écoulement transverse.
Mots clefs
Conception – RDM - Capteur de déplacement - Fabrication - matériaux
Spécialités requises
Conception – Fabrication – RDM – Matériaux - Capteur – Instrumentation
Intérêt porté par les tuteurs (entre 1 très intéressé et 4 moyennement intéressé )
[2]

### Moyens

Coût estimé	Financement
Matière 100 euros : capteur	A soumettre en commission

### Besoins


Informatique	Usinage
Type de machine, Environnement :	Type de machine : MOCN TNC 426
Logiciels : Solidworks – Camworks – ANSYS – EXCEL - Visuel Basic	Répartition sur les cinq semaines : 4 dernières
Salle : cx38, cx158 et Hall _CN	

Réf

Réf	2
-----	---

## NOTE DE CENTRAGE

<b>Thème(s) du ER&amp;D</b>
<input checked="" type="checkbox"/> Aéronautique : ULM / <input type="checkbox"/> Simulateur de vol / <input type="checkbox"/> Simulateur de conduite <input type="checkbox"/> Véhicule ultra léger / <input type="checkbox"/> Plateforme modulaire robotisée / <input type="checkbox"/> Handicap <input type="checkbox"/> autre : MATEO (Projet biomécanique)

<b>Description du sujet</b>	
	Fig 1 : Déplacement du centre d'un tube sous écoulement et son sillage mis en évidence par des courbes de « iso-tourbillon ».

### Conception d'une plate-forme expérimentale pour mettre en évidence les phénomènes d'instabilité d'une aile d'avion soumise à écoulement transverse.

Les ailes d'avion soumises à un écoulement transverse d'air vibrent et sont sujettes à des phénomènes d'instabilité. Pour éviter ces instabilités, on doit pouvoir les prévoir. Ces instabilités dépendent de la souplesse de l'aile, de la vitesse de l'avion et des caractéristiques de l'air. Les ailes ont des profils de type NACA. Pour simplifier le problème, on modélise ici l'aile par un tube de section circulaire.

La première partie de ce projet est de réaliser un « avant projet ou projet » d'une maquette expérimentale permettant de mettre en évidence ces instabilités. La deuxième partie de ce projet est la conception d'un capteur muni de jauges de déformation pour mesurer les déplacement du tube. On pourra par la suite remplacer ce tube par un cylindre de section de type NACA (modélisant plus fidèlement l'aile).

<b>Nombre d'étudiants</b>	4
---------------------------	---

<b>Profil des étudiants</b>			
GEII	1	GM	x
GSI Aéronautique	x	GSI Design	
GSI Productique	x	GSI Energétique	

<b>Tuteur(s) et ses coordonnées</b>
AAA - Bureau Ax - email : AAA@iup.univ-evry.fr

# FICHE DE PROPOSITION DE SUJET

## Travaux d'Etudes, Recherches & Développement

Partie 1 – Réservée à l'encadrement

Thème(s) du ER&D
<input type="checkbox"/> Aéronautique : ULM / <input type="checkbox"/> Simulateur de vol / <input type="checkbox"/> Simulateur de conduite <input checked="" type="checkbox"/> Véhicule ultra léger / <input type="checkbox"/> Plateforme modulaire robotisée / <input type="checkbox"/> Handicap <input type="checkbox"/> Autres

### ***Descriptif du ER&D***

Titre
Construction d'un « plancher défilant » pour l'essai en soufflerie d'une maquette d'automobile
Mots clefs
Aérodynamique automobile Réduction de consommation Mesure expérimentale du Cx Essai en soufflerie Véhicule ultra léger
Spécialités requises
Mécanique des fluides Mécanique Contrôle commande Métrologie et capteurs.
<b>Intérêt porté par les tuteurs (entre 1 et 4 ★)</b> <span style="float: right;">★★★★</span>

### ***Moyens***

Coût estimé	Financement
Petit moteur + carte commande à variateur + châssis support + bande caoutchouc 800 Euros (maximum, à préciser) Carte acquisition pilotée par Labview 1200 Euros	IUP   IUT GTE

### ***Besoins***

Informatique	Usinage
Type de machine, Environnement : Logiciels : PC, Labview (disponible à l'IUT GTE)	Type de machine : Machines outils classiques, soudure

☐ ☒

## NOTE DE CENTRAGE

## Thème(s) du ER&amp;D

- ☐ Aéronautique : ULM / ☐ Simulateur de vol / ☐ Simulateur de conduite  
☒ Véhicule ultra léger / ☐ Plateforme modulaire robotisée / ☐ Handicap

## Description du sujet

Le développement d'un nouveau véhicule requiert une étude approfondie de ses formes. Ce n'est pas qu'une question d'esthétique ! En effet l'influence de l'aérodynamisme du véhicule sur ses performances devient prépondérante dès que l'on dépasse 50 km/h. L'efficacité aérodynamique est mesurée par le coefficient de traînée appelé « Cx ». Plus il est faible et moins le véhicule consommera de carburant.

Pour un véhicule routier on peut étudier le coefficient **Cx** à l'aide de **maquette** placée dans une soufflerie. Cependant les souffleries sont souvent conçues pour tester des avions et elles ne prennent pas en compte l'effet de sol, ce qui est un gros handicap.

Dans le cadre du projet pluriannuel « **Véhicule ultra léger** » il serait souhaitable de se doter d'un outil expérimental pour évaluer sur maquette les performances d'un véhicule. Les maquettes peuvent être construites par des techniques de prototypage rapide (stéréo lithographie, usinage rapide) disponibles à l'IUT. D'autre part, le département Génie Thermique et Energie de l'IUT d'Evry possède une **soufflerie** dont les dimensions de la veine et la vitesse maximum permettent d'envisager des maquettes au 1/15<sup>ème</sup>. On peut donc prévoir d'utiliser cette technique tout au long du développement d'un nouveau véhicule ultra léger.

Cependant il faut adapter la veine de la soufflerie de l'IUT pour les véhicules routiers. On propose de **développer un « plancher défilant »**. C'est un tapis roulant qui se place sous la maquette du véhicule à la place de la paroi fixe. Il n'est pas en contact avec la maquette (faible jeu). La vitesse de défilement variable doit être asservie à celle de l'air à l'entrée de la veine d'essai. On réalisera pour cela une boucle d'asservissement via des capteurs de pression et de position qui pilotera un moteur électrique. Une difficulté majeure de ce projet est liée à la très grande vitesse de défilement (~ 45 m/s). A cette vitesse il y a d'une part un risque d'instabilité vibratoire et d'autre part un échauffement possible.

Ainsi équipée, la maquette respecte les lois de la similitude en mécanique des fluides et donne une mesure fiable du coefficient Cx.

## Nombre d'étudiants

4 ou 3

## Profil des étudiants

GEII	x	GM	x
GSI Aéronautique	x	GSI Design	
GSI Productique		GSI Energétique	x

## Tuteur(s) et ses coordonnées

xxxx Professeur à l'IUT d'Evry Brétigny  
[xxxx@iut.univ-evry.fr](mailto:xxxx@iut.univ-evry.fr)

---

---

## Annexe 3. Rapports intermédiaires

---

---



E1  
E2  
E3  
E4

M1GM1G1  
Méca 1



## ***RAPPORT DE PROJET***

***SUJET : Conception et réalisation d'un système de mesure pour la soufflerie.***

Tuteur : M.XXXX

*Année 2005-2006*

## SOMMAIRE

	Pages
I. Sujet _____	4
II. Analyse de l'existant _____	5
a) Caractéristiques de la soufflerie. _____	5
b) Projet M13 : définition d'un capteur de charge de mesure d'effort. _____	5
c) Les procédés déjà existant dans les entreprises spécialisées. _____	7
III. Cahier des charges _____	10
IV. Planning _____	10
V. Gestion du projet _____	10
VI. Travaux préliminaires _____	8
a) Notions d'aérodynamiques _____	10
b) détermination de la vitesse maximale _____	10
c) Détermination des efforts s'appliquant sur le profil d'aile _____	12
VII. Solutions technologiques _____	11
a) Solution globale _____	15
b) Solution « lames ressorts » _____	17
c) Solution « lame triangle en isoflexion avec jauge extensométrique » _____	23
d) Solution « lame rectangle avec jauge extensométrique » _____	25
VIII. Visualisation de l'écoulement _____	30
IX. Conclusion _____	30
X. Continuité du projet _____	30
XI. Annexes _____	31

A. Cahier des charges	32
B. Planning	37
C. Comptes-rendus de réunions	39
D. Devis	44
E. Calculs et dimensionnement	47
F. Dessin d'ensemble	49

## I. SUJET: SYSTEME D'ANALYSE EXPERIMENTALE EN SOUFFLERIE

Le but de ce projet est de se doter d'un système expérimental permettant, dans les limites du possible, de pouvoir étudier l'aérodynamique d'un système. C'est-à-dire définir autant le comportement d'une structure soumise à un écoulement d'air (mesure des actions aérodynamiques) que l'écoulement du fluide autour de cette structure.

Il faudra donc vérifier les caractéristiques de la soufflerie existante dans l'atelier de l'IUP, réaliser la conception d'un système de mesure tout en ayant fait un état précis de l'existant. Le cahier des charges d'un tel produit sera donc rédiger en fonction de ces paramètres et des limites que nous nous imposerons.

Un cahier des charges global sur les capacités nécessaires d'une telle soufflerie sera à rédiger : Système de mesure d'actions mécaniques, systèmes de visualisation de l'écoulement, définition de nouvelles caractéristiques pour la soufflerie ou aménagements mais aussi les améliorations à réaliser sur l'existante.

Il sera essentiel que tous les résultats soient rassemblés et des synthèses réalisées pour les années futures.

## II. ANALYSE DE L'EXISTANT :

### a) Analyse de la soufflerie :

La soufflerie est un système en boucle ouverte (dite type « Eiffel »), par aspiration. Contrairement à un système en boucle fermée (« Göttingen »), on a l'opportunité d'utiliser des fumées ou des particules en suspension dans la zone d'essais. Par contre la soufflerie « Göttingen » permet de varier les conditions d'expérience (gaz, pression) et demande moins de puissance de récupération.

#### Soufflerie Eiffel (cnam):



#### Soufflerie Göttingen (Ensam Bordeaux):



Le coût d'une soufflerie en boucle ouverte est moindre qu'avec une de type « Göttingen ».

### b) Caractéristiques de la soufflerie :

Dans les locaux de l'I.U.P se trouve la soufflerie qui est la base de notre étude de systèmes de mesure et d'analyses.

La soufflerie est un système en boucle ouverte (dite type « Eiffel »), par aspiration.

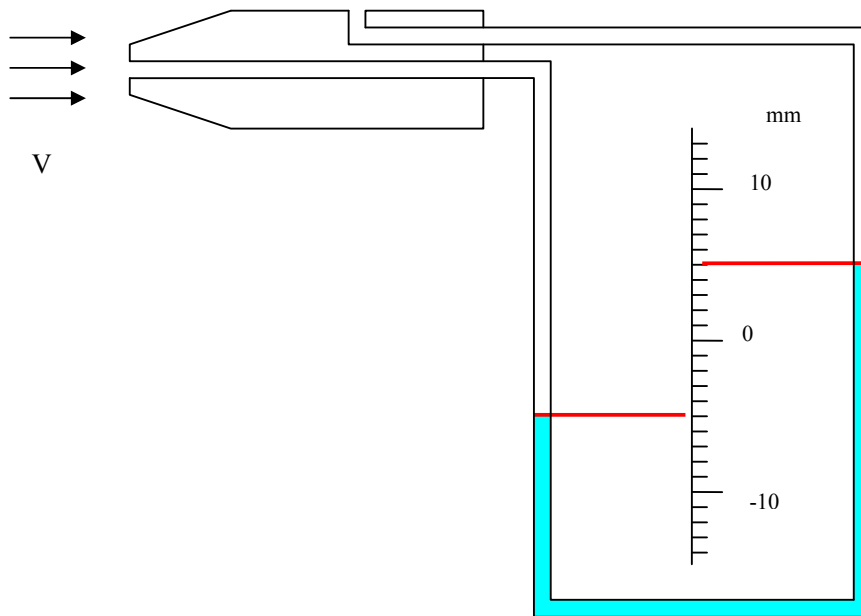
La veine d'essais est déjà équipée d'un tube de Pitot parallèle au champ de vitesse, appareil de mesure de vitesse des fluides, couramment utilisé en aéronautique.

Sur la structure, un manomètre différentiel à eau est déjà présent. (Photos)

En premier lieu, il était important de connaître les performances de la soufflerie, c'est à dire la vitesse maximale de son flux d'air.

La vitesse est mesurée à l'aide d'un tube de Pitot ainsi qu'un manomètre différentiel à eau dont voici la représentation et le principe :

Le flux d'air crée par l'aspiration de la soufflerie pénètre dans le tube de Pitot. Cet air exerce une pression sur l'eau du manomètre ce qui engendre une différence de hauteur. La vitesse est donc directement liée à la lecture de la différence de hauteur.



#### Caractéristiques de la veine d'essais :

Longueur de section : 62,8 cm

Largeur de section : 14,15 cm

Hauteur de section : 33,4 cm

Visualisation : 4 surfaces transparentes

#### Projet M13 : Définition d'un capteur de charge de mesure d'effort :

L'année passée, un groupe d'étudiant a réalisé toutes les études théoriques nécessaires à la conception d'un système de mesure d'efforts dans la veine.

Les élèves ont calculé théoriquement la force de portance ainsi que la force de traînée s'exerçant sur un profil d'aile d'avion de type NACA 0012 pour un angle d'incidence variant de 0 à 16°(au delà, il y a décrochage) pour une vitesse de flux de  $25 \text{ m.s}^{-1}$ .

Ils ont observé que la force de portance varie jusqu'à 3 N et que la force de traînée ne dépasse pas 1 N.

Les valeurs à mesurer étant très petites (en sachant que notre vitesse de flux n'est que de  $14 \text{ m.s}^{-1}$ ), les outils de mesures devront donc être très précis.

Sur trois capteurs d'efforts possibles (ressorts, capteurs extensométriques, capteurs à mesures directe) ils ont opté pour les capteurs extensométriques, et, plus précisément, des jauges à trames pelliculaires du fait de leurs plus grande précision et de leurs faibles coûts.

Ces jauges mesurent un déplacement, c'est à dire une déformation de structure.

Les efforts à mesurer étant très faibles, ils ont donc testé deux lamelles de matériaux différents : l'acier et l'aluminium.

L'aluminium ayant un module d'Young plus de deux fois moins important que celui de l'acier, les déformations sont plus importantes et donc plus facilement mesurables par les jauges extensométriques.

Deux déformations mesurables étaient possibles sur les lamelles en fonction de la conception du système de mesure : la flexion ou la traction.

Après des tests et des comparaisons, il s'est avéré que la flexion engendrait plus de déformations et donc des mesures plus précises.

En conclusion, la lamelle en aluminium soumise à un effort de flexion est la solution de mesure la plus précise retenue.

c) Les procédés existants dans les entreprises spécialisées :

➤ *La soufflerie Maranello (source :*

*<http://tecfa.unige.ch/tecfa/teaching/UVLibre/9900/bin03/maranbody.htm>*)

Mise au point en 1990, la soufflerie de Maranello est un véritable chef-d'œuvre, tant par son efficacité, que par sa technologie. Elle permet la construction de voitures très aérodynamiques :

- La 456 GT
- La F355
- La F550 Maranello
- La F50

Elle définit aussi, un bon nombre de paramètres, quant au bon fonctionnement général des voitures. Les essais se réalisent sur des modèles grandeur nature. Il y a 3 types d'essais qui se suivent successivement:

▪ Les essais thermiques:

Il s'agit de définir les dimensions des radiateurs de chaque modèle. Pour cela, les essais ont lieu sur une voiture montée sur un tapis en mouvement, pour simuler la vitesse.

Il y a aussi des lampes halogènes pour reproduire l'effet du soleil, et un flux d'air pour simuler l'action du vent.

▪ Les essais sur la climatisation :

Il s'agit de mettre au point les installations de climatisation. Pour y parvenir, ils utilisent les mêmes moyens techniques que ceux des essais thermiques.

▪ Les essais acoustiques :

Ils consistent à limiter les bruits émis durant la conduite, tant à l'intérieur, qu'à l'extérieur.

La structure de la soufflerie se divise en deux étages:

- au rez-de-chaussée, on trouve le poste de contrôle, où se trouvent les techniciens de la division dynamique des fluides acoustique, et la voiture qui subit le test et la soufflerie.
- au premier étage, se trouvent les convoyeurs d'air qui servent à simuler l'effet du vent, de la vitesse.

La soufflerie possède:

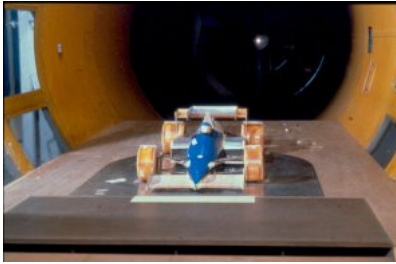
- un tapis comprenant quatre rouleaux, capable de simuler les oscillations de la route à une vitesse de 400km/h
- une cellule climatisée pour que les techniciens puissent contrôler, à l'aide d'un puissant radiateur, la température du vent variant de 10° à 55°.
- une ventilation qui peut émettre un flux d'air allant de 0 à 210km/h.
- une balance pour mesurer jusqu'à six directions de force.

7

➤ *La soufflerie S1 (source :Institut aérotechnique du CNAM)*

La soufflerie S1 fut la première soufflerie du type « Eiffel » réalisée après le prototype mis au point par Gustave Eiffel dans son laboratoire de la Porte d'Auteuil à Paris. Elle fut mise en chantier en 1914 mais ne devint opérationnelle qu'en 1919.

Elle est généralement utilisée pour les essais aérodynamiques d'automobiles à échelle 1/5 ou de demi-maquette d'avions. Le diamètre de la veine est de 2m et la longueur utilisable peut atteindre 6 mètres. Elle est équipée d'un plancher plat de 2,50m de longueur et de 1,60m de largeur à l'avant duquel est installé un dispositif d'aspiration de la couche limite. Ce plancher porte une balance aérodynamique à jauges de contraintes à 6 composantes pouvant pivoter sur 360°. La vitesse de l'écoulement dans la veine, est variable d'une manière continue et est au maximum égale à 40 m/s.



Etude d'une maquette de F1

*Caractéristiques :*

- Plancher plat
- Balance aérodynamique à 6 composantes équipée de jauges de contraintes pouvant pivoter de 0 à 360°
- Dispositif d'aspiration de la couche limite en amont du plancher

➤ *La soufflerie S10 (source : Institut aérotechnique du CNAM)*

La soufflerie S10 été conçue principalement pour des essais automobiles à échelle 1/1 et a subi d'importantes modifications afin de s'adapter à d'autres domaines d'étude. Elle a été réalisée en 1985 sur la base d'une longue expérience acquise avec la soufflerie S4.

La veine d'essai (5m de largeur, 3m de hauteur et 10m longueur) est du type ventilée à parois ventilées munies de fentes longitudinales afin de minimiser les effets de blocage.

La perméabilité et la position des parois latérales sont variables pour simuler au mieux la réalité. La vitesse maximale de l'écoulement dans la veine est de 55 m/s.



Etude de l'écoulement de l'air sur les voiles.



*Caractéristiques :*

- Plateau d'un diamètre de 4,34m tournant sur 360°
- Balance à 6 composantes intégrée au plateau
- 3 scrutateurs de pressions de 48 voies chacun
- Portiques d'exploration pour tomographies des sillages
- Rampes d'injection d'eau pour études de salissures
- Moyen de visualisation par fumée
- Panneaux transparents dans le plancher
- Ventilateur auxiliaire pour l'aspiration des gaz d'échappement
- Atelier de préparation équipé d'un pont élévateur
- Autres équipements disponibles :
  - des balances supplémentaires
  - des chariots porte sondes
  - des dispositifs permettant des variations d'incidence (maquettes d'avions)



Etude de l'écoulement du flux sur une Renault Laguna

### III. CAHIER DES CHARGES (cf. annexes) :

Le cahier des charges est un document qui définit l'ensemble des informations nécessaires au déroulement du projet. Il comprend le sujet, la manière dont il sera traité, les contraintes « physiques » et budgétaires, ainsi que les délais.

Dans notre cas il nous a été nécessaire de « cerner » les limites de l'étude ainsi que les besoins. Après quoi des contraintes de conception et de réalisation ont pu être dégagées.

De plus, un planning a été défini pour cette première période ce qui a permis de répartir les tâches pour chaque personne du groupe.

### IV. PLANNING (cf. annexes) :

Le planning a été réalisé en fonction de l'importance des tâches à réaliser.

Après quoi, en fonction de chaque personne constituant le groupe nous avons réparti les tâches dans le temps.

Des dates butoir ont été fixées dès le départ, de ce fait les travaux ont été réalisés de manière à respecter les délais imposés.

Le planning prend uniquement en compte les deux premières semaines du projet.

### V. GESTION DU PROJET (cf. annexes) :

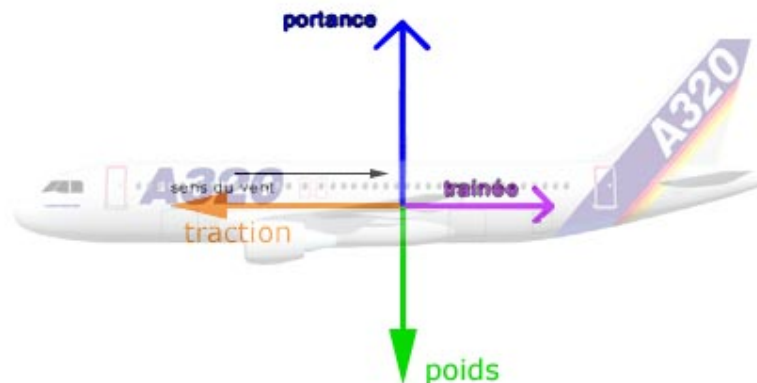
Dans le but d'assurer une meilleure gestion de notre projet nous avons pris l'initiative de rédiger, à chaque réunion réalisée avec l'ensemble du groupe ainsi que notre tuteur, des comptes-rendus. Ces documents nous ont essentiellement permis de bien « centrer » les idées de chaque intervenant. De plus les réunions se sont suivies dans le même temps de « débriefing ». Cette façon de procéder a permis à chaque membre « d'avancer » dans la même direction.

### VI. TRAVAUX PRELIMINAIRES :

#### a) Notions d'aérodynamiques

- Lorsque qu'un avion vole à altitude et à vitesse constante, son poids est équilibré par la portance.

- La traînée représente la force engendrée par la résistance de l'air, qui tend à freiner le mouvement de l'avion dans l'air. Elle doit être équilibrée par la poussée du moteur.



Les efforts que notre système devra mesurer, se résument à la force de portance, ainsi que la force de traînée.

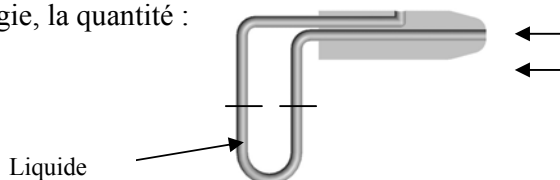
Afin de pouvoir entamer notre phase de conception ils nous à été nécessaires d'effectuer des mesures préliminaires.

b) Détermination de la vitesse maximale:  
(source: [http://fr.wikipedia.org/wiki/tube\\_de\\_pitot](http://fr.wikipedia.org/wiki/tube_de_pitot))

La mesure de la vitesse d'un écoulement à l'aide du tube de Pitot est une application de la relation de Bernoulli. Dans un écoulement stationnaire d'un fluide parfait incompressible, le long d'une ligne de courant et sans perte d'énergie, la quantité :

E cinétique + E pression + E potentielle = Cste

$$\frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot V^2 + P + \rho_{air} \cdot g \cdot Z = Cste$$



Le tube de Pitot comporte deux prises de pressions : une face à l'écoulement (la pression dynamique Pd) l'autre, perpendiculaire à l'écoulement (pression statique Ps). Pour une ligne de courant horizontale, ou pour de l'air dont le poids peut être négligé, on a pour la ligne de courant qui arrive sur la face à l'écoulement :

$$\frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot V^2 + P_s = P_d$$

La vitesse de l'écoulement est alors donnée par :  $V = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho_{air}}}$

Nous avons exprimé la vitesse en fonction de la différence de pression. Il faut maintenant exprimer la différence de pression ( $\Delta P$ ) en fonction de la différence de hauteur ( $\Delta h$ ).

Avec la conservation de volume, on sait que :  $\Delta p = \rho_{eau} \cdot g \cdot \Delta h$

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho_{eau} \cdot g \cdot \Delta h}{\rho_{air}}}$$

Relation directe  $V = f(\Delta h)$  en mm :  $V = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho_{eau} \cdot g \cdot 10^{-3}}{\rho_{air}}} \cdot \sqrt{\Delta h}$

Avec :  $\rho_{air} = 1.25 \text{ Kg/m}^3$  ;  $\rho_{eau} = 1000 \text{ Kg/m}^3$  ;  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  ; on obtient :

$$V \text{ (m/s)} = 4 \sqrt{\Delta h}$$

Sur le manomètre différentiel à eau on mesure :

Présence du filtre :  $\Delta h = 12 \text{ mm} \longrightarrow V_{\text{max}} = 13.8 \text{ m/s}$

Absence du filtre :  $\Delta h = 20 \text{ mm} \longrightarrow V_{\text{max}} = 17.8 \text{ m/s}$

c) Détermination des efforts s'appliquant sur le profil d'aile :

Notre système de mesures se greffera au niveau de la veine d'essai qui nous permettra de mesurer les trois paramètres qui nous intéressent :

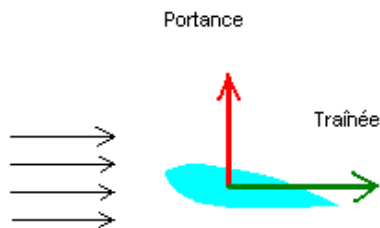
*La force de portance :*

La portance, comme son nom l'indique, est la force exercée sur une aile qui tend à la porter, donc à la tirer vers le haut.

*La force de traînée :*

La traînée représente la force engendrée par la résistance de l'air, qui tend à freiner le mouvement de l'objet dans l'air.

Voici l'écoulement du fluide autour de la structure :

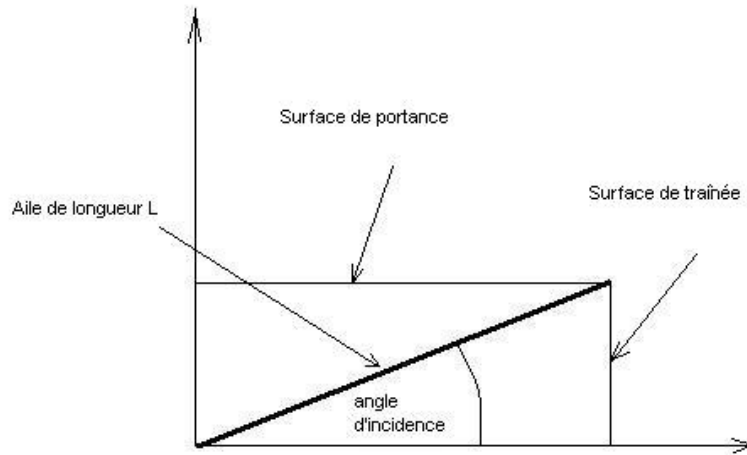


A partir des dimensions imposées dans le cahier des charges, nous avons pu déterminer la plage d'effort, afin de choisir le système de mesure approprié et de déterminer les premières architectures à concevoir.

On se place dans le cas le plus critique :

- Angle d'incidence max ( $\alpha$ ) =  $16^\circ$  (au dessus : décrochage)
- Angle d'incidence min ( $\alpha$ ) =  $1^\circ$
- Vitesse max =  $18 \text{ m/s}$  (sans filtre)
- $\rho_{\text{air}} = 1.25 \text{ Kg/m}^3$
- $S_t$  : Surface de traînée.
- $S_p$  : Surface de portance.
- $C_z$  : Coefficient de portance.
- $C_x$  : Coefficient de traînée.

Le coefficient de traînée est différent selon la forme du corps étudié (pour un profil d'aile d'avion, d'après les projets des années passées,  $C_x \cong 1,22$ ).  
La surface varie avec l'angle d'incidence (voir schéma ci-dessous) :



*Effort de portance : (source : projet M13)*

$$F_p = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot S_p \cdot C_z \cdot V^2 \quad \text{avec } S_p = l \cdot L \cdot \cos(\alpha) \quad \text{et} \quad C_z = 2\pi \cdot \sin(\alpha)$$

$$F_p = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot l \cdot L \cdot \cos(\alpha) \cdot 2\pi \cdot \sin(\alpha) \cdot V^2$$

*Effort de traînée : (source : projet M13)*

$$F_t = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot S_t \cdot C_x \cdot V^2 \quad \text{avec } S_t = l \cdot L \cdot \sin(\alpha) \quad \text{et} \quad C_x \cong 1,22$$

$$F_t = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot l \cdot L \cdot \sin(\alpha) \cdot (1,22) \cdot V^2$$

*Voici les efforts calculés :*

$$\begin{aligned} 0,75 &\leq \text{Force de portance (N)} \leq 11,47 \\ 0,14 &\leq \text{Force de traînée (N)} \leq 2,31 \end{aligned}$$

## VII. SOLUTIONS TECHNOLOGIQUES :

Après avoir déterminé l'ensemble des paramètres (vitesses et efforts), nous avons pu concevoir un système compatible avec les grandeurs mesurées. En effet, les efforts engendrés par l'écoulement d'air sur le profil sont faibles, il était donc judicieux d'adapter notre conception.

Les efforts dans notre cas sont : la portance et la traînée. Lors des premières études nous nous sommes aperçu que les efforts étaient « couplés ». C'est à dire qu'un effort engendre l'autre. La conception c'est donc faite dans le but de pouvoir visualiser les deux efforts séparément. Après étude de plusieurs solutions nous avons pu en retenir une.

Notre système se compose d'un bâti, de lames, de deux glissières et d'un contrepoids. Les lames sont soumises à la flexion, ce qui nous permet de « visualiser » les déformations faites par les efforts décrit ci-dessus. Les glissières permettent le « découplage » de la traînée et de la portance. Le contrepoids compense le poids de la structure ainsi que celui du profil étudié.

Nous avons donc dimensionné les « lames » qui vont travailler en flexion.

Lors de la conception de notre système nous avons suivi une certaine « logique ».

Cette logique nous a été donnée par un diagramme de type FAST.

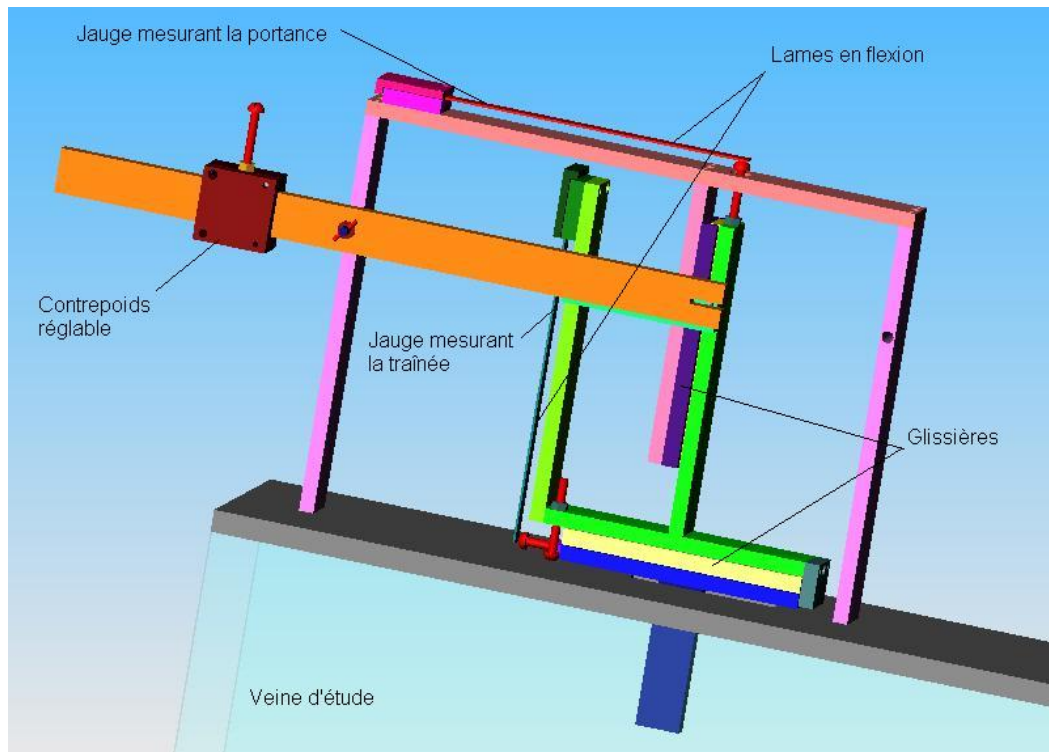
Après avoir utilisé cette méthode nous avons pu en dégager une solution « globale ». La solution « globale » correspond à la structure retenue pour mener à bien notre projet, c'est-à-dire pouvoir mesurer la portance et la traînée séparément. A partir de la structure générale nous avons trois « sous solutions ». Ces « sous solutions » possèdent la même structure, seul les systèmes de mesures des efforts diffèrent.

Les « sous solutions » seront nommées de la manière suivante :

- solution « lames ressorts ».
- solution « lame triangle en iso flexion avec jauges extensométriques ».
- solution « lame rectangle avec jauges extensométriques ».

Nous allons donc présenter la solution « globale » ainsi que les « sous solutions ». Nous étudierons également la faisabilité de celles-ci afin de mieux percevoir les avantages et les inconvénients de ces dernières.

a) Solution globale :



Ci-dessus est présenté la solution globale. Nous pouvons donc en comprendre, dans une première approche, le fonctionnement. Lorsque la soufflerie est en fonctionnement, elle aspire de l'air, cet air circule dans le corps de la soufflerie jusqu'à parcourir la veine d'étude. La veine d'étude est située entre l'entrée de l'air et le moteur aspirant. A l'intérieur de celle-ci est tenu un profil. Dans notre cas il s'agit d'un profil d'aile.

En fonction de l'angle d'attaque choisi, réglé grâce à un rapporteur intégré, les efforts transmis sont plus ou moins importants.

Comme nous le savons, il s'agit de la portance ainsi que de la traînée. Pour pouvoir mesurer chacun des efforts, il est important de les « découpler ». Dans notre solution proposée, l'effort de portance est transmis verticalement, la traînée, elle, est transmise horizontalement. Le découplage est réussi grâce aux glissières placées dans la structure. Le déplacement engendre alors un déplacement. Ce dernier, est lui directement transmis sur les lamelles.

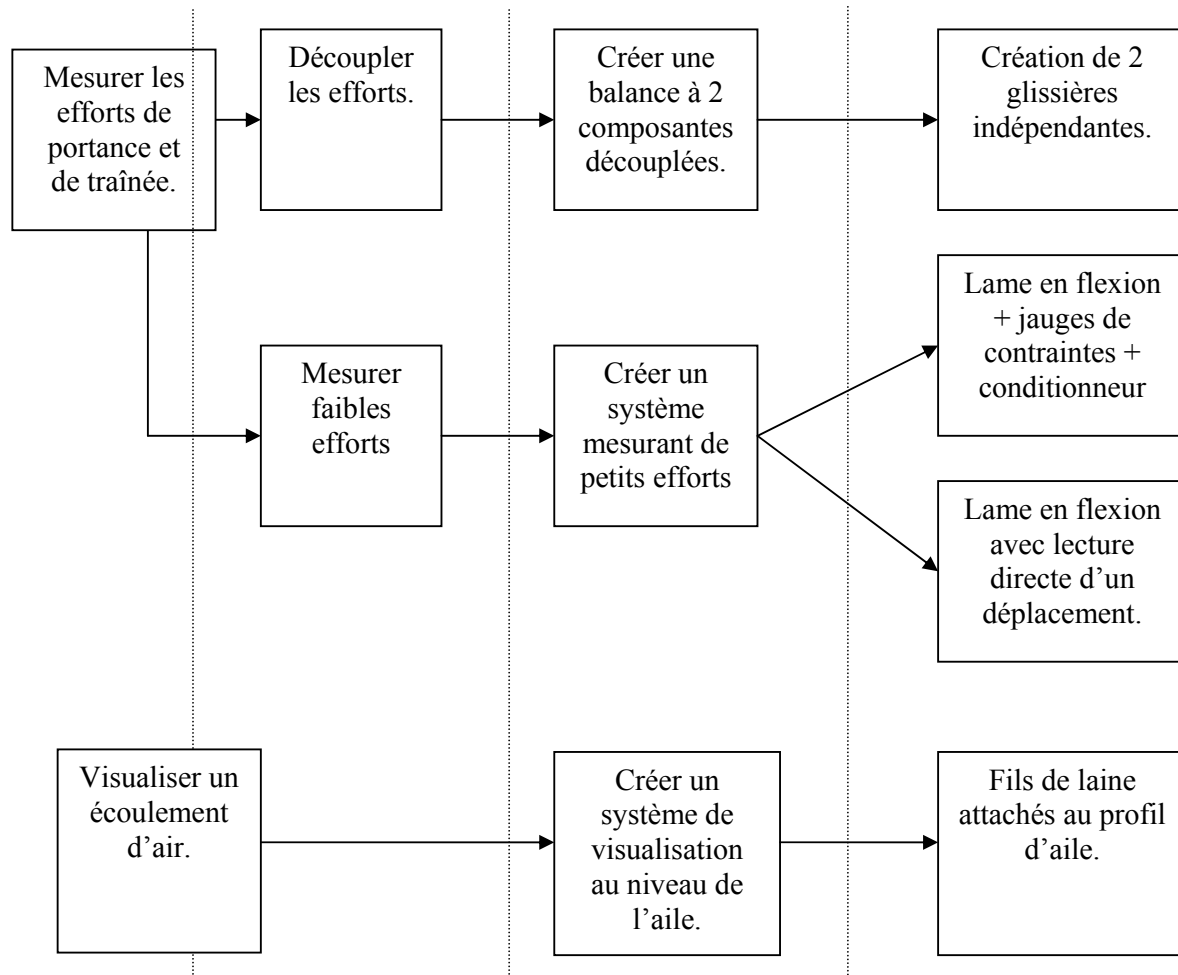
Ils nous restent uniquement, alors, à « récupérer » l'information.

En effet, il apparaît de manière assez explicite, que les efforts de portance et de traînée vont être mesurés via un déplacement. On remarque également que les efforts sont découplés.

Voici le diagramme FAST :

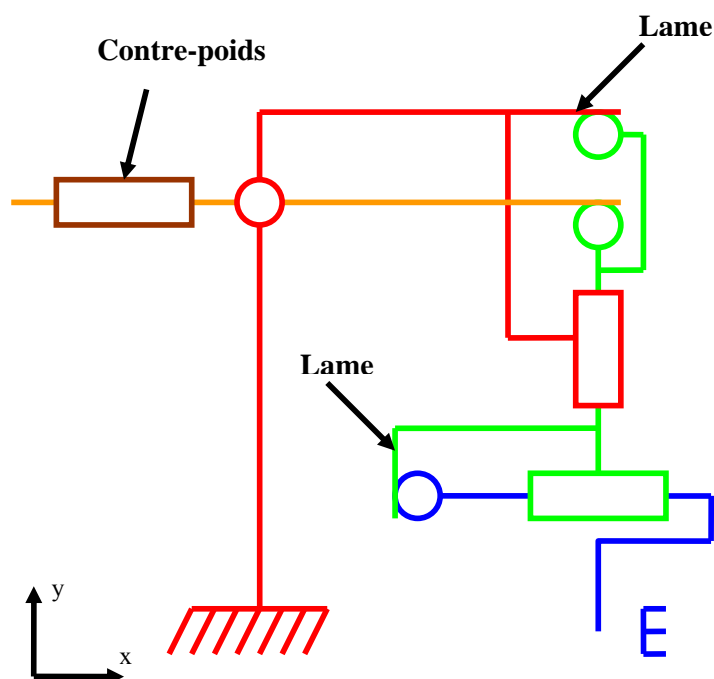
Il permet de mettre en avant la façon dont nous avons abordé le projet.

Solutions technologiques :





Pour une meilleure compréhension le schéma cinématique figure ci-dessous :  
*Schéma cinématique :*



#### b) Solutions « lames ressorts » :

Comme nous l'avons énoncé précédemment, les solutions conservent la même structure générale. Seul le système de mesure diffère. Dans cette solution, nous proposons donc de mesurer les efforts via un déplacement. En fonction des caractéristiques des lames, il nous est apparu possible de dimensionner ces dernières afin de pouvoir relever une flèche, due à la déformation, ce qui par simple lecture et conversion nous donnerai la valeur de l'effort (portance et traînée) appliqué sur le profil.

##### 1) *Détermination de la force par une mesure de déplacement :*

La conception de notre système de mesure est basée sur la flexion de lamelle. Nos « ressorts » ici seront donc des lamelles en flexion ou nous mesurerons la flèche et donc nous pourrons en déduire la force associée. Avant tous calculs, il est important de citer les hypothèses de la RDM sur lesquels nous nous baserons pour dimensionner nos lamelles.

##### Hypothèses :

Le matériau utilisé sera continu, c'est-à-dire que la distance entre ses fibres ou ses grains est suffisamment petite par rapport aux dimensions de la lamelle.

Les lamelles seront considérées comme homogènes c'est-à-dire qu'elles ont une structure identique en tout point.

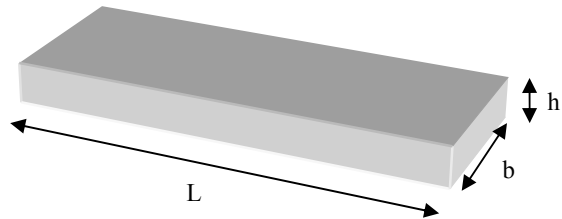
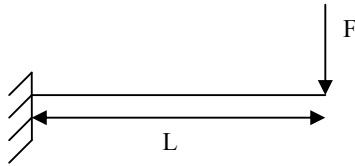
Enfin, les lamelles seront isotropes, elles auront les mêmes caractéristiques mécaniques en tout point.

L'effort appliqué sera situé sur la ligne moyenne de la lamelle.

17

## 2) Dimensionnement des lamelles :

Les lamelles seront de la forme suivante :



Dans ce système de mesure de déplacement par ressort, nous chercherons donc à maximiser la flèche afin d'avoir une grande plage de mesure d'efforts.

En partant de la formule de la flèche suivante :

$$EI_z y'' = Mflz$$

En intégrant cette formule on obtient la formule de la flèche suivante :

$$y'' = \frac{Mflz}{EI_z} \quad \text{avec } Mflz = F(L-x)$$

$$y'' = \frac{F(L-x)}{EI_z} \quad E = \text{module d'Young du matériau}$$

$$I_z = bh^3/12 \quad (\text{moment quadratique})$$

$$y' = \frac{FLx}{EI_z} - \frac{Fx^2}{2EI_z} + C_1 \quad \text{détermination de } C_1 \text{ et } C_2 :$$

$$y = \frac{FLx^2}{2EI_z} - \frac{Fx^3}{6EI_z} + C_1x + C_2 \quad \text{les conditions aux limites nous donnent :}$$

$$\text{En } x = 0 \Leftrightarrow y' = 0 \text{ et donc } C_1 = 0$$

$$\text{de même en } x = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ et donc } C_2 = 0$$

Nous avons donc la formule de la flèche en  $x = L$  :

$$\boxed{y = \frac{FL^3}{3EI_z}} \quad \text{pour le cas d'une lamelle en flexion simple comme modélisée ci-dessus.}$$

Pour la suite des calculs, nous utiliserons donc  $y = \frac{FL^3}{3EI_z}$

Avec  $I_z = bh^3/12$  on arrive à :

$$y = \frac{12FL^3}{3Ebh^3} = \frac{4FL^3}{Ebh^3} \iff \boxed{y = \frac{4FL^3}{Ebh^3}}$$

De même, pour calculer la valeur de la contrainte maximale en flexion dans la lamelle nous utiliserons :

$$\boxed{\sigma_m = \frac{MFl_z}{I_z} \times y_{\max}} \quad \text{avec ici } y_{\max} = \frac{h}{2}, \quad MFl_z = FL \quad \text{et} \quad I_z = \frac{bh^3}{12}$$

Nous obtenons donc :

$$\sigma_m = \frac{MFl_z}{I_z} \times y_{\max} = \frac{12MFl_z h}{2bh^3} = \frac{12FLh}{2bh^3}$$

d'où  $\boxed{\sigma_m = \frac{6FL}{bh^2}}$

Nous avons donc les deux équations suivantes :

$$\boxed{\sigma_m = \frac{6FL}{bh^2}} \quad \text{et} \quad \boxed{y = \frac{4FL^3}{Ebh^3}}$$

On remarque que :

$$y = \frac{4L^2}{Eh} \times \frac{FL}{bh^2} \quad \text{et} \quad \frac{FL}{bh^2} = \frac{\sigma_m}{6} \iff y = \frac{4L^2}{Eh} \times \frac{\sigma_m}{6}$$

Alors nous avons :

$$\boxed{y = \frac{2L^2 \sigma_m}{3Eh}}$$

D'autre part on a :  $y = \frac{4FL^3}{Ebh^3} \iff b = \frac{4FL^3}{Eyh^3}$  avec  $y = \frac{2L^2 \sigma_m}{3Eh}$  on obtient :

$$b = \frac{4FL^3}{Eh^3} \times \frac{3Eh}{2L^2 \sigma_m} = \frac{12FL^3 Eh}{2Eh^3 L^2 \sigma_m} = \frac{6FL}{h^2 \sigma_m}.$$

Au final nous aurons donc :

$$y = \frac{2L^2 \sigma_m}{3Eh} \quad \text{et} \quad b = \frac{6FL}{h^2 \sigma_m}$$

Ces équations étant composées de plusieurs variables, nous fixerons certaines d'elles en prenant en compte les contraintes d'encombrement de notre conception.

Les calculs de dimensionnement ont été établis de manière à faire varier les épaisseurs existantes et ainsi ne pas dépasser le  $\sigma_m$  du matériau choisi. Le choix des matériaux utilisés, s'est effectué en fonction des produits à notre disposition et des coûts de ces derniers.

Dans notre système, nous ferons la comparaison de deux matériaux : l'acier et l'aluminium.

matériaux	acier	aluminium
Module d'Young (E en Mpa)	210 000	70 000
Limite d'élasticité ( $\sigma_e$ en Mpa)	210	20

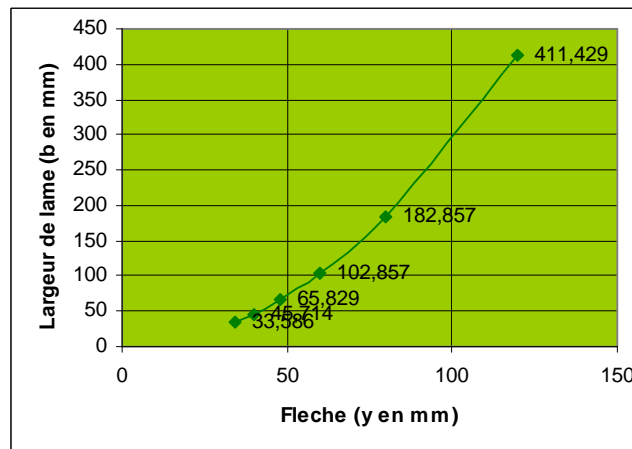
Nous avons choisi d'imposer une longueur L :

$L = 300\text{mm} \implies$  cette variable étant élevée au carré dans la formule, nous la fixons au maximum afin de maximiser la flèche.

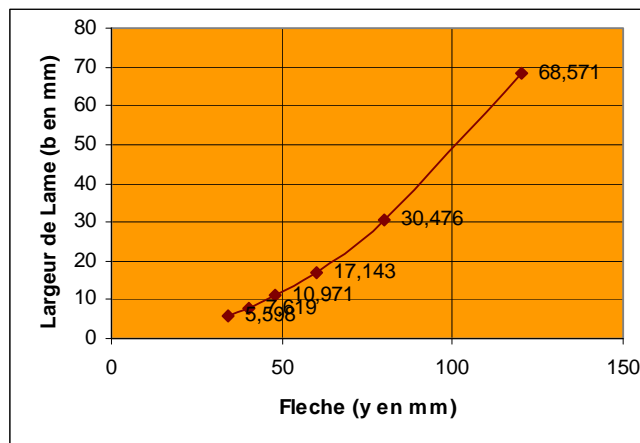
En ce qui concerne h (l'épaisseur de la lamelle), nous avons pris plusieurs épaisseurs standard existantes. Ces dernières feront varier la flèche et la largeur.

Ci-dessous apparaît l'évolution, pour les deux efforts la portance et la traînée, de la largeur en fonction de la flèche. Les calculs apparaissent en annexes.

Voici la courbe représentative de l'évolution de la largeur en fonction de la flèche pour l'effort de portance :



Voici la courbe représentative de l'évolution de la largeur en fonction de la flèche pour l'effort de traînée :



D'après le tableau (cf. annexe) et les deux courbes (ci-dessous), nous pouvons remarquer plusieurs points. D'une part, l'aluminium n'est pas le matériau adéquat.

En effet, au moment où la flèche devient exploitable pour une bonne plage de mesure, les autres dimensions de la lamelle deviennent aberrantes au niveau de l'encombrement.

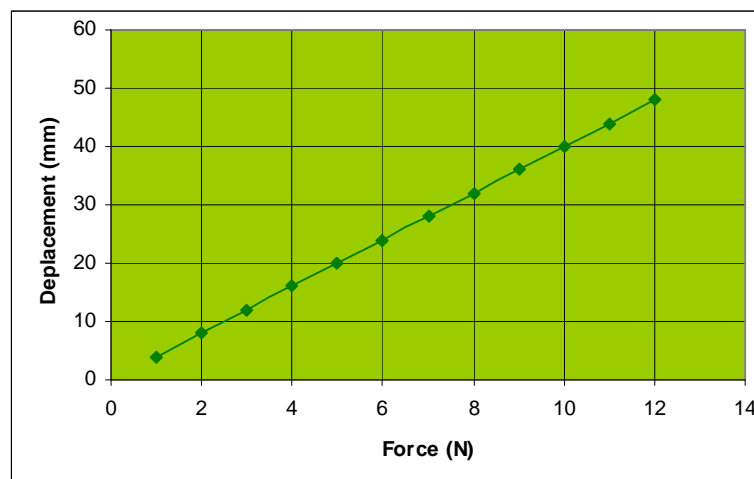
(Ces dernières sont écrites en rouge dans le tableau). A l'inverse lorsque les dimensions deviennent « raisonnables », la flèche n'est pas assez importante pour une bonne plage de mesure.

En effet, si l'on souhaite augmenter la précision de notre lecture du déplacement il faut trouver un bon équilibre entre la flèche et l'encombrement.

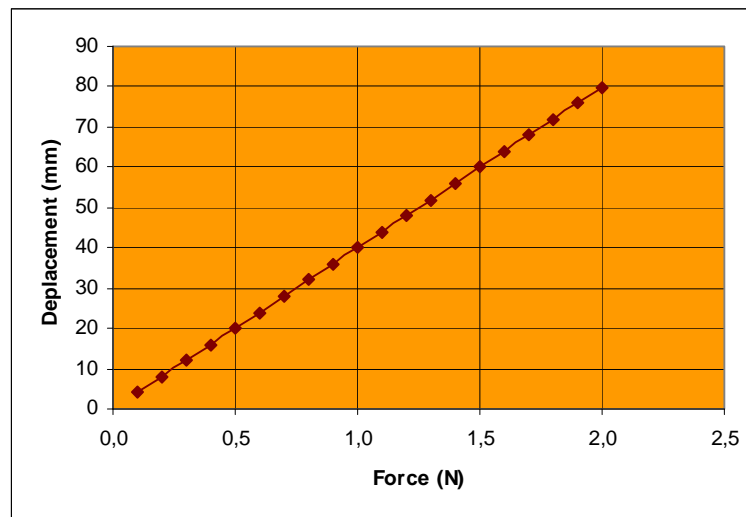
D'autre part, on remarque que l'acier offre un bon compromis puisque, dans les deux cas de mesure de force (portance et traînée), nous trouvons une flèche « correcte » pour une lecture de la mesure et une largeur réalisable à la conception.

Le tableau en annexe montre explicitement l'évolution de la flèche et de la contrainte maximale atteinte dans le matériau en fonction des plages d'efforts de portance et de traînée.

Voici la courbe représentative de l'évolution du déplacement en fonction de l'effort pour l'effort de portance :



Voici la courbe représentative de l'évolution du déplacement en fonction de l'effort pour l'effort de traînée :



Conclusion de cette solution :

Pour conclure cette étude, nous pouvons constater que d'après l'ensemble des calculs réalisés que si, en choix de matériau, nous optons pour l'aluminium la solution n'est pas réalisable. En effet, compte tenu des hypothèses et de l'encombrement nous ne pouvons choisir ce matériau. Si nous devions opter pour cette solution, alors nous choisirions comme matériau : l'acier.

c) Solution « lame triangle en iso flexion avec jauges extensométriques » :

Cette seconde solution se compose toujours de la même structure. Cependant, la mesure est réalisée par déformation de lame triangle en iso flexion. Sur les lames sont disposés orthogonalement l'une par rapport à l'autre, sur la partie supérieure de la lame, des jauges extensométriques. Ces dernières présentent des avantages à l'utilisation par rapport aux autres solutions. Toutefois, lorsque nous souhaitons utiliser ce type de solution afin de pouvoir relever une mesure, il est important de satisfaire certaines contraintes:

- contraintes de conception (problème d'encombrement)
- contraintes de mise en œuvre (choix des jauges extensométriques, matériau, placement...)

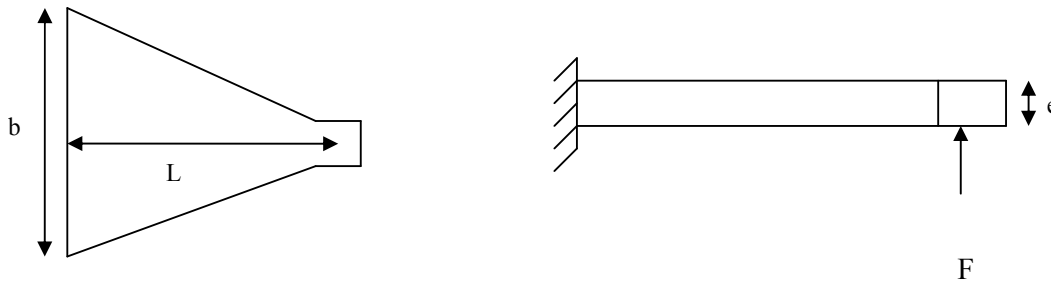
En effet, lorsque nous souhaitons utiliser des jauges de déformations il est important de maîtriser, dans un premier temps, certains paramètres, notamment le placement de ces dernières sur la lame.

Notre système provoque une sollicitation sur les lames, cette sollicitation est la flexion. Or, dans un cas « standard » (lame rectangle), si les jauges ne sont pas correctement placées sur les lames, elles ne mesureront pas que la flexion, d'autres sollicitations viendront « parasiter » la mesure. Mais en choisissant les lames de type triangle, ce type de problème n'existe pas car l'avantage de ces dernières est que l'ensemble des contraintes est constant.

De plus, la longueur encastrement – jauges, n'entre pas en ligne de compte lors de la mise en place des jauges. C'est pourquoi nous avons étudié la faisabilité de cette solution.

Dans un premier temps nous avons étudié le dimensionnement de ces lames.

Schéma de la lame :



*Légende : L= distance force encastrement.*

*b = largeur à l'encastrement.*

*e = épaisseur de la lame.*

*F= Force appliquée (au sommet).*

$\epsilon_1$ = indication de l'allongement de la jauge placé longitudinalement.

$\epsilon_2$ = indication de l'allongement de la jauge placé transversalement.

f = flèche en bout de lame.

Avec :

$$\epsilon_1 = \frac{6FL}{Ebe^2} \quad \epsilon_2 = -\frac{6F\mu L}{Ebe^2} \quad f = \frac{6FL^3}{Ebe^3}$$

Pour ce type de solution, nous avons dû prendre en compte la déformation limite des jauges qui sont à notre disposition.

Voici les données que nous avons à notre disposition concernant les jauges extensométriques : la référence est PA 06 250 BA 120 7. Ce type de référence nous informe de la manière suivante :

PA → conducteur

06 → décrit le matériau pour lequel elle est adaptée.

250 → Longueur de la jauge en millièmes de pouce

120 → résistance de la jauge en ohms.

Le matériau de la jauge est le constantan.

D'après les informations que nous avons reçues auprès du corps enseignant de l'établissement, les jauges de 6 mm de long s'allongent de 5% par rapport à leur longueur initiale. Pour les jauges de 3 mm de long, elles s'allongent de 3 % par rapport à leur longueur initiale. Le facteur de jauge est de 2,05 + ou – 5%. La résistance est elle de 120Ω + ou – 3%.

Une fois toutes ces données recueillies nous pouvons commencer le dimensionnement des lames.

Comme nous l'avons expliqué précédemment, l'effort induit par le déplacement de nos glissières dans notre système, est la flexion. Pour connaître la déformation des lames ( $\epsilon$ ), il suffit de déterminer celui qui correspond à la jauge elle-même puisque cette dernière est « collée » dessus, par conséquent ils possèdent tout deux la même déformation.

Notre démarche, dans ce cas, de dimensionnement va être la suivante :

- Nous allons déterminer la déformation maximale de la jauge elle-même.
- Ensuite, déterminer l'épaisseur en fonction des autres dimensions et de la déformation  $\epsilon$  avec la formule  $\epsilon_1$  présenté précédemment.

Pour les calculs, nous avons pour valeur de l'effort de portance maximal  $F=12N$ . Le matériau choisi est l'acier possédant un module d'Young de  $E=210000 \text{ MPa}$ .

Voici les calculs :

*Calcul de l'allongement de la jauge de déformation :*

Nous savons que 1 pouce = 25,4 mm. La jauge mesure 250 millièmes de pouce. Il apparaît après calcul que la longueur de la jauge est de 6,35mm.

$\Delta L / L = \epsilon$  or  $\epsilon = 5\%$  de la longueur initiale de la jauge. Soit  $0,05 * 6,35 = 0,3175 \text{ mm}$ . Donc une longueur allongée de 6,6675 mm.

Nous pouvons alors déterminer la valeur de  $\epsilon$ .

Soit  $\epsilon = (6,6675 - 6,35) / 6,35$ , on trouve que  $\epsilon = 0,05$

Cette valeur de  $\epsilon$  est introduite dans la formule de calcul de déformation longitudinale. Avant cela, compte tenu de l'encombrement de la machine, nous avons « fixé » 2 des 3 dimensions des lames. Il s'agit de la largeur et la longueur.

Nous avons donc fixé  $L = 150 \text{ mm}$  et  $b = 100 \text{ mm}$ .

Après calculs, que l'épaisseur est de  $1,08 * 10^{-8} \text{ m}$ ,  $e = 0,000104 \text{ m}$  soit 0,103 mm environ. Nous trouvons donc, une valeur pour l'épaisseur de nos lames, cependant il apparaît très clairement que la réalisation et la mise en œuvre sont impossibles.

En effet, les lames succomberaient aux efforts dus à son propre poids. De plus, dans le commerce il n'existe de « plaque d'acier qu'à partir de 0,75 mm d'épaisseur à vendre.

Nous avons également tenté de modifier le matériau, en optant pour un module d'Young plus faible. Mais le résultat est sensiblement identique.



Par exemple, pour l'aluminium.  $E = 70000 \text{ Mpa}$ . En utilisant la même démarche nous trouvons une épaisseur de 0,3 mm ce qui est également irréalisable

#### Conclusion de cette solution :

Cette solution était un bon compromis facilité de mise en œuvre et précision dans la mesure. Cependant, il est évident qu'il est nous est impossible de pouvoir mettre en place de telle lames aux vu des dimensions calculées. Ces dernières, sont beaucoup trop fine pour pouvoir satisfaire les exigences de notre conception. En effet, elles succomberaient sous l'effet de leur propre poids, rendant, ainsi impossible tout type de lecture de la mesure.

#### d) Solution « lame rectangle avec jauge extensométrique » :

Notre dernière solution, est constituée de lame rectangle. Les jauges extensométriques sont disposées sous le dessous des lames afin de mesurer une traction. Les jauges choisies pour ce type de solution sont les mêmes que précédemment. Comme dans le cas des lames triangle, il nous faut pouvoir déterminer le matériau que nous allons choisir et également dimensionner les lames en fonction des efforts mais également des jauges.

Les jauges seront disposées orthogonalement l'une par rapport à l'autre.

Il est également important de respecter la limite élastique du matériau de la jauge ainsi que celle du matériau qui constitue les lames.

En effet, si l'on souhaite réaliser des mesures, nous nous devons de ne pas atteindre la limite élastique de la jauge, au quel cas aucune mesure ne sera faisable par la suite. Nos calculs de dimensionnement se sont donc orienté dans ce sens, afin de respecter l'ensemble des ces contraintes de « fonctionnement ».

Nous devons également prendre en compte l'encombrement compte tenu des dimensions de notre structure et de la soufflerie.

Notre démarche a été la suivante, dans un premier temps pour chaque effort (traînée et portance) nous avons cherché à déterminer la largeur d'encastrement « optimale ». Cette largeur est calculée en fonction des autres dimensions et des autres données, c'est-à-dire, longueur, épaisseur, force de portance et de traînée, module d'Young,  $\epsilon$  de la jauge et enfin la limite élastique du matériau utilisé pour les lames avec un coefficient de sécurité.

Pour l'étude des jauges, ce coefficient de sécurité est imposé en théorie a 10.

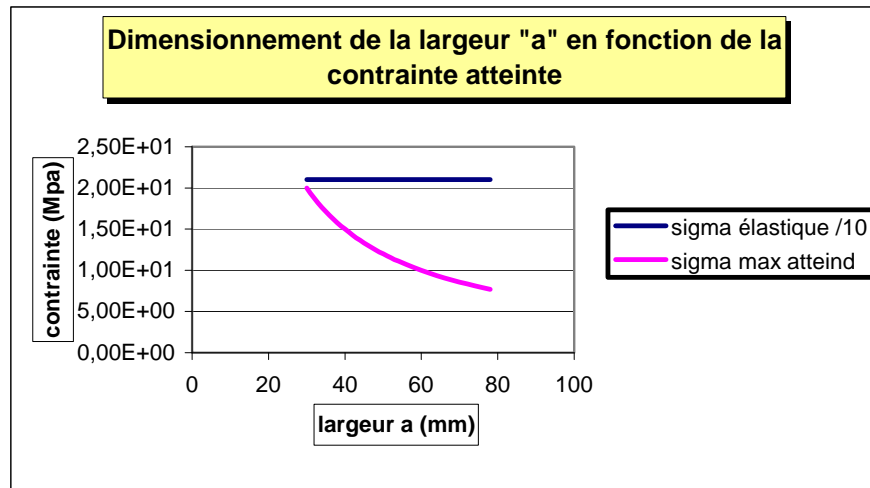
Nous devons donc faire les calculs avec  $\sigma_e = \sigma_e / 10$ .

Nous ferons également des calculs pour  $\sigma_e$ .

Les calculs apparaissent en annexe.

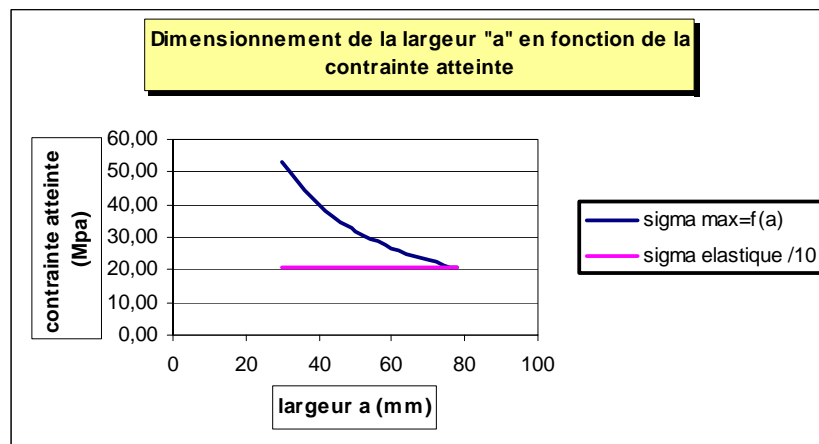
Voici les courbes :

1) Courbe représentative de l'évolution de la largeur de l'encastrement pour l'effort de traînée avec une lame en acier :



Nous remarquons ici que pour l'effort de traînée, la largeur optimale est de 30mm pour une question d'encombrement (collage des jauges) et pour une question de contrainte. (cf. fichier de calcul).

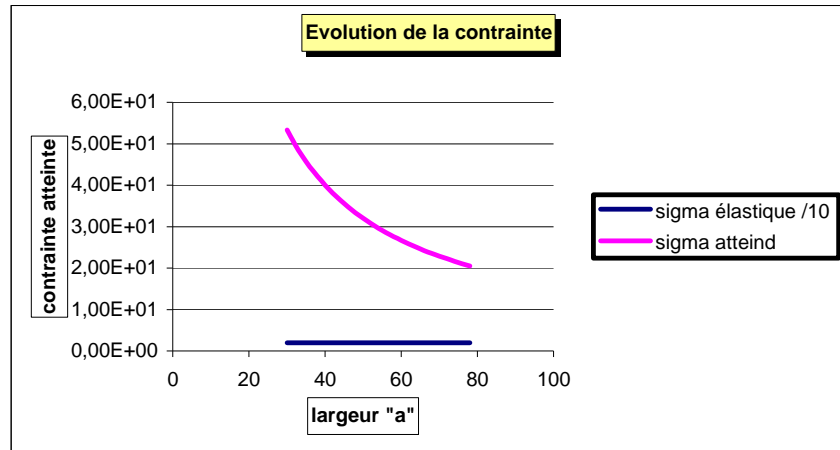
2) courbe représentative de l'évolution de la largeur d'encastrement en fonction du matériau et de l'effort de portance, pour une lame en acier :



Nous remarquons ici que la largeur optimale calculée pour l'effort de portance est de 76mm (cf. fichier de calcul).

Si on veut rester dans la théorie des poutres, cette largeur n'est pas acceptable compte tenu de la longueur imposée à la lame.

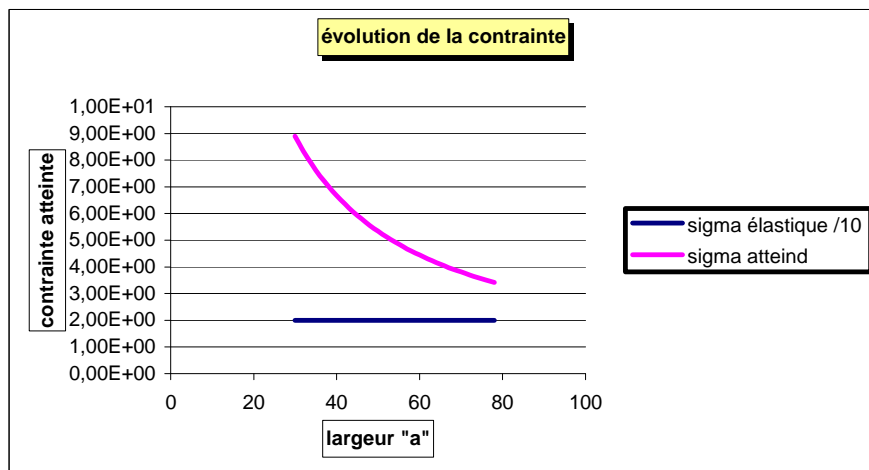
3) courbe représentative de l'évolution de la largeur d'encastrement en fonction du matériau et de l'effort de portance, pour une lame en aluminium :



Nous remarquons ici que la contrainte reste largement au dessus de  $\sigma_e / 10$  avec une épaisseur imposée de 3mm.

Il sera donc préférable d'utiliser de l'acier aux vues de ces courbes.

4) courbe représentative de l'évolution de la largeur d'encastrement en fonction du matériau et de l'effort de trainée, pour une lame en aluminium :



De même que précédemment, la contrainte atteinte est largement supérieure  $\sigma_e / 10$ .

Nous prendrons donc une lame en acier.

Même avec une lame en acier, l'effort de portance maximal nous amène a une contrainte qui est supérieure a  $\sigma_e / 10$ .

5) solutions adoptées :

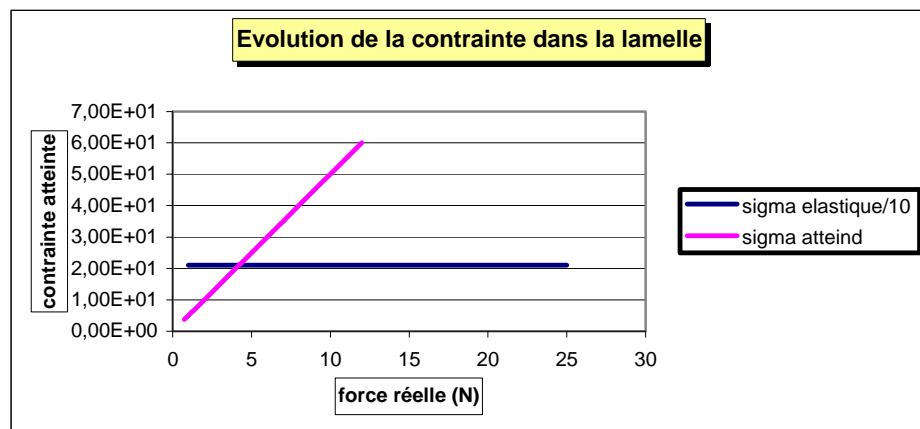
Pour la mesure des efforts de portance et de traînée, nous utiliserons donc des lames en acier qui auront les côtes suivantes :

Force de portance :  $L = 300\text{mm}$   
 $a = 50\text{ mm}$   
 $e = 3\text{ mm}$

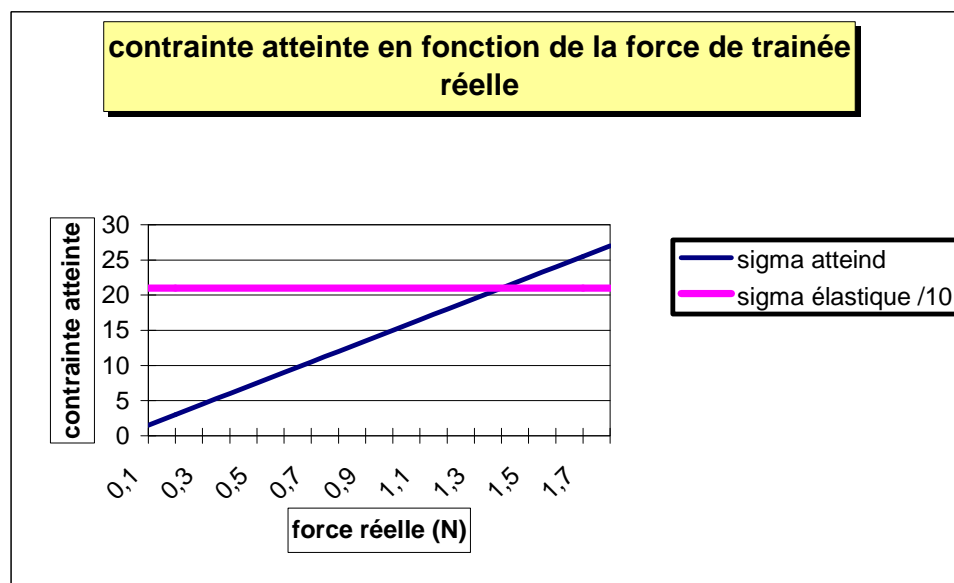
Force de traînée :  $L = 300\text{ mm}$   
 $a = 30\text{ mm}$   
 $e = 2\text{ mm}$

Pour ces lames, nous obtenons les courbes suivantes :

Force de portance :



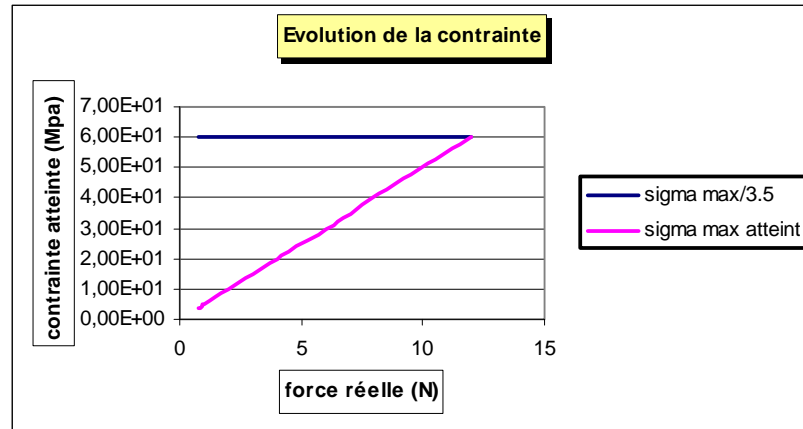
Force de traînée :



Nous remarquons ici que nous dépassons  $\sigma_e / 10$  malgré le matériau utilisé.  
 En revanche, la contrainte maximale atteinte étant de 60 Mpa, nous restons toutefois dans la limite élastique de l'acier avec un coefficient de sécurité de 3.5.  
 Nous restons donc dans les hypothèses de la RDM en ne dépassant pas  $\sigma_e / 3.5$ , où 3.5 reste un coefficient de sécurité plus que raisonnable.

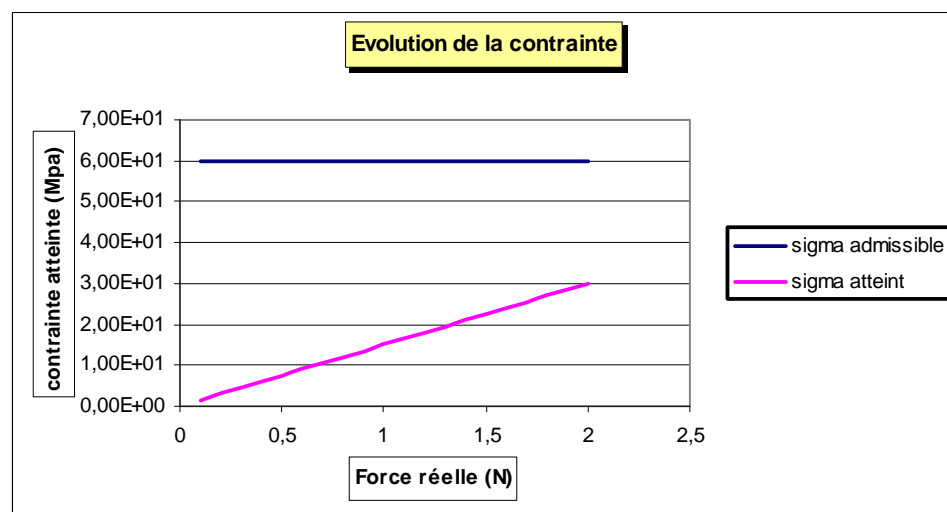
Voici la même courbe obtenue avec un  $\sigma_e = \sigma_e / 3.5$ .

Force de portance :



Nous remarquons ici que la contrainte atteinte ne dépasse pas  $\sigma_e / 3.5$ , donc ce coefficient de sécurité pour l'effort de portance permet l'utilisation de cette lame.

Visualisation de l'évolution de la contrainte avec la force de traînée et  $s = 3.5$  (coefficient de sécurité)



On remarque ici que notre contrainte atteinte reste inférieure à notre  $\sigma_e / 3.5$ .  
 Les dimensions des lames et le coefficient de sécurité choisis sont donc raisonnables pour notre prise de mesure.

### VIII. VISUALISATION DE L'ÉCOULEMENT:

Dans le cahier des charges il apparaissait qu'il était nécessaire de pouvoir visualiser l'écoulement de l'air autour du profil choisi dans la veine d'étude. Compte tenu des normes de sécurité et de l'architecture de la soufflerie (boucle ouverte), il est impossible d'utiliser un gaz quelque soit le type. De plus, afin de respecter les limites budgétaires alloués à la réalisation de notre projet il nous a été difficile de trouver un système permettant une bonne visualisation. Nous avons donc choisi d'opter pour le placement sur le profil de l'aile d'avion de « bande » de fil de laine.

### IX. CONCLUSION :

Des trois solutions que nous avons étudié, une est techniquement infaisable. Il s'agit de la solution retenant les lames triangle en isoflexion.

En effet, les épaisseurs calculées ne permettent aucune exploitation. Il reste alors les deux suivantes. La solution « lame ressort » est la solution la plus simple, techniquement parlant, de plus elle possède une assez bonne précision (cf. annexe).

Pour la dernière solution, il apparaît clairement que la fiabilité de la mesure sera plus important que celle des « lame ressort », cependant il est plus difficile de mettre en œuvre une telle solution compte tenu du collage, du placement des jauges ainsi que l'acquisition de la mesure.

### X. CONTINUITE DU PROJET :

Dans les années futures, il est possible pour les prochains étudiant d'acheminer le projet à sa fin. En effet, nous avons réalisé ces études de manières à ce que le prochain groupe de travail puisse continuer, améliorer et réaliser notre solution. Pour cela nous avons mis à disposition l'ensemble de nos plans de travail ainsi que tout les calculs.

## ***ANNEXES***

## A. Cahier des charges :

### ***Référence du Projet***

**Numéro :** 1

**Sujet :**

Le but de ce projet est de se doter d'un système expérimental permettant, dans les limites du possible, d'étudier l'aérodynamique d'un système. C'est-à-dire définir autant le comportement d'une structure soumise à un écoulement d'air (mesure des actions aérodynamiques) que l'écoulement de celui-ci autour de la structure étudiée.

Il faudra vérifier les caractéristiques déjà réalisées de la soufflerie existante, réaliser la conception d'un système de mesure tout en ayant réalisé un état précis de l'existant ainsi que la définition d'un cahier des charges d'un tel produit.

Un cahier des charges global sur les capacités nécessaires d'une telle soufflerie sera à rédiger :

Système de mesure d'actions mécaniques mais aussi les systèmes de visualisation de l'écoulement...définition de nouvelles caractéristiques pour la soufflerie ou aménagements, améliorations à réaliser sur l'existante.

Il sera essentiel que tous les résultats soient rassemblés. Des synthèses seront à réalisées pour les années futures.

**Client :** M. XXXX

**Contact client :** M. XXXX

XXXX@iup.univ-evry.fr

**Identité et contacts des personnes chargées de réaliser le projet :**

E1	E1@hotmail.com
E2	E2@hotmail.com
E3	E3@hotmail.com
E4	E4@hotmail.com

**Domaine d'activité :** Génie Mécanique, Aéronautique



## Désignation du projet

### Contexte

Notre projet est une suite logique des projets effectués depuis plusieurs années sur la soufflerie. D'après les documents qui nous ont été fournis, un projet similaire a déjà été réalisé, mais les étudiants n'ont pas eu le temps de construire un système de mesure. Ils ont évoqué des solutions possibles, avec des études théoriques. Parallèlement à notre projet, des élèves de DEUST 2<sup>ème</sup> année souhaitent déterminer les champs de pression s'appliquant sur un profil d'aile. Il sera donc nécessaire de collaborer avec eux pour effectuer des choix judicieux pour les deux groupes.

### Description

Notre projet se compose de trois parties principales :

- Conception d'un système de mesure d'effort.
- Conception d'un système de visualisation d'un écoulement .
- Fabrication des deux systèmes.

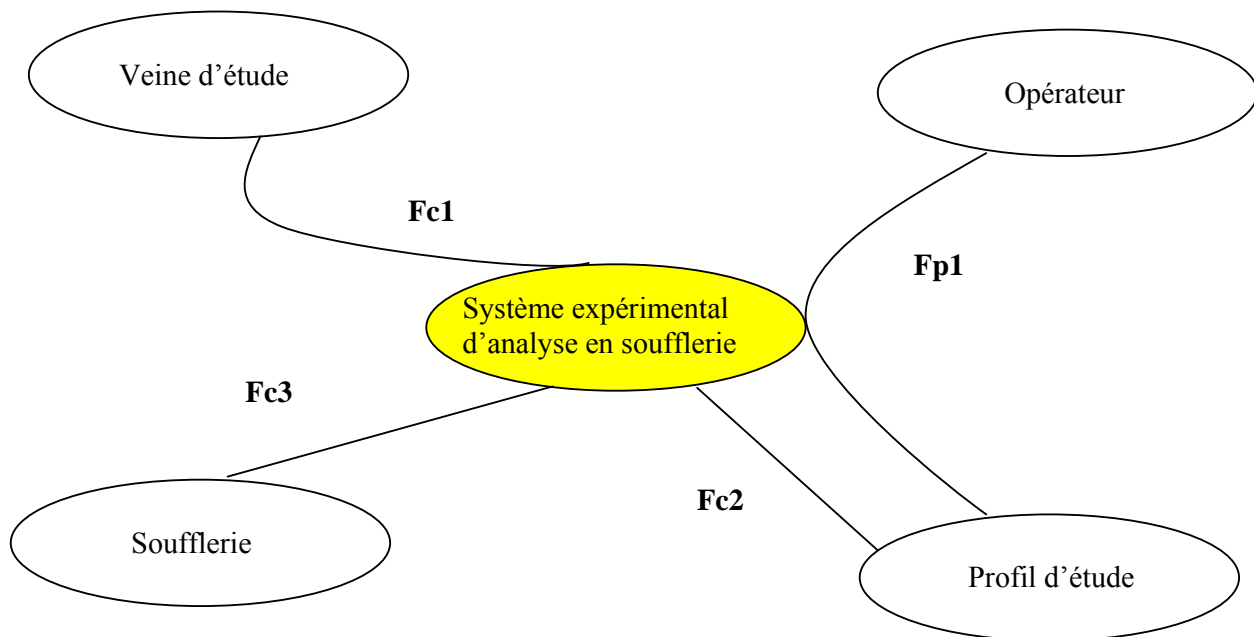
### Recensement des fonctions de services :

**Fp1** : Mesurer les efforts de portance et de traînée, et visualiser un écoulement d'air.

**Fc1** : Système adapté aux dimensions et à la géométrie de la veine d'étude.

**Fc2** : Système conçu pour fonctionner avec une maquette compatible avec la veine d'étude.

**Fc3** : Système compatible avec le type de soufflerie.



## Objectifs

Les objectifs fixés dans ce projet sont d'obtenir à la fin des six semaines, un système de mesure d'actions mécaniques (force de portance, force de traînée), ainsi qu'un système de visualisation de l'écoulement.

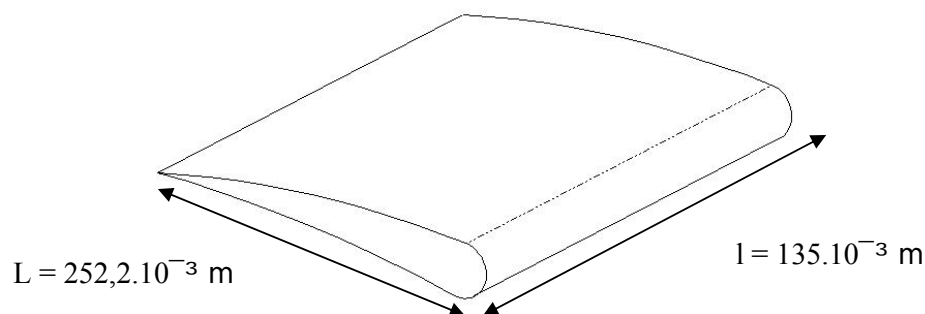
## Contraintes

La soufflerie permet l'étude d'une infinité de structure. Cependant il nous a été nécessaire de limiter les différentes possibilités pour des raisons techniques et de conception.

### a) Profil d'étude :

Nous avons recueilli les caractéristiques géométriques de profil d'aile auprès d'un groupe d'étudiant de DEUST 2<sup>ème</sup> année qui les réalisent dans le cadre de leur projet. Les procédés qu'ils utilisent pour créer les profils leurs imposent des cotes maximales en longueur et largeur.

### Voici les cotes maximales :



Contrainte : Le profil utilisé par notre système de mesure et de visualisation des flux sera uniquement un profil d'aile avec des dimensions maximales imposées ci-dessus.

### b) Plage de vitesse : (annexe 1)

La soufflerie est équipée d'un filtre permettant de la protéger de toute intrusion de particules présente dans l'enceinte de l'atelier. La pose du système de filtration, a diminué la vitesse arrivant dans la veine d'étude. Ils utilisent la soufflerie à plein régime afin de générer le champ de vitesse maximum. C'est pour cela que la soufflerie fonctionnera sans le système de filtration. La plage d'effort que l'on doit déterminer sera donc calculée à partir de la vitesse obtenue en enlevant le filtre. Nous avons pu déterminer cette vitesse avec et sans filtre, à l'aide du tube de Pitot et d'un manomètre de pression différentiel à eau.

Voici les vitesses que nous avons relevées :

Présence du filtre :  $0 \leq V(\text{m/s}) \leq 13,8$

Absence du filtre :  $0 \leq V(\text{m/s}) \leq 17,8$

Contrainte : Le système de mesures d'effort sera donc conçu en tenant compte de ce paramètre. Tous les calculs suivants d'efforts et de dimensionnement se feront en prenant  $V = 18 \text{ m/s}$ .

#### c) Plage d'effort : (annexe 2)

Voici la plage d'effort obtenue :

$$0,75 \leq \text{Force de portance (N)} \leq 11,47$$

$$0,14 \leq \text{Force de traînée (N)} \leq 2,31$$

Nous avons donc décidé d'imposer une plage d'effort mesurable dans notre cahier des charges.

Contrainte : Voici la plage d'effort retenue :

$$1 \leq \text{Force de portance (N)} \leq 12$$

$$1 \leq \text{Force de traînée (N)} \leq 3$$

#### d) Visualisation de l'écoulement :

La soufflerie fonctionne en boucle ouverte par aspiration. Il est possible de visualiser le flux par un jet de fumée ou de particules. Cependant dans ce cas le flux serait dirigé vers le moteur mais pour des raisons techniques il faudrait isoler ce dernier. Il faudrait également prévoir un système d'extraction d'air vers l'extérieur. Mais pour des raisons de sécurité internes et d'emplacement, il nous est impossible d'opter pour ce type de solution.

Contrainte : Les contraintes nous imposent une visualisation de l'écoulement se limitant au profil étudié. Les moyens utilisés ne nous permettront pas de visualiser le flux d'air dans l'ensemble de la veine.

#### e) Système d'acquisition :

Pour relever les valeurs des efforts appliqués nous avons prévu de mettre en place un système d'acquisition. En effet, si la solution retenue nécessite l'utilisation de jauges de déformations nous avons pensé à mettre en place un amplificateur ainsi qu'un conditionneur.

Contrainte : Notre projet se limitera à la conception et réalisation du système de mesure. Par conséquent, le traitement de la mesure ne sera pas effectué par nos soins.

### **Eléments fournis**

Moyens logiciels :

Solidworks pour la conception du système de mesure.

Moyens matériels :

Les ressources de l'atelier de l'IUP.  
La soufflerie.

Moyens financiers :

Un budget nous est alloué, il peut varier si les dépenses sont justifiées.  
Le budget dépend surtout du choix du système de mesure.  
En effet les capteurs de déformations disposent d'une certaine sensibilité, plus ils sont sensibles, plus les prix augmentent.

### **Délais**

Cahier des charges : Cdc provisoire rendu le vendredi 27 janvier.  
Rapport intermédiaire : Rendu le 3 février.  
Fin des études : 3 février.

### **Budget**

Budget total : voir devis en annexes

***Signature***

Client

Groupe de travail

		Groupe complet				Mr.Coïa				Mr.Gomes				Mr.Dufaur				Mr.L'Huillier			
Tâches \ Jours		23/01/2006	24/01/2006	25/01/2006	26/01/2006	27/01/2006	30/01/2006	31/01/2006	01/02/2006	02/02/2006	03/02/2006										
Analyse du sujet																					
Réunions avec G.Porcher																					
Rédaction du compte rendu de la reunion																					
Analyse du fonctionnement de la soufflerie																					
Recherche d'autres systèmes existants																					
Collecte et analyse des études antécédentes																					
Mesure de la vitesse maximale de la soufflerie																					
Rédaction du cahier des charges																					
Remise du cahier des charges																					
Correction du cahier des charges																					
Mise en place et rédaction du planing																					
Déplacement en entreprise																					
Rédaction et remise du devis																					
Rédaction du rapport intermédiaire																					
Remise du rapport intermédiaire																					
Recherche de solutions																					
Conception																					



Groupe complet	E1	E2	E3	E4
----------------	----	----	----	----

Tâches \ Jours	01/06/2006	02/06/2006	05/06/2006	06/06/2006	07/06/2006	08/06/2006	09/06/2006	12/06/2006	13/06/2006	14/06/2006	15/06/2006	16/06/2006	19/06/2006	20/06/2006	21/06/2006	22/06/2006	23/06/2006
Réunion avec client																	
Rédaction planning																	
Rédaction compte rendu de réunion																	
Rédaction rapport																	
Remise du rapport																	
Conception																	
Impression des dessins d'ensembles																	
Préparation du matériel et des installations																	
Usinage des différentes pièces																	
Réalisation du système																	
Dimensionnement des "lames"																	
Préparation de la soutenance																	

### C. Compte rendu de réunions :

#### **Compte rendu de réunion du 23/01/06**

*Tuteur :* **XXXX**

*Etudiants présents :* **E1**  
**E2**  
**E3**

*Objet : Définition des attentes du client.*

#### Questionnaire des étudiants :

- 1/ Quelles sont vos attentes ? (Étude théorique + réalisation) ?
- 2/ Peut-on récupérer des synthèses des études réalisées antérieurement ?  
(Nom et filière des étudiants...)
- 3/ Peut-on utiliser toutes les ressources disponibles à l'atelier ?  
(Matériel, matières premières, outillage...)
- 4/ Peut-on démonter partiellement la soufflerie en cas de nécessité ?  
(Ex : analyser l'emplacement des anciens capteurs...)
- 5/ A-t-on droit à un budget ? (A quelle date doit-on rendre un devis ?)
- 6/ A quelle date est fixée la prochaine réunion ? Sujets ?
- 7/ Quand vous rend-on le cahier des charges pour le signer ? (Normalement, vendredi 27/01)
- 8/ Doit-on étendre la recherche de l'existant sur d'autres souffleries ?  
(Internet, entreprises, laboratoire de recherche et d'expérimentation)
- 9/ Peut-on récupérer des profils d'aile réalisés à l'IUP ?
- 10/ Quels sont les types de profil concernés par l'étude ?



Après quelques observations préliminaires de la soufflerie, M. XXXX nous a rejoint afin de nous faire part de ses attentes ainsi que les buts à atteindre.

### **Le but :**

Le but de ce projet est de mettre en place un protocole de mesures et d'observations des différentes caractéristiques et effets d'un écoulement d'air sur une structure quelconque. Le système de mesure doit donc être compatible avec n'importe quelle forme géométrique.

En effet, la vitesse de l'écoulement influe directement au niveau des efforts exercés sur la structure à l'étude : il nous faudra concevoir un système de mesure d'effort polyvalent.

Il nous sera également intéressant de mettre en place un système d'observation du flux d'air autour de la structure, au niveau de la veine d'essai.

Il faudra rédiger le cahier des charges, qui sera rendu le lundi 30/01/06.

Il faudra prévoir un devis, dans le cas d'achats de pièces, celui-ci sera rendu à la fin de la période des deux semaines, ainsi que le rapport intermédiaire.

### **Les moyens :**

Pour aboutir à ces exigences, nous aurons les ressources disponibles de l'atelier, un budget nous sera alloué.

M. XXXX nous apportera le 24/01/06 des travaux déjà réalisés sur cette soufflerie.

## **Compte rendu de réunion du 25/01/06**

*Tuteur :* **XXXX**

*Etudiants présents :* **E1**  
**E2**  
**E3**  
**E4**

*Objet : Compléments d'étude.*

M. XXXX nous a remis les rapports des années précédentes. Nous avons été informé que les DEUST 2ème année, travaillent aussi sur la soufflerie. Il doivent créer un système pour mesurer les différences de pression sur un profil d'aile.

Il sera donc nécessaire de collaborer avec eux pour effectuer des choix judicieux pour les deux groupes.

De plus, ils ne souhaitent utiliser la soufflerie qu'à plein régime, c'est à dire en enlevant le filtre de protection contre les poussières.

Les actions mécaniques à mesurer se restreignent aux efforts de portance et de traînée.

Il faudra déterminer la vitesse maximale et la plage de mesure de ces efforts, avant de débiter le dimensionnement du système ainsi que sa conception.

## **Compte rendu de réunion du 01/02/06**

*Tuteur :* **XXXX**

*Etudiants présents :* **E1**  
**E2**  
**E3**  
**E4**

*Objet : Etat de l'avancement après une semaine de projet, et analyse du cahier des charges.*

Après une semaine de projet nous avons pu présenter un cahier des charges, des solutions technologiques ainsi que des devis.

Lors de cette réunion notre tuteur nous à fait part de ses remarques ainsi que de ses interrogations. Nous avons pu dégager de cette réunion des conclusions nous permettant d'approfondir le travail réaliser lors de la première semaine.

## **Compte rendu de réunion du 13/06/06**

*Tuteur :* **XXXX**

*Etudiants présents :* **E1**  
**E2**  
**E3**  
**E4**

*Objet : Dimensionnement des « lames ».*

Au cours de cette réunion, le groupe a expliqué le travail réalisé au cours de la seconde session. Il s'agissait de mettre en avant la manière dont le travail a été effectué ainsi que l'organisation adoptée.

De plus, notre tuteur nous a apporté quelques indications sur la partie calculs des « lames » permettant ainsi une première correction.

Cette entrevue nous a permis de dégager des conclusions nous permettant de continuer à progresser dans la bonne direction.

## BON DE COMMANDE

<b>Nom</b>	
<b>Prénom</b>	
<b>N° de projet</b>	
<b>Date</b>	: 06/02/06

**FOURNISSEUR** : HBM

Adresse : 46, rue du Champoreux BP76 F-91542 Mennecy Cedex

Téléphone : 01 69 90 63 70  
Fax : 01 69 90 63 69

Fax : 01 69 90 63 80				
<b>Référence</b>				

[illegible]

## BON DE COMMANDE

Nom
-----

Prénom \_\_\_\_\_

**N° de projet** : 1

Date : 06/02/06

**Fournisseur :** ABAQUEPLAST

Adresse : 7, rue du Moulin-neuf STAINS cedex 93245

Téléphone : 01 48 26 32 80

[illegible]

	<b>TOTAL HT :</b>	117,80
--	-------------------	--------

--

--	--

**TOTAL TTC :** 140,89 €

[illegible]

## E .CALCULS ET DIMENSIONNEMENT :

a) « lames ressort » :

F mesure	F th (N)	F réel (N)	L (mm)	E (Mpa)	h (mm)	y (mm)	b (mm)	Sigma (Mpa)	rendement glissière	Matériau
Portance	12	12	300	210000	0,5	120,000	411,429	210	1	Acier
	12	12	300	210000	0,75	80,000	182,857	210	1	
	12	12	300	210000	1	60,000	102,857	210	1	
	12	12	300	210000	1,25	48,000	65,829	210	1	
	12	12	300	210000	1,5	40,000	45,714	210	1	
	12	12	300	210000	1,75	34,286	33,586	210	1	
	12	12	300	70000	0,5	34,286	4320,000	20	1	Alu
	12	12	300	70000	0,75	22,857	1920,000	20	1	
	12	12	300	70000	1	17,143	1080,000	20	1	
	12	12	300	70000	1,25	13,714	691,200	20	1	
	12	12	300	70000	1,5	11,429	480,000	20	1	
	12	12	300	70000	1,75	9,796	352,653	20	1	
Traînée	2	2	300	210000	0,5	120,000	68,571	210	1	Acier
	2	2	300	210000	0,75	80,000	30,476	210	1	
	2	2	300	210000	1	60,000	17,143	210	1	
	2	2	300	210000	1,25	48,000	10,971	210	1	
	2	2	300	210000	1,5	40,000	7,619	210	1	
	2	2	300	210000	1,75	34,286	5,598	210	1	
	2	2	300	70000	0,5	34,286	720,000	20	1	Alu
	2	2	300	70000	0,75	22,857	320,000	20	1	
	2	2	300	70000	1	17,143	180,000	20	1	
	2	2	300	70000	1,25	13,714	115,200	20	1	
	2	2	300	70000	1,5	11,429	80,000	20	1	
	2	2	300	70000	1,75	9,796	58,776	20	1	

Légende : F th= force max appliquée au centre de poussée

F réel= force appliquée au centre de poussée en fonction du rendement des glissières de notre système.

L=Longueur de la lamelle.

E=Module d'Young

h=Epaisseur de la lamelle

y= Flèche calculée de la lamelle.

b=Largeur calculée de la lamelle.

$\sigma$  = Limite élastique du matériau.

Le tableau ci-dessus exprime les valeurs de flèches et largeur calculées à partir de valeur fixée pour chacun des deux matériaux. Il apparaît de manière explicite que certaines valeurs calculées sont aberrantes (surlignée de couleur rouge). D'autre part, certaines d'entre elles, ne permettent plus de vérifier la théorie de la poutre compte tenu des dimensions. Seule les



valeurs (surlignées en vert) ont retenu notre attention. A partir de ces calculs, nous avons donc retenus les dimensions d'une seule lamelle en fonction du matériau.

C'est alors, à partir de ces dimensions que nous allons faire varier la plage d'effort afin de déterminer la précision de notre lecture. Ces calculs apparaissent donc dans le tableau ci-dessous.

F mesure	F th (N)	F réel (N)	L (mm)	E (Mpa)	h (mm)	y (mm)	b (mm)	Sigma (Mpa)	rendement glissière	Matériau
Portance	1	1	300	210000	1,25	4,002	65,8	17,508	1	Acier
	2	2	300	210000	1,25	8,003	65,8	35,015	1	
	3	3	300	210000	1,25	12,005	65,8	52,523	1	
	4	4	300	210000	1,25	16,007	65,8	70,030	1	
	5	5	300	210000	1,25	20,009	65,8	87,538	1	
	6	6	300	210000	1,25	24,010	65,8	105,046	1	
	7	7	300	210000	1,25	28,012	65,8	122,553	1	
	8	8	300	210000	1,25	32,014	65,8	140,061	1	
	9	9	300	210000	1,25	36,016	65,8	157,568	1	
	10	10	300	210000	1,25	40,017	65,8	175,076	1	
	11	11	300	210000	1,25	44,019	65,8	192,584	1	
	12	12	300	210000	1,25	48,021	65,8	210,091	1	
Traînée	0,1	0,1	300	210000	0,75	3,997	30,5	10,492	1	
	0,2	0,2	300	210000	0,75	7,994	30,5	20,984	1	
	0,3	0,3	300	210000	0,75	11,991	30,5	31,475	1	
	0,4	0,4	300	210000	0,75	15,988	30,5	41,967	1	
	0,5	0,5	300	210000	0,75	19,984	30,5	52,459	1	
	0,6	0,6	300	210000	0,75	23,981	30,5	62,951	1	
	0,7	0,7	300	210000	0,75	27,978	30,5	73,443	1	
	0,8	0,8	300	210000	0,75	31,975	30,5	83,934	1	
	0,9	0,9	300	210000	0,75	35,972	30,5	94,426	1	
	1,0	1,0	300	210000	0,75	39,969	30,5	104,918	1	
	1,1	1,1	300	210000	0,75	43,966	30,5	115,410	1	
	1,2	1,2	300	210000	0,75	47,963	30,5	125,902	1	
	1,3	1,3	300	210000	0,75	51,959	30,5	136,393	1	
	1,4	1,4	300	210000	0,75	55,956	30,5	146,885	1	
	1,5	1,5	300	210000	0,75	59,953	30,5	157,377	1	
	1,6	1,6	300	210000	0,75	63,950	30,5	167,869	1	
	1,7	1,7	300	210000	0,75	67,947	30,5	178,361	1	
	1,8	1,8	300	210000	0,75	71,944	30,5	188,852	1	
	1,9	1,9	300	210000	0,75	75,941	30,5	199,344	1	
	2,0	2,0	300	210000	0,75	79,938	30,5	209,836	1	

Légende : F th= force max appliquée au centre de poussée

F réel= force appliquée au centre de poussée en fonction du rendement des glissières de notre système.

L=Longueur de la lamelle.

E=Module d'Young

h=Epaisseur de la lamelle

y= Flèche calculée de la lamelle.

b=Largeur calculée de la lamelle.

$\sigma$  = Limite élastique du matériau.

# **Conception d'une plate-forme expérimentale pour mettre en évidence les phénomènes d'instabilité d'une aile d'avion soumise à un écoulement transverse**



E1  
E2  
E3  
E4

Client :  
Mr AAA

## SOMMAIRE

<b>INTRO.....</b>	<b>5</b>
<b>I PRESENTATION DU PROJET .....</b>	<b>5</b>
1) CONTEXTE .....	5
2) DESCRIPTION DU PROJET .....	5
3) OBJECTIFS.....	5
4) CONTRAINTES .....	5
5) ORGANISATION DU GROUPE (PLANNINGS).....	7
<b>II APPROCHE THEORIQUE .....</b>	<b>387</b>
1) CAS DU CYLINDRE .....	387
2) L'AILE D'AVION .....	388
3) L'ANALYSE DIMENSIONNELLE.....	389
<b>III CONCEPTION .....</b>	<b>12</b>
1) MAINTIEN DE L'AILE .....	391
2) CAPTEUR .....	397
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>23</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>403</b>

## INTRODUCTION

L'effet du vent sur les ailes d'un avion est un phénomène complexe à étudier. Les forces induites ainsi que les efforts résultants sur la structure sont difficiles à définir. Ceux-ci dépendent en effet de nombreux paramètres tels que la géométrie du profil de l'aile, le type de l'écoulement du fluide, les matériaux utilisés, etc.

Dans le cadre de ce projet, nous souhaitons plus particulièrement observer les phénomènes vibratoires induits par les perturbations du fluide. Pour cela il nous a été demandé de concevoir une plate-forme expérimentale, pouvant accueillir un modèle réduit d'un profil d'aile (type NACA). Ceci, dans le but d'observer et mesurer les vibrations.

Pour y parvenir, nous emploierons la méthodologie suivante : nous rappellerons le cadrage du projet afin d'inventorier les moyens disponibles et les contraintes auxquelles nous serons soumis.

Pour une meilleure compréhension des phénomènes observés nous devons ensuite faire un parallèle avec les outils théoriques dont nous disposons. Cette étude nous orientera sur les paramètres à prendre en compte dans la phase de conception : nous établirons la définition du modèle réduit de l'aile d'avion, l'architecture de la structure de la plate-forme ainsi que la technologie de mesure. Un choix varié de solutions dans les différentes spécialités sera soumis à notre client. Ainsi pour concrétiser nos travaux, nous développerons les solutions retenues en accord avec ce dernier.

# I PRESENTATION DU PROJET

## 1) Contexte

L'étude du comportement en vol d'une aile d'avion fait partie des enseignements dispensés en aéronautique. Cette matière enseignée à l'IUP d'Evry aborde par la théorie les phénomènes liés au vol.

La mise en pratique de ces phénomènes à l'aide d'une plateforme d'essai a pour vocation de faciliter leur compréhension. Dans cette optique, notre tuteur Mr. Loret nous a demandé de concevoir un système adapté capable de simuler le comportement d'une aile en vol. Les étudiants de l'IUP sont les principaux bénéficiaires de cette réalisation.

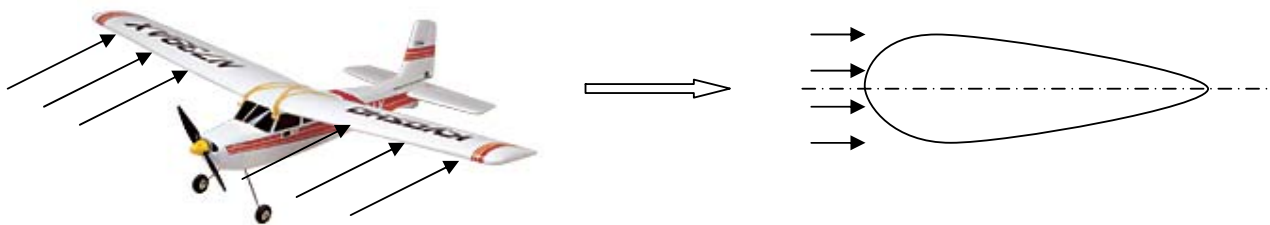
## 2) Description du projet

L'expérimentation sur un avion réel étant bien entendu hors de nos moyens, nous emploierons un tronçon de profil d'aile de dimension réduite. Nous prévoyons de soumettre ce modèle réduit à l'écoulement d'un fluide.

La conception de la maquette expérimentale va permettre, à terme, de mettre en évidence les vibrations engendrées par cet écoulement dues aux interactions entre l'aile et le fluide (Interactions Fluides Structures).

Pour cela nous devons :

- appliquer les principes de l'aéronautique en vue d'analyser les réactions d'une aile d'avion (profil NACA) soumise à un écoulement. A titre d'exemple, nous effectuerons également la même analyse sur un tube afin de simplifier l'étude.
- choisir le type de dispositif générant l'écoulement, à savoir, utiliser la soufflerie de l'IUP ou autre.
- réaliser une modélisation simple de la plate-forme. Cela comprend la définition de la chaîne d'acquisition permettant de collecter les informations de mesure vibratoire ainsi que le système de maintien de l'aile.



### 3) Objectifs

Concevoir une plate-forme expérimentale reproduisant les conditions de vols auxquelles sont soumises les ailes d'un avion.

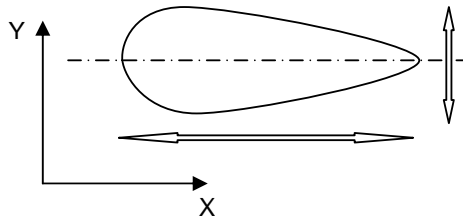
Déterminer, à l'aide de nos connaissances en aéronautique, le système d'écoulement du fluide.

La conception du système de maintien de l'aile doit être compatible avec l'écoulement et les plages de résultats attendus. Par exemple, ne pas rigidifier l'ensemble et atténuer de manière trop sensible les vibrations.

A partir de cette structure, mesurer et montrer visuellement les vibrations de l'aile.  
Réaliser la plateforme et la mettre à disposition des élèves de l'IUP.

### 4) Contraintes

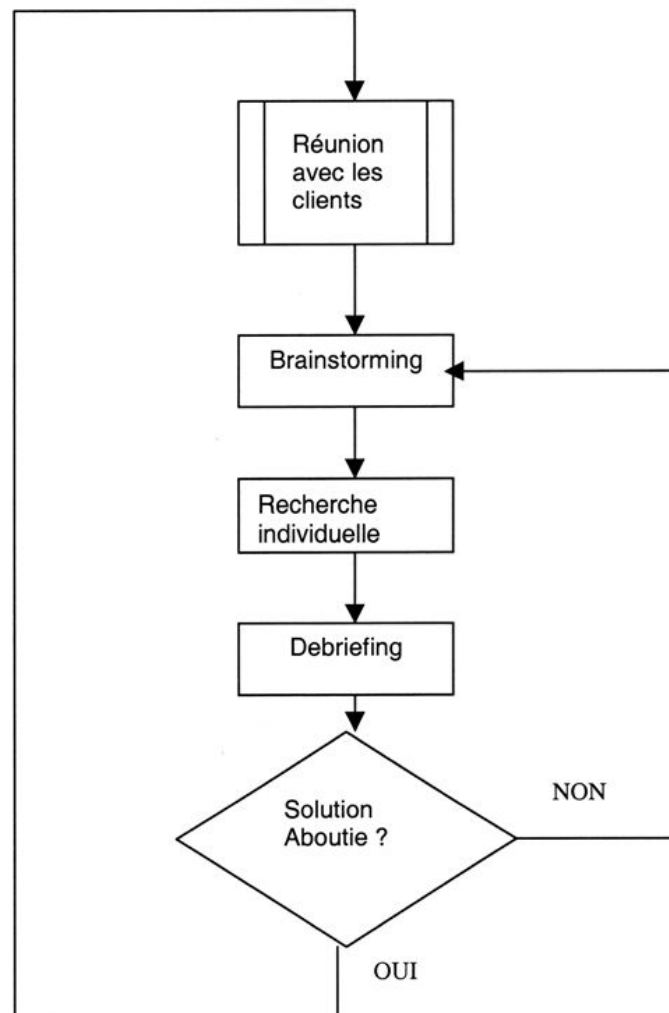
- Les degrés de liberté de l'aile sont les suivants : **uniquement** les translations suivant x et y (pas de translation suivant z et pas de rotation suivant x, y et z).  
Pas de roulis, ni de tangage autorisés.



- Le système de maintien de l'aile doit avoir une raideur **réglable**, ceci afin de concilier le maintien en position et les degrés de liberté exposés dans le point précédent.
- La vitesse et la viscosité du fluide. Le type de fluide est à définir.
- La structure de maintien ne doit pas perturber l'écoulement dans la promiscuité immédiate de l'aile.

## 5) Organisation du groupe (Plannings)

Suite à la réunion de présentation du sujet, nous avons procédé à une recherche individuelle d'informations. Après l'examen de différentes approches du problème, nous avons convenu d'adopter l'organisation du travail suivante :



Cependant, l'organisation retenue n'a pas été figée durant ces deux semaines. Il nous est arrivé de provoquer des rencontres avec nos tuteurs afin d'exposer l'avancée de nos travaux et de clarifier certains points.

Voici le planning prévisionnel pour le mois de Juin :

Tâches	1					2				
	23/01					30/01				
	L	M	M	J	V	L	M	M	J	V
<b>Découverte du projet</b>										
Etude et compréhension du sujet										
Recherches sur le sujet										
Définition des objectifs finaux										
<b>Etude des effets des perturbations sur une structure</b>										
Documentation sur les phénomènes perturbatoires en mécanique des fluides										
Etude simplifiée avec un cylindre										
Etude du profil d'aile (modèle réduit et modèle réel)										
<b>Conception</b>										
Revue des solutions existantes										
Recherche de solutions adaptées à notre cas										
Recherche de solutions de mesure										
<b>Compte-rendu</b>										
Rédaction du cahier des charges										
Rédaction du rapport intermédiaire										

Nous avons réparti les tâches au sein du groupe en tenant compte des compétences et de la formation de chacun. Cette organisation de la gestion du temps qui nous était alloué a pour objectif d'atteindre une efficacité optimale.

Tâches	3					4					5					6				
	29/05					05/06					12/06					19/06				
	L	M	M	J	V	L	M	M	J	V	L	M	M	J	V	L	M	M	J	V
<b>Etude des effets des perturbations sur une structure</b>																				
Création d'un modèle CAO du profil d'aile pour le calcul numérique																				
Calcul numérique sur Ansys et Cosmos																				
Détermination de la vitesse d'écoulement nécessaire pour créer la résonance du système																				
Interprétation des résultats																				
Comparaison entre le modèle réduit et le modèle réel																				
<b>Conception</b>																				
Choix d'une solution mécanique																				
Détermination de la plage de mesure des vibrations																				
Choix d'une solution de mesure adaptée																				
Validation de la solution de mesure avec la solution mécanique																				
<b>Fabrication</b>																				
Préparation du modèle CAO du profil d'aile final et de son moule																				
Création du programme de MOCN																				
Usinage du moule																				
Moulage de l'aile																				
<b>Compte-rendu</b>																				
Préparation de la présentation																				
Poster																				

Nous tenterons dans la partie suivante, d'expliquer quelles sont les causes des vibrations d'une structure placée dans un écoulement de fluide.



## II APPROCHE THEORIQUE

### 1) Cas du cylindre

Nous présenterons dans cette partie une explication théorique simplifiée du phénomène vibratoire. Nous nous intéresserons au cas d'un objet placé dans un écoulement fluide.

Dans une première approche, observons un objet de forme cylindrique soumis à un écoulement laminaire. Les particules de l'écoulement vont logiquement contourner l'obstacle. Nous pouvons l'observer sur l'exemple de la **figure 1** :

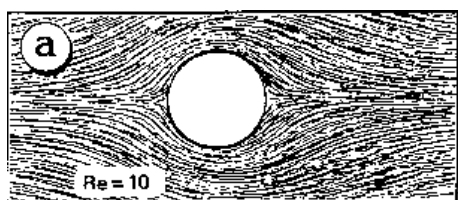


Fig.1 : écoulement pour un faible Reynolds



Fig. 2 : dépressions à l'arrière du cylindre

Cette observation est vraie à certaines conditions. En réalité, l'écoulement va se trouver modifié dans certains cas, et pour certaines conditions :

- la vitesse de l'écoulement,
- la taille et la forme de la structure qui fait obstacle à l'écoulement,
- le type de fluide composant l'écoulement (et donc sa viscosité).

Dans certaines configurations, on pourra alors observer l'apparition de tourbillons à l'arrière de l'obstacle (cf. exemple sur la **figure 2**)

Ce phénomène physique est dû à des dépressions qui se forment à l'arrière de l'obstacle lorsque les conditions sont réunies (vitesse, forme et dimensions de l'obstacle, et viscosité du fluide). En regardant de plus près (**figure 3**), on peut représenter la courbe des vecteurs vitesses au niveau de la couche limite et en chaque point. Les vitesses sont très faibles à la surface du corps et leurs vecteurs s'inversent à proximité des dépressions, provoquant une recirculation du fluide, c'est-à-dire, des tourbillons.

On dit, dans ce cas, que l'écoulement devient turbulent. Nous pouvons décrire l'apparition de ce comportement du fluide par un terme appelé le **nombre de Reynolds** (cf. *glossaire, annexes 1 et 2*). Ce terme est un nombre adimensionnel qui tient compte des caractéristiques du fluide et de la structure et qui, selon la valeur qu'il prend, nous permet de prévoir le régime adopté par le fluide.

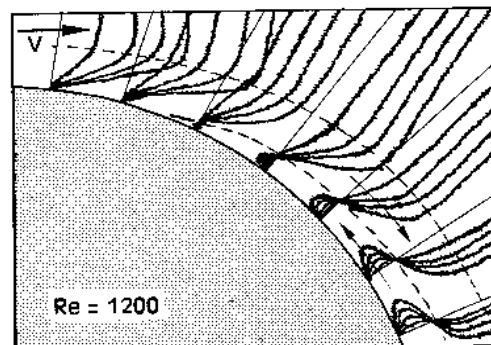


Fig. 3 : vecteur

Nous souhaitons observer les influences de ces turbulences sur la structure, c'est-à-dire, les vibrations qu'elles provoquent sur cette dernière. Le but étant de déterminer les conditions à remplir pour des vibrations suffisamment importantes, voir proches de la **résonance** (cf. glossaire, annexe 2) afin de les reproduire sur une plate-forme d'essai.

En complément de cette grandeur, nous utiliserons un autre terme adimensionnel nommé le **nombre de Strouhal** (cf. glossaire, annexes 1 et 2). Ce nombre est connu pour un cylindre et vaut approximativement 0,2. De plus, il dépend de la fréquence d'émission des tourbillons. Ainsi en faisant varier les différentes composantes du « Strouhal » (vitesse du fluide et dimension du cylindre) nous sommes à même de déduire cette fréquence. Or, nous savons que si la valeur de cette fréquence se rapproche de celle de la **fréquence propre** (cf. glossaire, annexes 1 et 2) de notre système, nous obtiendrons un état vibratoire important et facilement détectable.

Il ne reste, ici qu'à déterminer la fréquence propre et déterminer les valeurs concordantes de nos fréquences respectives puis nous pourrons déduire les conditions (vitesse du fluide, dimension du cylindre) à remplir pour provoquer ce phénomène vibratoire.

## 2) L'aile d'avion

La méthodologie employée, ici, est similaire. En effet, nous avons le même phénomène pour une aile d'avion et c'est ce cas précis que nous voulons étudier pour notre projet.

Ainsi nous pouvons voir sur les schémas ci-dessous la répartition des vitesses à la surface de l'aile et les turbulences. Ceci se rapproche du cas du cylindre vu précédemment.

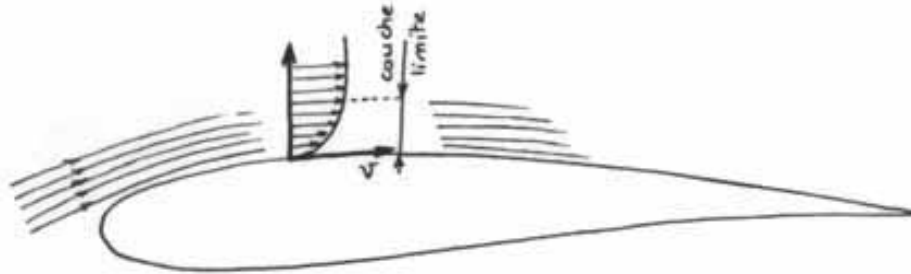


Figure 3 : répartition des vitesses à la surface de l'aile

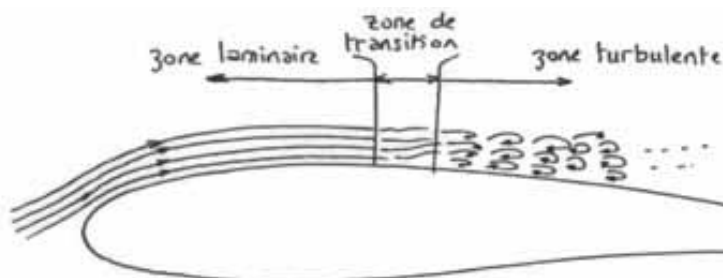


Figure 4 : turbulences de l'aile

### 3) L'analyse dimensionnelle

Les équations fondamentales de la mécanique des fluides sont le plus souvent difficiles à résoudre. Les solutions analytiques sont même rares et les solutions numériques sont parfois lourdes de mise en œuvre et coûteuses en temps de calcul. Nous pouvons alors avoir recours à l'étude expérimentale soit en vraie grandeur, soit par l'intermédiaire de maquettes.

Nous nous sommes aidé dans cette démarche par l'analyse dimensionnelle, qui permet d'accéder plus facilement à la mise en forme de relations semi-empiriques permettant de modéliser le phénomène étudié.

#### Principe de la méthode

L'analyse dimensionnelle repose sur le théorème de **Vaschy-Buckingham** (théorème des  $\Pi$ , cf. *annexe 1*).

Il est important de savoir quels paramètres caractérisent le phénomène étudié et comment ils interviennent (cf. *annexe 1*).

Les nombres adimensionnels considérés peuvent être générés à l'aide d'une matrice des paramètres influents. Pour notre étude, le nombre adimensionnel est le Reynolds.

#### Condition de similitude

La taille géométrique du problème réel, doit respecter certaines conditions de fonctionnement liant l'étude sur la maquette et sa transposition au prototype. Ces conditions sont imposées par la théorie de la similitude. D'une manière plus générale, ces conditions sont nécessaires lorsque l'on veut appliquer à un problème la solution obtenue pour un autre problème réputé semblable. Cette solution, pour garder sa généralité, sera toujours donnée sous la forme d'une ou de plusieurs équations adimensionnalisées dans lesquelles apparaîtront des paramètres particuliers qui sont appelés communément : nombres sans dimension.

#### *Similitude complète*

On dit qu'il y a similitude complète entre deux écoulements, c'est à dire l'écoulement autour de la maquette et l'écoulement autour de l'aile réelle, s'il y a similitude géométrique entre ces deux écoulements et similitude cinématique, c'est à dire si en deux points homologues les vitesses et les accélérations ont des directions homologues et sont dans un rapport constant indépendant du point considéré.

Soit :  $M_1$  (masse de la maquette),  $M_2$  (masse de l'aile réelle),  $V_1$  (volume de la maquette),  $V_2$  (volume de l'aile réelle),  $\gamma_1$  (l'accélération autour de la maquette),  $\gamma_2$  (l'accélération autour de l'aile réelle)

La similitude géométrique fixe le rapport  $V_1/V_2$ , la similitude cinématique impose le rapport  $\gamma_1/\gamma_2$ .

Nous avons aussi une similitude dynamique qui fixe le rapport  $\rho_1/\rho_2$ .

Pour que la similitude soit complète, il faut que les trois rapports des forces de viscosité, des forces de volume et des quantités d'accélération soient égaux, c'est à dire que les conditions de Reynolds soient satisfaites.

### *Similitude restreinte*

La similitude complète est presque impossible, c'est à dire qu'il est impossible de réaliser l'égalité de tous les produits sans dimension. On dit qu'on réalise une similitude restreinte. C'est le cas dans notre situation car on est en face de l'étude de turbulence autour d'un profil.

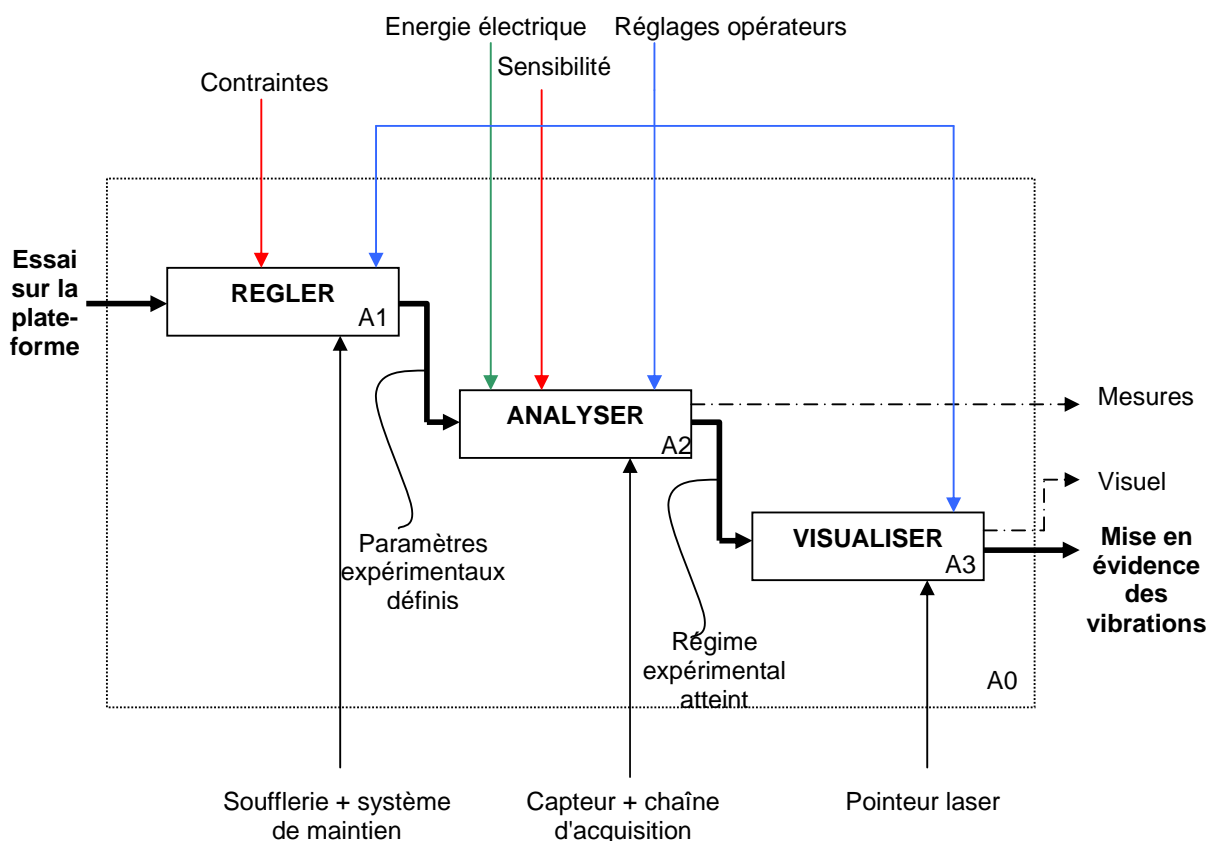
### III CONCEPTION

Notre problématique, dans ce cas ci, est de savoir si l'on peut définir un lien entre le modèle réduit d'une aile pour la plate-forme d'essai et une aile d'avion réelle.

#### 1) Maintien de l'aile

La réalisation de la plate forme expérimentale nécessite de respecter les directives définies par le cahier des charges.

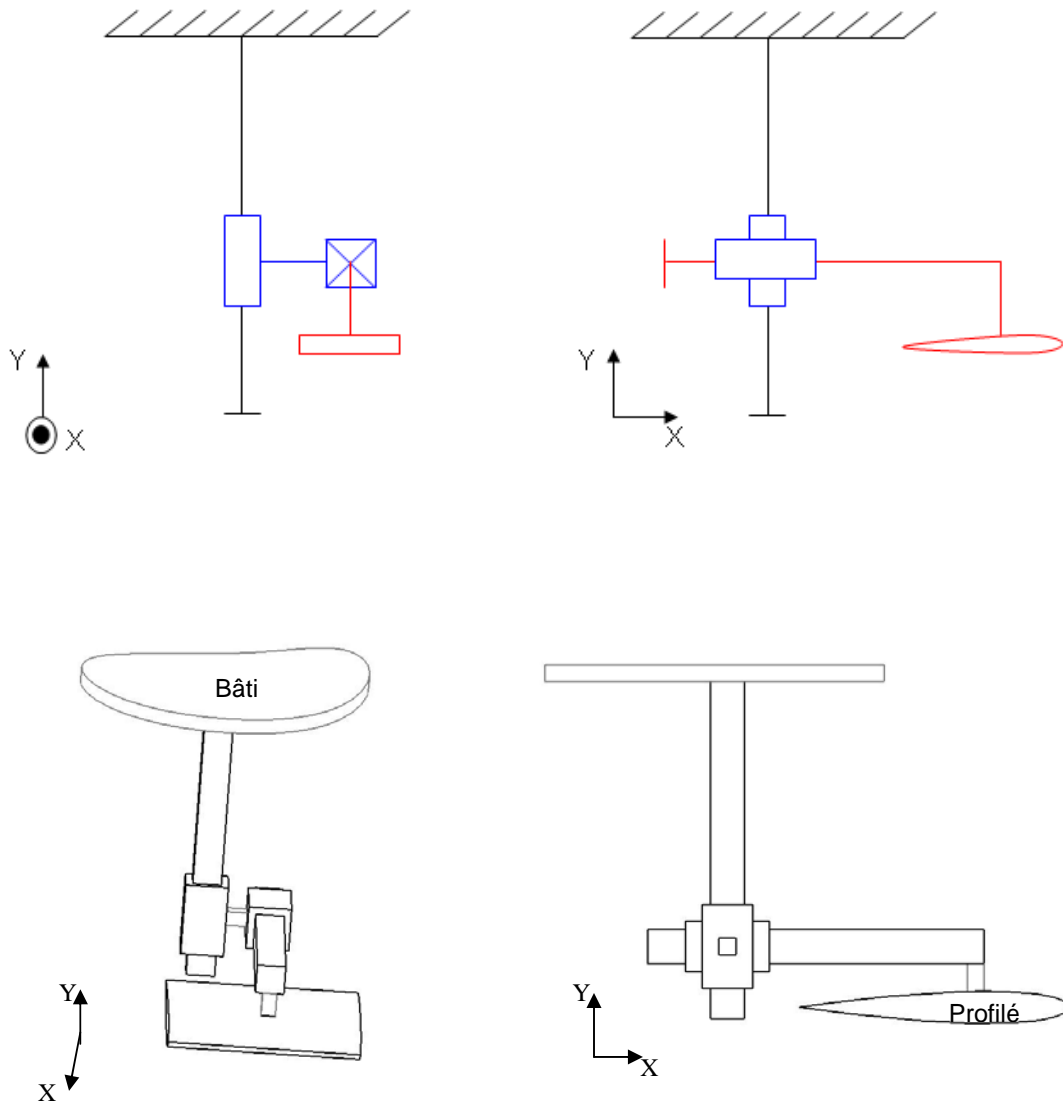
L'organigramme suivant décrit les étapes aboutissant à la mise en évidence des vibrations. Il synthétise les différentes conditions à prendre en compte dans cette phase de conception.



Comme nous pouvons le constater le résultat escompté est fonction des réglages du système.

En considérant les contraintes auxquelles est soumis notre système, nous avons déterminé un schéma cinématique. Cette schématisation donne une vision simple, mais cependant concrète du problème.

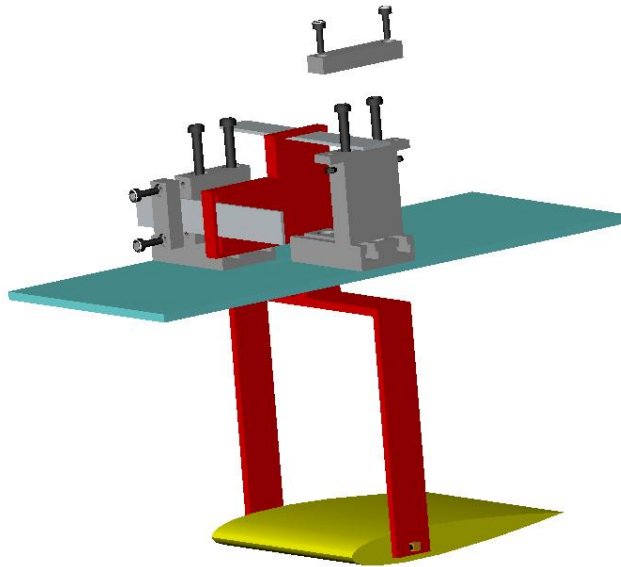
L'aile de l'avion est guidée dans la soufflerie au moyen de deux glissières. De ce fait les deux seuls mouvements autorisés sont les translations de ces deux glissières.



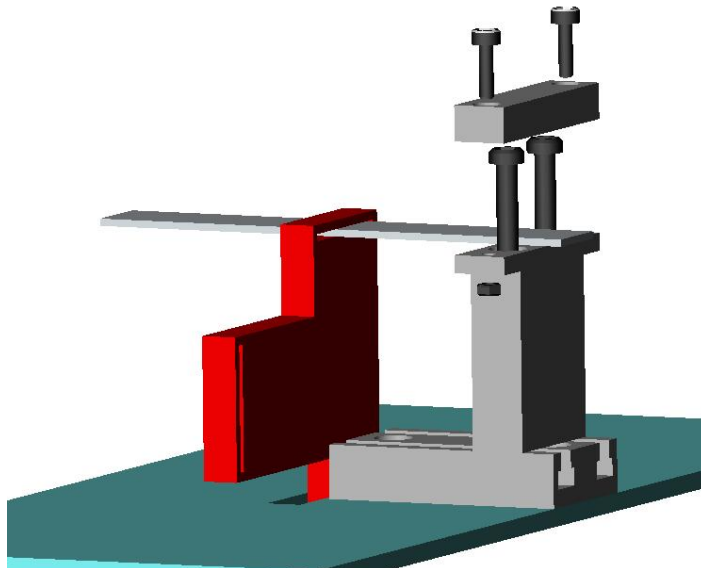
Nous avons envisagé à partir de ces données diverses solutions.

### Solution 1

Le profil est monté sur un "u" (pièce rouge). Cette dernière transmet à des lames flexibles les mouvements de l'aile.



Le réglage de la sensibilité des lames se fait au moyen de blocs glissières.



### Avantages

Les pièces décrites dans les vues précédentes sont une première approche du mécanisme abouti. Les éléments normalisés correspondants sont disponibles dans le commerce.

Cependant pour des raisons de coût il peut être envisagé d'usiner ces pièces en utilisant le matériel disponible à l'IUP (Machine outils).

Ce montage s'adapte sur la soufflerie de l'IUP.

### Inconvénients

Le dimensionnement de la sensibilité des lames flexible doit faire l'objet d'un calcul précis.

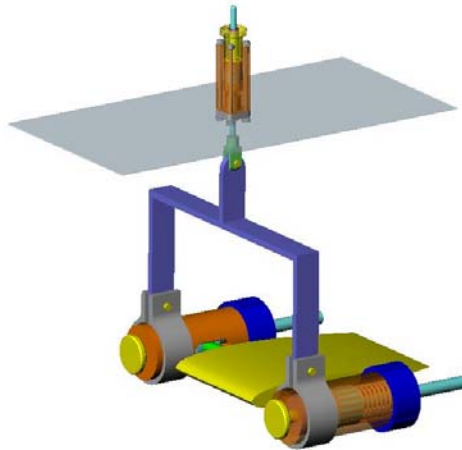
Des problèmes de frottement et de chocs au niveau des contacts des lames et du "u" doivent être résolus.

La simplicité de la conception fait de cette solution la plus simple à mettre en œuvre. Il semble néanmoins que seules les jauges de contraintes (*cf. capteurs*) soient destinées à ce système.

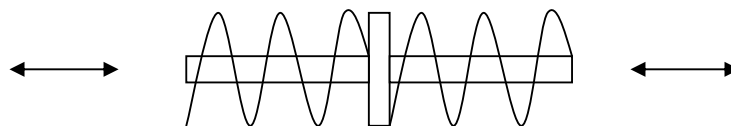
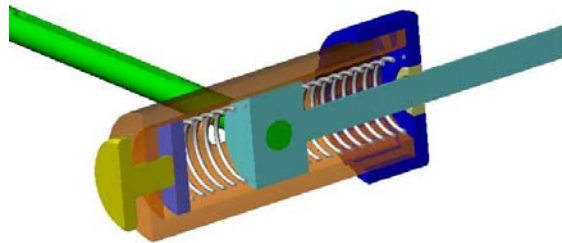


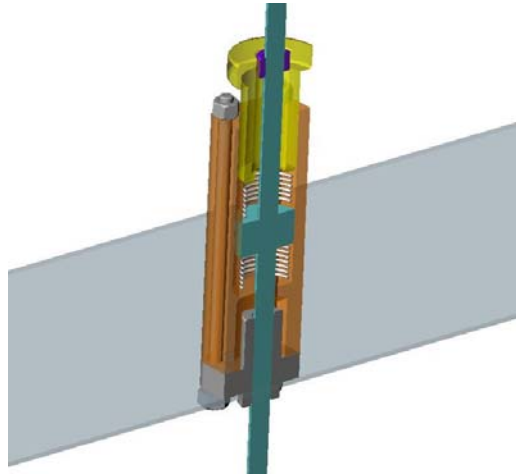
## Solution 2

Le profile est relié à un système composé de ressorts. Ce montage combine deux glissières indépendantes.



En observant le système en coupe, on imagine un piston maintenu en position d'équilibre par deux ressorts.





### Avantages

Le réglage de la sensibilité du système s'effectue de manière précise si l'on connaît la raideur des ressorts.

Une multitude de capteur peuvent être adaptés en bout de tige.

### Inconvénients

L'encombrement de l'ensemble peut être important. De ce fait le montage sur la soufflerie de l'IUP s'avérera sans doute délicat.

La précision est une qualité de ce système. Sa polyvalence lui confère un choix étendu de capteurs. Il semble cependant peu adapté à la soufflerie de l'IUP.

## 2) Capteur

Une vibration est un phénomène physique se traduisant par un déplacement ou une déformation autour d'un point d'équilibre. Aussi, faut-il mettre en œuvre un procédé de mesure adapté à notre cas .

### Principe

Le principe repose sur le fait de pouvoir mesurer les vibrations qui se présentent sous forme de déplacements de l'aile. Ce système peut être représenté sous forme de schéma bloc :



- Le bloc de traitement des données est un ensemble de capteurs laser ou de jauge)
- La réponse est un signal permettant de visualiser les déplacements de l'aile à la suite des perturbations.

Cependant, la réalisation de ce système de mesure nous amène à étudier des capteurs de différents types pouvant s'adapter à nos besoins et répondre à nos exigences.

Deux méthodes de mesures nous ont parues inévitables pour atteindre nos objectifs:

- l'utilisation d'un faisceau laser permettant de visualiser les déplacements à l'œil nu.
- l'utilisation d'un ou de plusieurs capteur à jauge de contrainte délivrant un signal électrique en sortie et permettant de déduire le déplacement.

Pour cela nous avons collecté un certain nombre de capteur susceptibles de répondre à nos besoins.

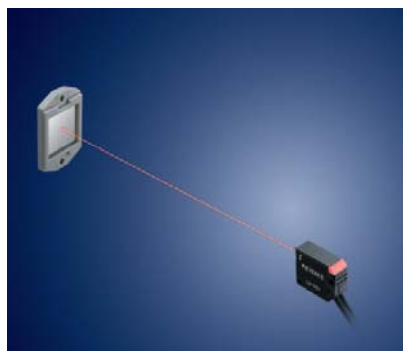
Ces capteurs sont énumérés et détaillés dans le tableau ci-après :

## Catalogue des produits capteurs

<b>DESCRIPTION</b>	<b>TYPE</b>	<b>CARACTERISTIQUE EEEE</b>	<b>PRIX</b>
<b>Faisceau droit Rétro-réflexion LV-H62</b>	<b>Laser rouge</b>	<b>Diamètre de spot d'environ 2.5 mm à une distance de détection allant jusqu'à 500mm</b>	<b>≈180 EUR</b>
<b>Pointeur laser Marksman normes Classe II</b>	<b>Laser rouge A pile 3*LR014 Ref : 19542773</b>	<b>Portée 100m</b>	<b>16.80 EUR</b>
<b>Pointeur laser Duplex Marksman Normes classe II</b>	<b>Laser rouge A pile 3*LR014 Ref : 19542872</b>	<b>Portée 100m</b>	<b>14.90 EUR</b>
<b>Pointeur Laser EXTRA plat normes Classe II</b>	<b>Laser rouge A pile 3*LR014 Ref : 19689023</b>	<b>Portée 100m</b>	<b>7.90 EUR</b>

<b>Pointeur laser vert ORION</b>	<b>Laser vert réf : O5679</b>	<b>Portée 1500m dans l'obscurité</b>	<b>119 EUR</b>
<b>Capteur à jauge de contrainte</b>	<b>HBM réf: DY4x</b>	<b>Jauge de contrainte avec deux grilles de mesure et étiquettes de soudure intégrées. Plage de mesure 1.5mm, 350ohm</b>	
<b>Capteur à jauge de contrainte</b>	<b>HBM réf: XY3x</b>	<b>Jauge de contrainte de T-Rosette avec les étiquettes de soudure. Plage de mesure 1.5mm, 350ohm</b>	
<b>Capteur à jauge de contrainte</b>	<b>HBM réf: K-LY41</b>	<b>Jauge de contrainte plage de mesure 40mm, 700ohm</b>	
<b>Capteur à jauge de contrainte</b>	<b>HBM réf: RY10x</b>	<b>Jauge de contrainte avec faible influence de câble et de soudure sur la mesure.</b>	

#### Série LV-H62 Tête de capteur



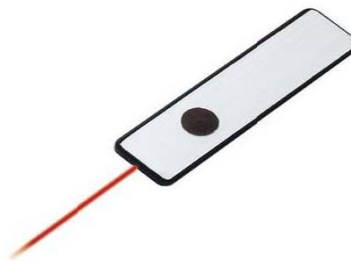
#### Pointeur laser Marksman normes Classe II :



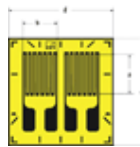
Pointeur laser Duplex Marksman Normes classe II :



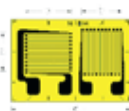
Pointeur Laser EXTRA plat normes Classe II :



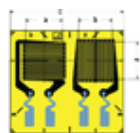
Jauge de contrainte DY3x



Jauge de contrainte XY3x



Jauge de contrainte RY10x



Ce faisceau Laser nous permettra de visualiser le déplacement décrit par l'aile sur un support d'affichage. Cela est possible en projetant le faisceau laser sur un miroir. Il subit les mêmes excitations que l'aile, le miroir pourra reporter le déplacement de celui-ci sur le plan désiré.

Pour les capteurs à Jauge de contrainte, le principe repose tout simplement sur le fait de pouvoir récupérer un déplacement qui est proportionnel à la variation de résistance du capteur. Cette variation sera par la suite traitée pour définir le déplacement réel subit par l'aile.

Nous avons une étendue de choix très large en ce qui concerne les capteurs. Certes, tous ces capteurs (Laser et Jauge), que nous avons énumérés sur le tableau ci-dessus, peuvent nous aider à atteindre notre objectif. Mais leur fiabilité par rapport à notre système diffère selon leurs caractéristiques respectives.

Après une longue documentation et une analyse des différents capteurs, notre choix se porte plus particulièrement sur les capteurs à jauge de contrainte qui présentent une meilleure fiabilité et adaptabilité.

De ce fait une étude plus approfondie sera établie sur la seconde partie des travaux, qui viseront à satisfaire notre client.

## CONCLUSION

L'ensemble du groupe de travail s'est employé, par l'étude théorique des principes de l'aérodynamique, à comprendre les phénomènes auxquels il était confronté. Ayant acquis, tous ensemble, les bases nécessaires à la poursuite du projet nous avons pu poursuivre nos activités, chacun dans son domaine de compétence respectif.

L'étude du théorème de Vaschy-Buckingham nous a permis de créer un lien entre le profil réel et le modèle réduit.

Pour la conception, deux solutions technologiques ont été représentées sous SOLIDWORKS. Les différentes parties de ces solutions peuvent être combinés ensembles.

Pour l'acquisition des mesures vibratoires, un panel de capteur a été proposé. Chacun d'entre eux représente, de part son coût ou sa technologie, un atout dans l'association avec les éléments conçus pour la plate-forme.

Avec les informations que nous avons pu réunir, il est désormais possible au client de faire son choix quant aux futures orientations de notre projet. Cependant, il nous est apparu clairement que les jauges de contraintes associées aux lames métalliques de la première solution seraient le montage le plus judicieux du point de vue pratique et du coût. Nous devons aussi déterminer dans quel type de fluide sera plongé l'ensemble (soufflerie ou circuit hydraulique) et voir les modalités de réalisation de l'ensemble.

Une fois finalisée, la plate-forme expérimentale sera à la disposition de l'équipe pédagogique de l'IUP.



# **ANNEXES**

## Annexe1

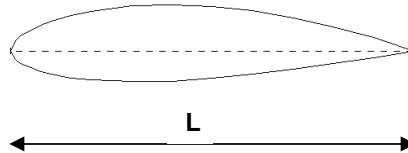
Formules employées au cours de ce projet :

- **Nombre de Reynolds :**

$$Re = \frac{\rho.V.D}{\mu} = \frac{V.D}{\nu}$$

avec  $\rho$  : masse volumique du fluide (kg/m<sup>3</sup>)  
 $V$  : vitesse de l'écoulement de fluide (m/s)  
 $D$  : diamètre du cylindre (m)  
 $\mu$  : viscosité dynamique (kg.m<sup>-1</sup>.s<sup>-1</sup>)  
 $\nu$  : viscosité cinématique (m<sup>2</sup>/s)

Dans le cas de l'aile nous prenons à la place de  $D$  le terme  $L$  qui est la longueur de corde.



### Tableau des régimes d'écoulement en fonction du Reynolds :

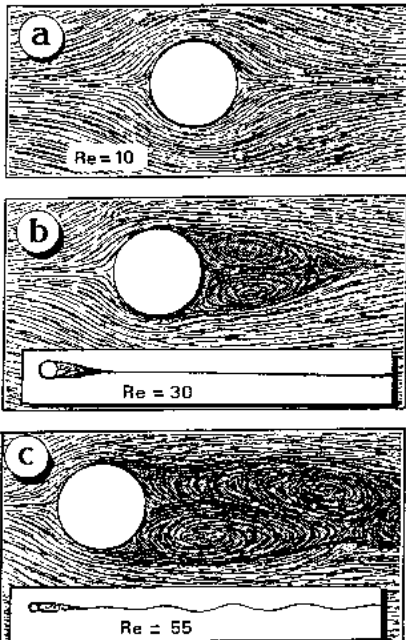


Fig. a : type Stokes, pas de décollement  
 Fig. b : tourbillons attachés au cylindre  
 Fig. c : la recirculation devient instable

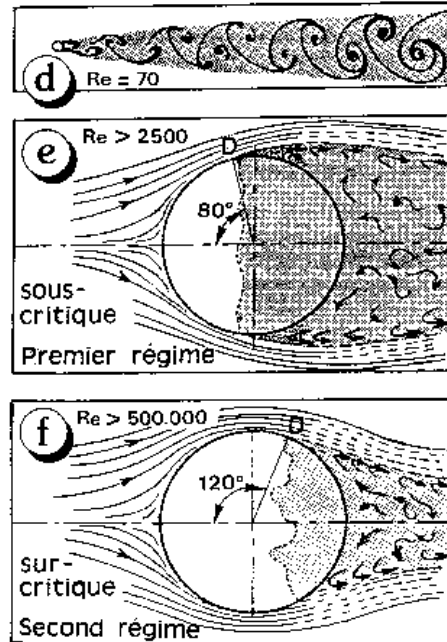


Fig. d : tourbillons alternés (régime Von Karman)  
 Fig. e : sous-critique - couche limite encore laminaire au point de décollement D.  
 Fig. f : sur-critique - le point de décollement "D" recule et s'établit à un angle de 110 à 140 degrés. Le sillage est alors plus étroit.

Calcul réalisé à titre indicatif pour l'aile modèle réduit et réel :

**Données**

Masse vol. de l'air $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ):	1,29
Masse vol. de l'eau $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ):	1000
Vitesse relative aile V (m/s):	80
Vitesse relative maquette V (m/s):	14
Longueur de corde aile L (m):	1,1
Longueur de corde maquette L (m):	0,1
Viscosité dynamique air $\mu$ (kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup> ):	1,983E-05
Viscosité cinématique air $\nu$ (m <sup>2</sup> /s):	1,568E-05
Viscosité dynamique eau $\mu$ (kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup> ):	1,007E-03
Viscosité cinématique eau $\nu$ (m <sup>2</sup> /s):	1,006E-06
Viscosité cinématique huile $\nu$ (m <sup>2</sup> /s):	1,E-02

Reynolds:  $Re = (\rho * V * L) / \mu$

Reynolds de l'aile réelle	
Air	5,612E+06
Eau	8,748E+07
Huile	8,800E+03

Reynolds de la maquette	
Air	8,929E+04
Eau	1,392E+06
Huile	1,4E+02

• **Nombre de Strouhal :**

$$St = \frac{f_e \cdot D}{V}$$

avec  $f_e$  : fréquence d'émissions des tourbillons (Hz)

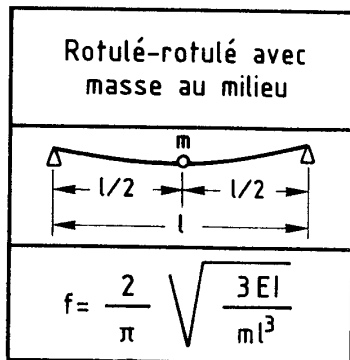
D : le diamètre du cylindre (m)

$\nu$  : vitesse de l'écoulement de fluide (m/s)

Dans le cas de l'aile nous prenons à la place de D le terme b qui est sa dimension transversale à l'écoulement, c'est-à-dire son épaisseur.



- **Fréquence propre d'une poutre rotulée-rotulée de masse négligeable avec masse localisée :**



Avec  $m$  : masse de l'aile ou du cylindre (kg)  
 $E$  : module d'Young (Mpa)  
 $I$  : moment quadratique ( $m^4$ )

- **Théorème de Vaschy-Buckingham**

Toute fonction  $X = f(x_i)$  de variables indépendantes  $x_i$  peut se mettre sous la forme  $f(\Pi_i) = 0$  dans laquelle les  $\Pi_i$  sont des nombres sans dimension indépendants. Si on dénombre  $p - 1$  variables indépendantes  $x_i$  et une variable dépendante  $X$ , et si  $q$  est le nombre d'unités fondamentales, il est possible de former  $p - q$  nombres sans dimension. L'analyse dimensionnelle consiste en fait à relier entre eux les facteurs influençant le phénomène étudié à l'aide des nombres adimensionnels.

## **Annexe2**

### Glossaire

- Ecoulement laminaire : le mouvement d'un fluide est qualifié d'écoulement laminaire lorsqu'il peut se poursuivre sans agitation, comme par couches parallèles entre lesquelles ne s'effectuent que peu d'échanges significatifs de parcelles de fluide : les molécules du fluide, au sein de ces couches, suivent alors des trajectoires voisines où les vitesses ne subissent pas de variations marquées, et les lignes de courant, dans un tel mouvement, semblent se disposer en feuillets parallèles. Ce type d'écoulement, pour le fluide considéré, correspond à des valeurs suffisamment faibles du nombre de Reynolds.
- Ecoulement turbulent : le mouvement d'un fluide d'écoulement turbulent lorsqu'il se poursuit de façon désordonnée, comme si les parcelles de fluide s'écartaient du courant moyen dans des directions et avec des vitesses apparemment indifférentes à toute donnée préférentielle de temps ou d'espace : les molécules du fluide suivent alors des trajectoires complexes où les vitesses subissent des variations marquées et comportent une forte composante dans la direction perpendiculaire au courant moyen, de sorte que les couches de fluide soumises à un tel mouvement ont tendance à se mélanger énergiquement. Ce type d'écoulement, pour le fluide considéré, correspond à des valeurs élevées du nombre de Reynolds.
- Fréquence propre (d'une structure) : fréquence de vibration pour laquelle un système mécanique entre en résonance.
- Nombre de Reynolds : nombre adimensionnel — du nom de l'ingénieur anglais Osborne Reynolds (1842-1912) — dont la valeur détermine si le fluide gardera la cohésion d'un écoulement laminaire ou subira la parcellisation d'un écoulement turbulent .
- Nombre de Strouhal : nombre adimensionnel relatif à l'écoulement divisé au-delà du ou des corps perturbateurs. Il relie la fréquence de détachement des tourbillons mesurée à la vitesse du fluide et aux caractéristiques dimensionnelles du corps perturbateur.  
Le nombre de Strouhal,  $St$ , relie la fréquence  $f$  des tourbillons engendrés, la dimension transversale du corps perturbateur, et la vitesse moyenne  $U$  du fluide.
- Résonance (d'un système mécanique) : état vibratoire au cours duquel un système qui reçoit de l'énergie se met à fournir de l'énergie par lui-même et ne se contente plus d'absorber l'énergie qu'on lui transmet. Ce phénomène est dangereux pour les structures mécaniques et peut provoquer une détérioration partielle ou définitive de ceux-ci. On cherche généralement à prévoir ce phénomène à l'avance afin de l'éviter.
- Viscosité : la simple observation de l'écoulement d'un fluide tel que l'eau ou l'air met en évidence sa plus ou moins grande propension à évoluer d'un mouvement d'ensemble plutôt que par parcelles autonomes : on dit qu'il présente alors une plus ou moins grande viscosité.

## Bibliographie

- Mécanique des fluides – Cours (S. Candel), éditions Dunod
- Mécanique des fluides appliquée (R. Ouziaux, J. Perrier), éditions Dunod Université
- Vibrations des structures – Interactions avec les fluides, sources d'excitation aléatoires (René-Jean Gibert), éditions Eyrolles
- Vibrations planes d'un cylindre sous écoulement : étude d'une résonance longitudinale (Vincent Loret, Olivier Lemaître, Olivier Daube), Centre d'études de Mécanique d'Ile de France (CEMIF LMEE)
- Météo-France : site web [www.meteofrance.com](http://www.meteofrance.com)
- Le petit aérodynamicien en herbe : site web [www.chez.com/aerodynamique](http://www.chez.com/aerodynamique)
- Conversions des unités de mesures : site web [www.thermexcel.com/french/tables/unitnext](http://www.thermexcel.com/french/tables/unitnext)
- Les effets des Reynolds sur les corps cylindriques et sphériques : site web [www.bls.fr/amatech/aerotechnique/trainees2/trai2vc1](http://www.bls.fr/amatech/aerotechnique/trainees2/trai2vc1)

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

# Développement d'un plancher défilant pour l'étude aérodynamique d'un véhicule ultra léger



Client : XXX  
Contact client : [XXX@iut.univ-evry.fr](mailto:XXX@iut.univ-evry.fr)

Identité et contacts des personnes chargées de réaliser le projet :

E1  
E2  
E3  
E4

Domaine d'activité : GSI Aéronautique  
GSI Energétique  
GM  
GEII

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

## Sommaire

Remerciements	;	Error! Marcador no definido.
Sommaire		410
I. Introduction		411
II. Présentation du projet		412
1. Contexte		412
2. Description du projet		412
3. Description du matériel		413
A. La soufflerie		413
B. Système de mesure		413
C. La maquette		414
4. Objectifs		414
5. Contraintes		415
III. Développement du Projet		415
1. Méthodologie		415
2. Les relations avec les membres de l'équipe		416
3. Les relations avec les membres extérieurs		416
4. Les différentes responsabilités confiées		416
5. Les initiatives prises		417
6. Les différentes solutions proposées		418
A. Différentes propositions du tapis roulant :		418
• choix retenu		419
B. Différentes architectures des rouleaux :		419
• choix retenu		420
C. Différents types de courroies :		420
• choix retenu		421
D. Différentes solutions pour la fixation du tendeur :		421
• choix retenu		422
E. Différents choix de moteurs		422
• Moteur à courant continu		422
• Moteur asynchrone		423
• choix retenu		423
F. Différentes solutions pour contrôler la vitesse :		424
• choix retenu		425
G. Choix du capteur de vitesse du moteur :		425
• capteur tachymétrique		425
• Capteur impulsional : codeur		426
• choix retenu		426
7. Le budget prévisionnel		427
IV. Conclusion		428



Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

## I. Introduction

Le but de ce projet est de se doter d'un système expérimental qui permet d'étudier l'aérodynamique d'un système. On souhaite en particulier étudier le comportement d'une maquette d'un véhicule ultra léger lorsqu'elle est soumise à un écoulement d'air. Nous simulerons l'écoulement d'air à l'aide de la soufflerie et l'effet de sol par le biais d'un plancher défilant que nous devons réaliser. Nous effectuerons les mesures à travers la qualification de l'écoulement du fluide autour de la structure (Mesure - Visualisation) puis la détermination des actions mécaniques exercées par le fluide sur la structure (Définition – Mesure du  $C_x$ ).

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

## II. Présentation du projet

### 1. Contexte

Le projet est réalisé dans le cadre de développement d'un véhicule ultra léger. Il doit permettre aux étudiants de l'UFR Sciences et Technologies d'étudier les forces qui s'exercent sur un système soumis à des tests aérodynamiques dans une soufflerie.

Ce projet sera encadré par Mr A.Nevu enseignant d'énergétique au sein de l'Institut Universitaire de Technologies d'Evry Brétigny.



**SOUFFLERIE DE TYPE EIFFEL**

### 2. Description du projet

Afin de réaliser l'étude du projet, nous suivrons les étapes suivantes :

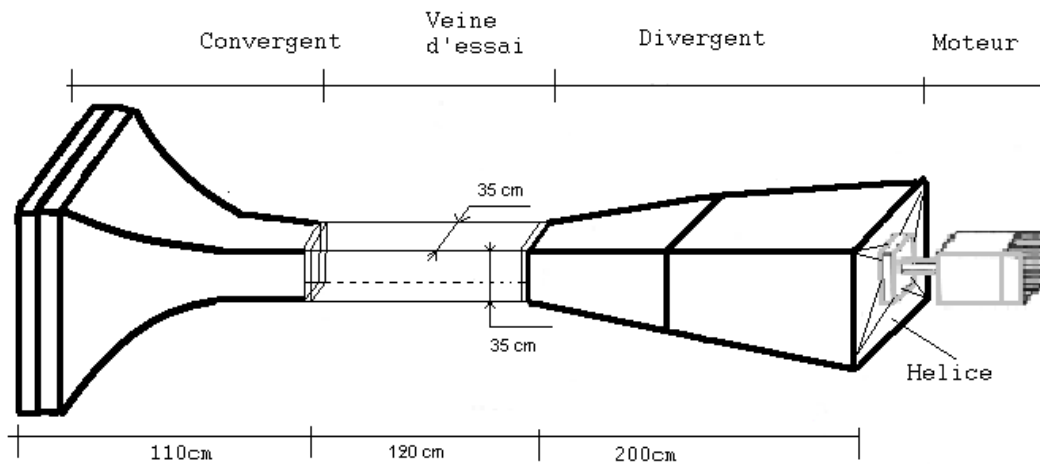
- Etude préliminaire du sujet.
- Détermination les caractéristiques de la soufflerie existante (dimensions, vitesse d'écoulement).
- Analyse fonctionnelle du projet (Acteurs, fonctions, objectifs).
- Conception et réalisation, un plancher défilant qui permet de simuler l'effet de sol.
- Logement le tapis roulant sous la paroi de la soufflerie.
- Détermination analytique des différentes actions mécaniques appliquées sur la maquette.

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 - E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

### 3. Description du matériel

#### A. La soufflerie

La soufflerie dont on dispose est une soufflerie dite de type Eiffel (à boucle ouverte) qui permet de produire un écoulement d'air à l'aide d'un moteur à hélice dont la vitesse de rotation se règle à l'aide d'un potentiomètre gradué. La vitesse de l'écoulement dans la soufflerie peut varier de 0 à 45 m/s. Les dimensions de la soufflerie sont représentées dans le schéma suivant.

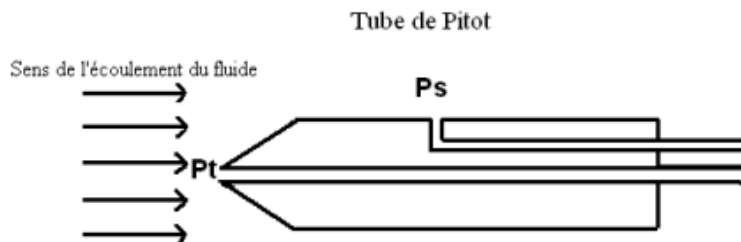


SCHEMA DE LA SOUFFLERIE DE TYPE EIFFEL

#### B. Système de mesure

Le système de mesure dont on dispose, et qui existe déjà dans la soufflerie, est un tube de Pitot ( voir ci-dessous).

Le tube de Pitot comporte deux prises de pressions : une face à l'écoulement (pression totale  $P_t$ ), l'autre perpendiculaire à l'écoulement (pression statique  $P_s$ ).



SCHEMA DU SYSTEME DE MESURE

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

### C. La maquette

Pour le choix de la structure à étudier, nous nous sommes penchés sur l'utilisation d'une maquette d'un véhicule routier, en particulier le modèle réduit de la Smart à l'échelle 1/12<sup>ème</sup>. Cette maquette nous permettra de définir son comportement lorsqu'elle sera soumise à un écoulement d'air et de calculer ses différents paramètres (Portance, Traînée, Cx...). La raison du choix d'une telle maquette est liée aux dimensions de la veine d'essai de la soufflerie.



Photo non contractuelle

Les dimensions de la maquette sont établies comme suit :

Dimensions (mm)	Echelle 1	Echelle 1/12ème
Longueur (L)	2500	208.33
Largeur (l)	1510	125.83
Hauteur (h)	1550	129.16

### 4. Objectifs

- Définition des caractéristiques de la soufflerie existante :
  - Dimensions
  - Champ de vitesses dans la veine d'essai.
- Conception et réalisation d'un plancher défilant simulant l'effet de sol et qu'est constitué de :
  - Une courroie
  - Un ou plusieurs rouleau (x)
  - Un ou plusieurs rouleau (x) tendeur(s)
  - Un moteur électrique
- Conception et réalisation du support de l'ensemble du mécanisme.
- Logement du tapis roulant dans la soufflerie.
- Visualisation de l'écoulement autour de la maquette du véhicule.
- Mesure et calcul des différents efforts à l'aide d'une balance aérodynamique.

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

## 5. Contraintes

- Concevoir le tapis roulant de sorte à :
  - Supporter la vitesse maximale de défilement imposée d'une valeur de 160km/h.
  - Essayer d'avoir une synchronisation entre la vitesse d'écoulement et celle du défilement du tapis.
- Faire un choix judicieux des pièces mécaniques afin de :
  - Gérer d'éventuelles vibrations et échauffements du mécanisme.
- Trouver les équipements à moindre coût afin de soumettre le meilleur budget :
  - Essayer de trouver des composants au sein de l'UFR.
  - Rechercher les différents fournisseurs afin de comparer les prix des équipements.
- Taille de la veine d'essai.
  - Choix d'une maquette dont les dimensions nous permettent de l'installer dans la veine d'essai.
  - Conception du tapis roulant en respectant les dimensions de la soufflerie.
- Accessibilité du mécanisme pour une maintenance facile.
- Respect des normes de sécurité :
  - Ne pas mettre des obstacles à l'entrée d'air de la soufflerie.
  - Ne pas de toucher le tapis roulant au cours de son fonctionnement.

## III. Développement du Projet

Le but de ce rapport est de montrer la méthodologie qui a été employée pendant les deux premières semaines et celle qui sera mise en œuvre lors de la seconde partie. Mais aussi de présenter les différents calculs obtenus.

### 1. Méthodologie

- Etude préliminaire du sujet assistée par Mr. Alain NEVEU.
- Identification des différents éléments existant sur la soufflerie : le tube de Pitot et le boîtier de commande.
- Recherche de documentations sur Internet en vue de:
  - Mieux comprendre l'utilité d'une soufflerie et l'utilisation du tapis dans celle-ci.
  - Identifier les grandeurs à mesurer dans la soufflerie : vitesse d'écoulement, pressions et forces aérodynamiques.
- Recherche et analyse des différents moyens et solutions permettant de concevoir notre plancher défilant.
- Rédaction du Cahier Des Charges.
- Conception du tapis roulant sous SolidWorks.
- Début de rédaction du Rapport Intermédiaire.
- Réalisation du tapis roulant au sein de l'UFR Sciences et Technologies.
- Etude du comportement de la maquette lorsqu'elle est soumise à l'écoulement d'air par :
  - La réalisation des différents essais.

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

- L'identification des différentes forces aérodynamique et la définition de leurs expressions analytiques.

## 2. Les relations avec les membres de l'équipe

Après l'attribution du sujet à notre groupe, nous avons pensé immédiatement à la démarche à suivre pour entamer l'étude du projet. Après avoir analysé les tenants et les aboutissants du projet nous avons pris la décision de se partager l'étude du projet en deux parties :

- Partie recherche et étude théorique.
- Partie pratique.

Ainsi, nous avons établi un planning permettant de dispatcher les tâches au sein de notre groupe.

Pendant la première partie du déroulement du projet, chacun de nous effectua ses propres recherches sur Internet et à la fin de chaque journée nous fîmes un bilan général regroupant toutes les nouvelles idées apportées au sujet. Ainsi nous avons pu rédiger un résumé de toutes les opérations effectuées au cours d'une journée. A fur et à mesure, nous avons pu établir un Cahier Des Charges (Cf. Annexe)

## 3. Les relations avec les membres extérieurs

Tout au long de l'étude théorique du projet nous avons fait appel à plusieurs enseignants ayant différentes spécialités de notre UFR qui ont eu la bienveillance de nous aider à résoudre quelques problèmes auxquels nous étions confrontés.

Afin de réaliser notre plancher défilant, nous étions dans l'obligation de contacter plusieurs fournisseurs, en vue de comparer les prix et les caractéristiques des éléments à utiliser, ainsi que les différents techniciens qui nous ont renseignés sur les différents composants se trouvant à l'UFR. Ensuite nous avons proposé les différentes solutions à notre tuteur pour avoir son accord final.

## 4. Les différentes responsabilités confiées

En premier lieu et afin d'étudier toute la partie théorique de notre projet nous avons décidé de travailler en commun en étudiant ensemble les recherches propres à chacun de nous.

Pour la partie pratique nous avons décidé de se diviser en deux groupes :

- Un groupe pour la conception et la réalisation du mécanisme du tapis roulant constitué d'une courroie, de deux rouleaux, d'un tendeur et du châssis qui maintient tout l'ensemble.
- Un groupe pour la solution électronique du système, en l'occurrence, le moteur et le régulateur permettant de réguler la vitesse du moteur pour établir une égalité à la vitesse d'écoulement d'air.

Naturellement, les deux groupes s'entraidaient en cas de difficultés pouvant ralentir l'avancement du projet.

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

## 5. Les initiatives prises

Après avoir étudié le sujet, nous nous sommes penchés sur les solutions et la manière dont on va concevoir notre système. En premier lieu, nous avons visité le site de la soufflerie pour avoir une idée de l'ensemble du matériel sur lequel nous allons travailler. Nous avons pris les dimensions de la veine d'essai ainsi que celles du massif en béton.

Ensuite, nous avons établi une architecture pour le châssis qui maintient l'ensemble des éléments du tapis roulant ainsi que son support. L'ensemble sera posé sur le massif en béton.

Cependant, nous avons réfléchi sur la démarche à suivre pour fabriquer le tapis roulant au niveau du nombre de rouleaux à utiliser ainsi qu'une éventuelle utilisation d'un ou plusieurs tendeur(s).

Par ailleurs, nous avons aussi pensé au type de courroie que nous utiliserons pour le fonctionnement du plancher défilant. Ce dernier ne sera pas trop volumineux, car la courroie ne sera pas trop longue, et ne sera munie d'aucune jonction pour un fonctionnement optimal.

En revanche, afin d'entraîner l'ensemble des rouleaux et le tapis, nous étions dans l'obligation de choisir un revêtement spécial pour un bon contact entre les deux éléments. Un moteur électrique aura pour but d'entraîner l'ensemble en tenant compte du couple et de la charge existants dans le mécanisme. Une des difficultés à laquelle nous serons confrontés, est la rapidité du défilement. Elle peut atteindre une vitesse maximale de 160km/h.

Après avoir choisi le type de rouleaux et de courroie qu'on va utiliser, nous avons entamé la conception du mécanisme du tapis roulant et le support sous SolidWorks. Les calculs ont été réalisés avec soin pour la conception afin de respecter les dimensions et l'environnement où le système évoluera. Cela induit la géométrie du système, les dimensions des rouleaux et la longueur de la courroie.



Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

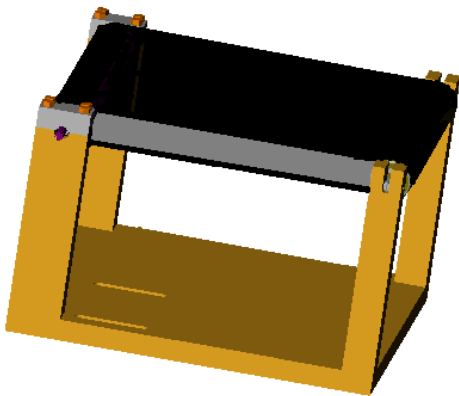
## 6. Les différentes solutions proposées

Dans une soufflerie telle que celle qu'on utilise pour notre projet, un capteur à tube de Pitot est installé à l'intérieur de la veine d'essai face à l'écoulement d'air dans le but d'effectuer des mesures de la vitesse d'écoulement. Ainsi le tapis roulant que nous réaliserons et logerons sous la veine d'essai, aura une vitesse de défilement égale à la vitesse d'écoulement d'air générée par la soufflerie. Sachant que la vitesse de défilement variera de 0m/s à 45m/s, le tapis doit être composé de pièces mécaniques fiables et performantes pour pouvoir supporter une telle vitesse. Pour cela, nous étudierons certains types de réalisation du tapis ainsi que les pièces qui le composent.

Premièrement nous proposons un aspect général du tapis roulant, ensuite nous étudierons chaque pièce en détaillant ses spécificités.

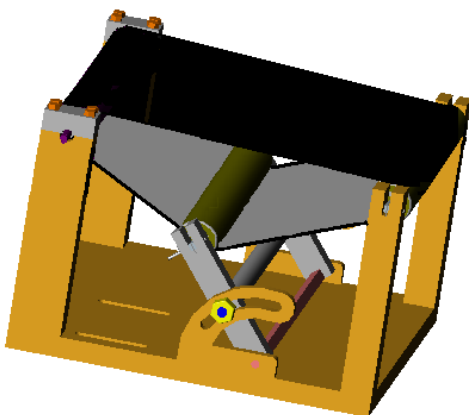
### Partie mécanique

#### A. Différentes propositions du tapis roulant :



Tapis roulant à deux rouleaux.

La première proposition fait l'objet d'un système classique le plus utilisé dans le milieu industriel. Ce type de tapis roulant est simple à la réalisation, très compact et à faible coût. Par contre, on constate une grande surface de contact entre les rouleaux et le tapis et ne dispose d'aucun réglage possible.

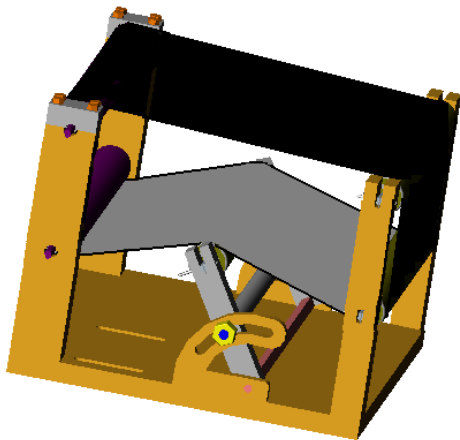


Tapis roulant à deux rouleaux et un tendeur

La deuxième solution consiste à rajouter un tendeur afin d'obtenir une élasticité suffisante du tapis ainsi qu'un bon entraînement. On remarque l'utilisation d'un système de réglage du tendeur afin, de plus ou moins, tendre la courroie. L'ajout du tendeur diminue la surface de contact de chacun des rouleaux avec le tapis. Ainsi, la fabrication d'un tel système est tout à fait possible au sein de l'atelier de l'UFR Sciences et Technologies, et peu coûteuse.



Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06



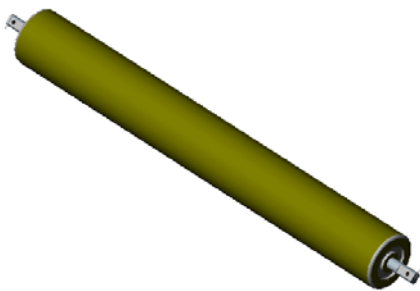
Tapis roulant à quatre rouleaux et un tendeur

Pour cette solution, nous remarquons un plus grand nombre de rouleaux et une courroie plus longue, donc ces éléments résisteront plus à l'usure. L'avantage d'un tel système est la petite surface de contact entre les rouleaux et le tapis, donc moins d'efforts à fournir par le moteur. Par contre, l'utilisation de plusieurs rouleaux et une courroie plus longue, induit un coût plus élevé. Au final, ce système s'avère encombrant et plus délicat à concevoir.

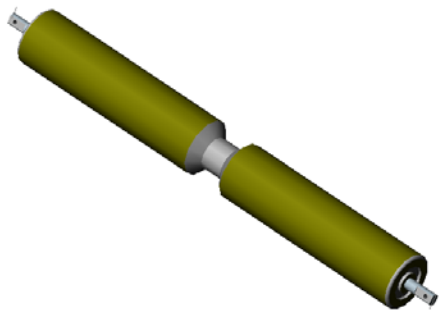
#### • **choix retenu**

Parmi les propositions du plancher défilant, nous avons opté pour la deuxième solution qui consiste à utiliser un tapis roulant avec deux rouleaux et un tendeur. La raison de ce choix est liée à la technologie employée qui assure un bon fonctionnement et à la possibilité de la réalisation au sein de l'atelier de l'UFR Sciences et Technologies, ainsi qu'un coût faible de fabrication.

#### *B. Différentes architectures des rouleaux :*

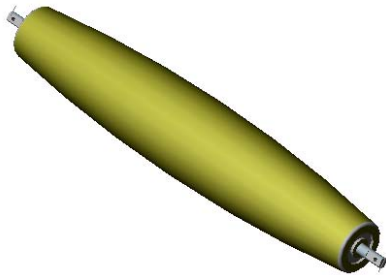


La première solution représente un simple rouleau en plastique. Ce rouleau permet l'entraînement d'un tapis mais ne peut guère dépasser une certaine vitesse afin d'éviter le dérapage de courroie. Aucune technologie n'est utilisée pour le guidage de la courroie.



La deuxième proposition, fait appel à un rouleau muni d'une rainure au milieu qui permet de guider la courroie. Cependant, ce type de rouleau ne peut être utilisé qu'avec un seul type de courroie, selon la géométrie de la rainure. Cette architecture permet une rotation à très grande vitesse sans que la courroie dérape. Par contre, on remarque l'existence de plusieurs frottements.

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06



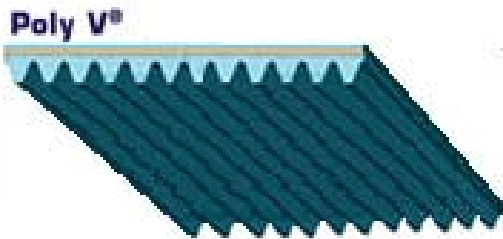
Nous remarquons que cette architecture de rouleau est très employée dans le milieu industriel, car elle représente plusieurs avantages. Evite le dérapage des courroies, permet une très grande vitesse de défilement, simple à l'utilisation et adaptable avec tout type de courroies plates.

**N.B:** Tout les rouleaux proposés sont des rouleaux à roulements intérieurs et munis d'un axe avec double méplat sur chaque extrémité et un orifice pour goupille.

#### • **choix retenu**

Parmi les solutions proposées, nous avons choisi d'utiliser les rouleaux en tonneaux pour leur avantage et leur simplicité d'installation ainsi que pour leur bon fonctionnement.

#### *C. Différents types de courroies :*



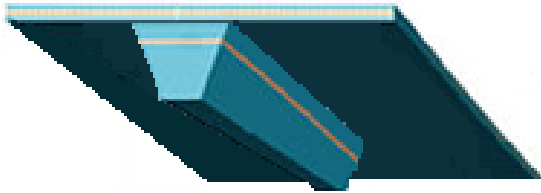
La première solution consiste à utiliser une courroie crantée en V. Ce type de courroie est souvent utilisé dans l'industrie, mais l'inconvénient est qu'elle est adaptable avec un seul type de rouleaux. Ainsi elle génère plusieurs frottements et des fissures au niveau des crantes. Au fil du temps, ces fissures se propagent et créent des défauts de fonctionnement.



Ce type de courroie, est le plus utilisé, car il représente un concept simple et adaptable avec plusieurs types de rouleaux à surface lisse. On remarque une durée de vie assez importante de la courroie car elle subit un minimum de déformations et beaucoup moins de frottements par rapport à d'autres types. De plus, la technique utilisée pour la fabrication de ces courroies, est la moins coûteuse.

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

### A crante trapézoïdale

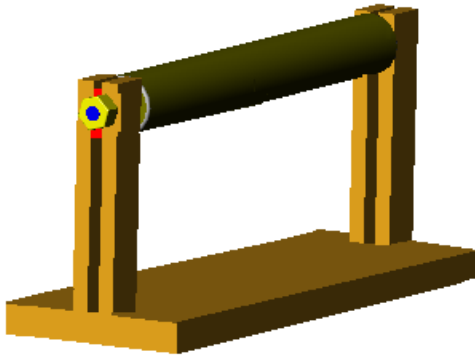


La dernière proposition fait preuve d'une haute technologie de fabrication. Ce type de courroie permet un défilement précis de la courroie sachant qu'elle est utilisée avec un seul type de rouleau adaptable à celle-ci. L'avantage dont nous disposons est la grande vitesse de défilement sans aucun dérapage. En revanche, nous remarquons quelques frottements au cours du fonctionnement, ainsi que des fissures au niveau de la crante. Par ailleurs, ces courroies sont proposées à des prix élevés vu la technologie utilisée.

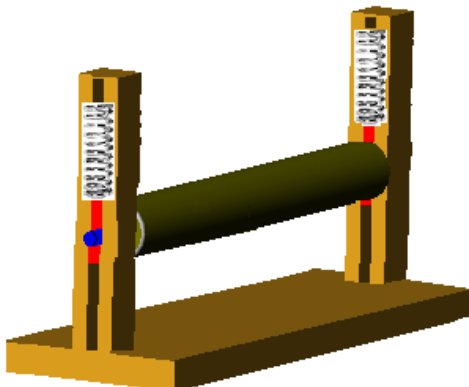
#### • **choix retenu**

Au niveau des courroies, nous avons opté pour la deuxième solution, car elle permettra une utilisation optimale avec les rouleaux en tonneaux et offrira une durée de vie plus longue.

#### *D. Différentes solutions pour la fixation du tendeur :*

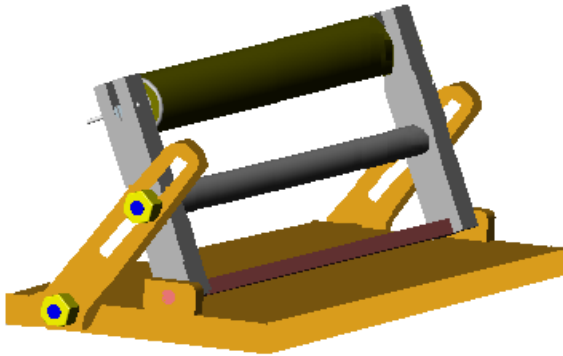


Pour la fixation du tendeur, nous avons étudié plusieurs solutions. Cette proposition présente une fixation sur deux bras munis d'une rainure qui joue le rôle de raille pour le déplacement du tendeur. Ce système est assez simple à concevoir mais s'avère moyennement précis. On peut remarquer une inclinaison de l'axe du tendeur qui mènera à une instabilité dans le fonctionnement du système car la mesure de la distance de déplacement du tendeur sur chaque bras est pratiquement invérifiable pour établir un bon parallélisme.



Au niveau de cette solution, nous avons pensé à utiliser des ressorts pour tendre la courroie à très grande vitesse de défilement. Le mécanisme générera des vibrations sur le tendeur à cause de l'étirement et la contraction des ressorts. Ainsi la conception d'un tel système est complexe et ne dispose d'aucun moyen de mesure de déplacement du tendeur.

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 - E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06



La troisième solution, consiste à réaliser des bras solidaires à l'axe du tendeur pour éviter les éventuelles vibrations ou inclinaisons de ce dernier. Afin de déplacer le tendeur nous proposons un système à lumière sur chaque extrémité du châssis, permettant une rotation partielle de l'ensemble afin de tendre la courroie. Un exemple du système à concevoir est illustré ci contre.

### • choix retenu

Suite au trois solutions que nous avons proposées, nous optons pour le troisième système, car il permet une stabilité meilleure du tendeur et une bonne position.

## Partie électrique

### *E. Différents choix de moteurs*

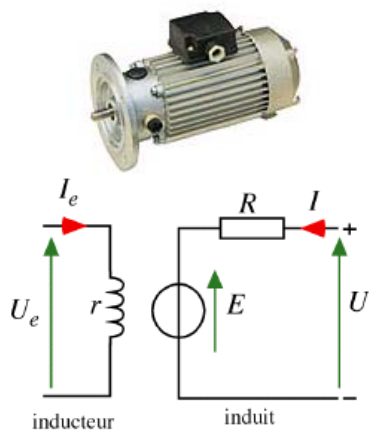
### • Moteur à courant continu

#### ***Moteur à excitation indépendante***

Ce moteur est caractérisé par une vitesse réglable par tension et indépendante de la charge. En association avec un convertisseur statique (hacheur) fournissant une tension réglable, la vitesse peut varier sur un large domaine.

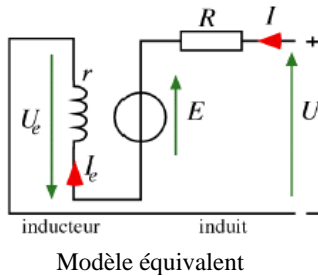
Il fournit un couple important à faible vitesse (machines-outils, levage).

En petite puissance, il est souvent utilisé en asservissement avec une régulation de vitesse.



Modèle équivalent

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06



### ***Moteur à excitation en série***

Ce moteur possède un fort couple de démarrage. Il convient très bien dans le domaine des fortes puissances (1 à 10 MW) pour obtenir un fonctionnement satisfaisant en faible vitesse (traction, laminaires).

En petite puissance il est employé comme démarreur des moteurs à explosion.

### • **Moteur asynchrone**

Ces moteurs se caractérisent par le fait qu'ils sont constitués d'un stator (inducteur) alimenté en courant alternatif et d'un rotor (induit) soit en court-circuit, soit bobiné aboutissant à des bagues dans lesquelles le courant est créé par induction. On distingue 2 catégories de moteur asynchrone en fonction du type de rotor :

- les moteurs asynchrones à rotor en court-circuit, ils sont en général de faible puissance.
- les moteurs asynchrones à rotor bobiné à bagues dans lesquelles l'enroulement du rotor aboutit à des bagues par l'intermédiaire desquelles on peut insérer des résistances. Ils sont de grande puissance.



Le moteur asynchrone tourne à une vitesse légèrement inférieure à la vitesse de synchronisme. L'écart relatif par rapport à cette vitesse est appelé glissement et est d'environ 5% à pleine charge. Les moteurs asynchrones peuvent démarrer par leurs propres moyens s'ils sont polyphasés. Le couple de démarrage des moteurs asynchrones est faible

### • **choix retenu**

Parmi les types de moteurs proposés, nous avons choisi la première solution qui consiste à utiliser une MCC à excitation indépendante. La raison de ce choix est liée à la grande marge de régulation de vitesse.

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 - E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

### F. Différentes solutions pour contrôler la vitesse :

#### Asservissement au niveau du logiciel LabView (+ carte d'acquisition)

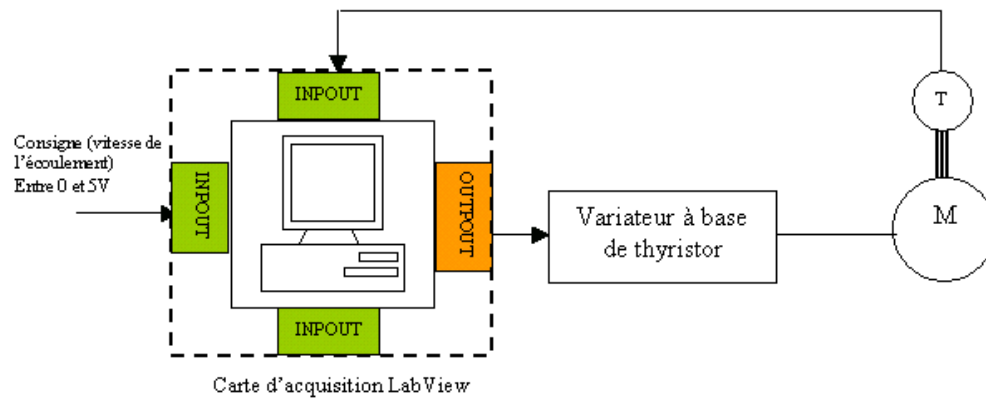
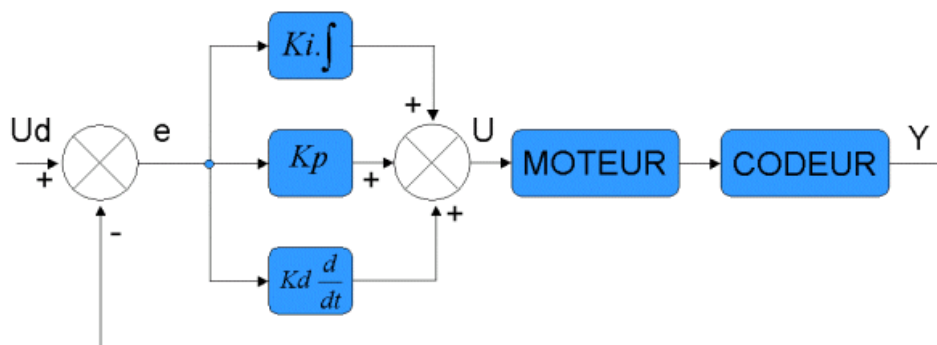


Schéma synoptique du système

Ce mode d'asservissement permet un traitement numérique des données (visualiser, modifier le type de l'asservissement et de commander le système à distance) en plus les laboratoire de l'IUT de Brétigny sont équipée par le matériel nécessaire à la réalisation de ce type de système d'asservissement (logicielle LabView + carte d'acquisition).

#### Asservissement proportionnel Intégrateur Dérivateur : PID

Cette solution consiste à réaliser un système électronique qui fera le traitement des signaux capturés par un capteur (ex : tachymètre, codeur).



$U_d$  : vitesse désirée

$e$  : erreur entre la vitesse désirée et la vitesse réelle

$U$  : Consigne appliquée au moteur

$Y$  : Vitesse réelle

Les trois coefficients  $K_i$ ,  $K_d$ ,  $K_p$  ont des rôles différents et complémentaires. Leurs réglages sont très importants pour la régulation correcte du moteur.

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 - E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

Pour obtenir une réponse « unique » à une même sollicitation, il faut mettre en place un asservissement. Parmi les différentes solutions, nous avons opté pour un asservissement PID (Proportionnel Intégral Dérivé), car c'est le seul moyen d'intégrer les effets positifs des trois correcteurs dont le schéma bloc est le suivant:

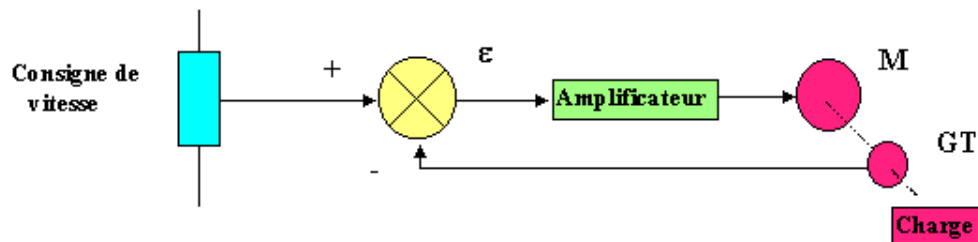
Action	Avantage	Inconvénients
<b>P</b>	Dynamique	Ne permet pas d'annuler une erreur statique
<b>I</b>	Annulation d'erreur statique Amélioration de la robustesse	Action lente Ralentit le système (effet déstabilisant)
<b>D</b>	Action très dynamique Améliore la rapidité (effet stabilisant)	Sensibilité aux bruits Forte sollicitation de l'organe de commande

- **choix retenu**

Afin de commander le moteur électrique, nous avons optés pour la première solution qui consiste à utiliser un asservissements par le biais du logiciel LabView. La raison de ce choix est que le matériel nécessaire existe déjà au sein de l'Institut Universitaire de Technologie de Brétigny, ainsi ce type d'asservissements permet un contrôle précis de la vitesse du moteur, une possibilité de supervision à distance et une flexibilité de commande.

**G. Choix du capteur de vitesse du moteur :**

- **capteur tachymétrique**

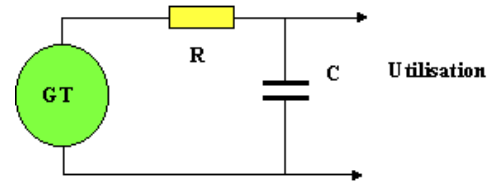


Il délivre une tension proportionnelle à sa vitesse de rotation. Son principal domaine d'application se situe dans la régulation de vitesse d'un moteur électrique. Le système évolue de sorte que l'erreur de vitesse soit nulle.

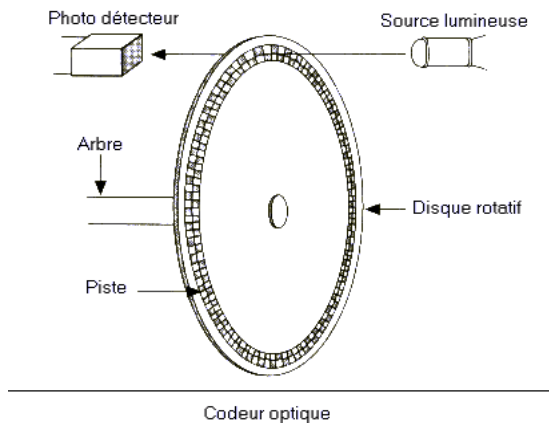
Noms des auteurs	E1 - E2 E3 - E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

### **Caractéristiques essentielles d'un tachymètre :**

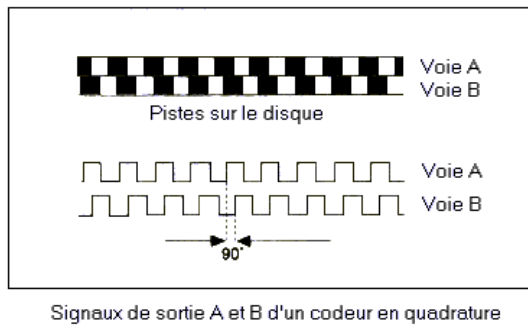
vitesse maximale de rotation (en tours par minute),  
- constante de f.e.m. (en volts à 1000 trs/mn ou en v/tr/mn),  
- linéarité (en %),  
- ondulation crête à crête (en %),  
- courant maximal.  
- Pour atténuer l'ondulation sur la tension de sortie, un filtrage peut s'avérer nécessaire



### • **Capteur impulsionnel : codeur**



Principe: une lumière émise par une diode électroluminescente est réfléchiée par les graduations d'un disque vers un phototransistor qui se sature et se bloque à la cadence du défilement des graduations.



Le codeur incrémental est surtout utilisé dans les systèmes dont le traitement de l'information est entièrement numérique. Ses impulsions sont comptabilisées de façon à donner une information concernant la position (nombre d'impulsions délivrées depuis une position d'origine) ou /et une information concernant la vitesse (nombre d'impulsions par unité de temps). Dans ce dernier cas, il évite l'emploi d'une génératrice tachymétrique (il est cependant peu précis aux très basses fréquences de rotation).

### • **choix retenu**

En se basant sur le choix d'asservissement que nous avons effectués, on remarque que nous disposerons d'un système entièrement numérique, par conséquent nous nous penchons sur la deuxième solution de capteur, pour sa précision, sa fiabilité ainsi que la rapidité de sa réponse.



Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

## 7. Le budget prévisionnel

Après avoir rédigé le Cahier des Charges et l’avoir signé par notre tuteur, nous nous sommes concentrés sur les éléments dont nous aurons besoin pour réaliser notre projet. Ce sont les éléments mécaniques (courroie, rouleaux, tendeur, barres en aluminium) et les éléments électroniques (moteur électrique, régulateur de vitesse). Pour se faire, nous avons contacté plusieurs fournisseurs et comparé les prix des composants, afin de trouver des équipements à moindre coût et soumettre un meilleur budget.

Le système qu’on va devoir réaliser se composera des éléments suivants :

Courroie Tissée sans fin	250 €
Moteur électrique	en cours €
Pièces mécaniques (barres, vis, écrous)	100 €
Variateur électrique, carte électronique	150 €
Trois rouleaux avec roulements	48 €
Capteur vitesse infrarouge	20 €
Total :	en cours €

Noms des auteurs	E1 - E2 E3 -E4	Numéro du projet	3
Référence document	RI 01 – B	Date de rédaction	18/03/06

#### IV. Conclusion

Le projet « étude aérodynamique d'un véhicule ultra léger en soufflerie », qui nous a été attribué, nous a permis de mettre en pratique des connaissances acquises au cours de notre formation au sein de l'UFR. Ceci nous a également permis d'enrichir nos connaissances dans le domaine aérodynamique qui constitue une partie importante de notre formation d'ingénieur, et de se projeter dans un environnement industriel par :

- La recherche du matériel en comparant les différentes offres des fournisseurs.
- La liberté de travail
- L'accès à différentes machines présentes à l'atelier (machines, laboratoire électronique, salle informatique...)
- Le contact avec les techniciens, professeurs, fournisseurs...

Cependant, nous travaillons sur la partie pratique du projet qui consiste en la conception et la réalisation des différents éléments du mécanisme :

- Conception et réalisation du châssis du tapis roulant
- Introduction des rouleaux, courroie et moteur au châssis
- Conception et fabrication du support du châssis
- Régulation de la vitesse de défilement du tapis
- Visualisation de l'écoulement d'air autour de la maquette et calcul du  $C_x$ .

Nous consacrerons à cette partie les trois prochaines semaines du projet qui se dérouleront au mois de juin.

---

## Annexe 4. Entretiens

---

## Annexe 4. Entretiens réalisés au cours de la deuxième phase

### Entretiens du projet 1

#### Entretien sur la base du rapport intermédiaire

**Contexte :** Cet entretien est réalisé la semaine 3 (la première de la deuxième phase), les 4 étudiants de l'équipe sont présents.

E1 : Notre projet consiste à concevoir une machine permettant de mesurer les efforts de traînée et de portance sur un profil d'aile d'avion. Au départ, ils nous ont conseillé de faire cela pour n'importe quel type de profil. Ce système doit être capable de découpler les deux efforts : de portance et de traînée parce qu'un effort induit l'autre. Qu'est-ce que je peux dire sur le projet... C'est passé par une phase de conception, c'est-à-dire tout ce qui est étude des efforts, l'amplitude des efforts, ensuite ça va être plus une phase de réalisation, dans laquelle on se trouve actuellement. Donc, ça va être tout ce qui est manuel, c'est-à-dire qu'on va concevoir pratiquement, réellement, tout ce que on a mis en œuvre dans la première partie du projet.

E2 : Système de mesure.

E1 : On doit permettre au prochain groupe du projet de pouvoir continuer sur une autre partie: tout ce qui est acquisition de tout ce qu'on a conçu. C'est-à-dire qu'on a conçu un système mécanique et, maintenant, il faut que les autres élèves soient capables de comprendre tout ce qui s'est joué dedans. Et cela passe par la mesure des efforts. C'est pour cela qu'on a utilisé des jauges de déformation. Donc, là, on se renseigne un peu partout... de quelle manière on doit la monter, qu'est-ce qu'on doit utiliser et tout ça. Voilà.

*I : Mais l'année dernière il y avait aussi une équipe qui a fait un système de mesure, cela n'a pas marché ?*

E3 : Alors, il y a plusieurs projets là-dessus. Il y a la remise en état de la soufflerie. Après, il y a un autre groupe intéressé par une petite machine mécanique, un peu du même type que nous auparavant. Ils ont fait pas mal d'erreurs, il y a des choses qui ne fonctionnent pas. Ils ont simplement fait une conception sur Solidworks, donc cela est resté théorique et ils ont un peu engagé notre groupe en disant que ça sera bien, dans les années futures, d'essayer peut être telle solution et de regarder dans cette direction. Donc, on a repris ce travail. On est parti dans une solution qui apparemment plaisait bien à notre tuteur et qui se fait globalement dans les sous-systèmes dans l'industrie, donc avec des jauges de contraintes. Malheureusement, dans notre groupe, nous sommes en génie mécanique donc on ne pourra faire la partie acquisition.

E2 : Tous les paramètres, des jauges.

E3 : Tout ce qui est électrique derrière, on ne pourra pas le récupérer. Donc, en fait, on va continuer... Notre projet, ça sera purement mécanique. On va faire notre système et après on va donner les instructions pour les années futures. Donc, ce sera bien d'y mettre des gens que s'ils en connaissent un petit peu.

E4 : Nous, on a borné le cahier des charges pour qu'on arrive à atteindre notre objectif. On fait une machine qui sort des informations et c'est au groupe suivant de mesurer les informations et les exploiter.

E3 : Avec des systèmes d'amplification, etc. Ça, c'est vraiment compliqué pour des gens qui font de la mécanique pure.

E4 : Nous, c'est plus notre domaine, c'est vraiment que l'électricité et le traitement du signal, ce n'est plus notre rayon là.

*I : Pour le projet quels types de connaissances sont nécessaires, je parle de connaissances acquises dans la formation ?*

E2 : Par rapport à ce que nous, on a appris ?

E4, E2 : Conception et Rdm (résistance de matériaux).

E4 : La Rdm, c'est pour dimensionner les lames et, la conception, pour vraiment faire la machine réalisable, quelque chose de censé, sinon... il n'y a pas beaucoup d'autres domaines.

E2 : La fabrication, quand même, c'était quand, vendredi dernier, on a commencée à usiner. On a fait la...

E4 : De l'atelier, oui.

E2 : Avant, il y a 3 ou 4 ans, on a repris tout doucement. On a repris justement des connaissances là-dessus.

E4 : Sachant qu'on n'a pas eu de formation sur la fabrication, on n'a jamais fait des TP en atelier.

E3 : Ce qui nous a servi aussi, c'est le TP en matériaux. On avait fait de traction, de compression, de jauges, de contraction, de...etc. Ce qui fait qu'on avait pas mal d'informations et un petit peu de...

E1 : Bon sens.

E2 : Ce qui nous a donné les idées.

*I : Quels logiciels utilisez-vous ?*

E2 : Solidworks, pour la conception.

E4 : Après... Excel.

*I : Quand vous utilisez Solidworks, si j'ai bien compris, il y a une partie théorique et une partie pratique. Le passage entre la partie théorique et pratique est difficile ?*

E1 : Non, parce qu'on a bien délimité, en fait avant de se lancer dans la partie pratique. On a tous bien en tête ce qui... dans quel sens on va partir. On a très bien compris le but donc, il n'y a pas vraiment de problème dans la transition.

E2 : Le concepteur du groupe, ce monsieur qui est en face de moi... Donc, du coup, il a fait le plan de fabrication directement sur Solidworks. Il a fait le plan et tout. Chaque pièce a un plan de fabrication, donc on a tout ce qu'il faut... ce qui concerne le plan. Après, on coupe en brut, on va à l'atelier et on usine à la fraiseuse pour avoir tout qu'il nous faut.

E4 C'est-à-dire qu'on a tout conçu en pensant déjà à la phase de fabrication. Au début, on a fait juste une architecture de la machine, donc sans fabrication. C'était purement théorique, pour voir comment ça allait bouger, si cela fonctionnait ou pas. Et, quand on a été d'accord sur le principe, on a fait des plans où on a revu la conception pour que ce soit réalisable, pour que cela soit fabricable.

E3 : On est encore en train d'ajouter la conception aux derniers éléments.

E4 : Au fur et mesure, on fait évoluer un peu.

E2 : On s'est rendu compte que, au niveau de la conception, surtout au niveau de jauges, on n'a pas pensé à tous les paramètres qui rentrent en compte pour la prise de mesures.

E1 : C'est toujours pareil, parce que, ce problème là, on se rend compte qu'on n'a pas eu une formation vraiment adaptée (*commentaire qui provoque la discussion*).

E2 : Oui, c'est ça.

*(Lui, il n'est pas d'accord avec l'idée d'une formation qui n'est pas adaptée. Pour lui, c'est plutôt le projet qui a une nature différente.)*

E3 : On découvre les problèmes au fur et mesure. On essaie d'anticiper au maximum; mais il y a quand même beaucoup de choses qu'on a découvert. Ils nous ont donné des informations, de petites choses comme ça. Et, c'est à partir de ces informations qu'on doit modifier la conception. On a fait à la base une conception avec nos connaissances et c'est, au fur et mesure, qu'on a rajouté des éléments. On a fait varier la conception pour rester dans...

E2 : Plus précis, en fait.

E4 : C'est pour ne pas finir à chaque fois.

*I : Depuis le début, avez-vous su que la soufflerie à utiliser dans votre projet, c'était la soufflerie qui est à l'atelier ?*

E1, E2, E3, E4 Oui.

*I : Pourquoi avez-vous fait la recherche sur différentes souffleries ?*

E2 : Ah ! Cela ? Là (*page 4 Rapport intermédiaire*) ? C'est un petit paragraphe. On a analysé l'existant, tout ce qui existait déjà des autres souffleries; dans les autres souffleries de voiture, n'importe quoi pour comparer; entre guillemets. Ce n'est pas comparable, mais bon...

E4 : C'était pour savoir ce qui existait.

E2 : Déjà, pour nous renseigner, nous.

*I : J'ai vu que vous avez utilisé Wikipédia, est-ce que c'est fiable ?*

E4 : Comment ça ?

*I : Parce que je sais que, sur Wikipédia, tout le monde peut écrire ?*

E4 : Oui, c'est une base libre.

E1 : Ah, si c'est fiable ?

*I : Oui, si c'est fiable.*

E2 : Des choses complètement aberrantes qui n'ont rien avoir avec ce qu'on cherche, en général, on voit...

E3 : Là, on s'est servi pour le sujet tube de « Pitot ». Donc, c'est quelque chose d'assez connu.

E1 : On a fait plusieurs recherches, on ne s'est pas arrêté à Wikipédia sur Internet.

E3 : On a recoupé les informations, c'est tombé toujours sur les bonnes choses.

E1 : Voilà, on a vu sur plusieurs sites qu'ils revenaient tous au même truc.

E3 : On savait à peu près comment ça fonctionnait mais, après, sur Wikipédia, c'était mieux expliqué. Je crois qu'il y avait de meilleurs schémas.

E4 : C'est vrai que sur wikipédia tout le monde peut écrire mais d'un autre côté n'importe qui peut faire un site Internet sur n'importe quel autre sujet et marquer n'importe quoi, il n'y a pas que wikipédia qu'il faut vérifier. Normalement, c'est toutes les données Internet qu'il faut vérifier ; tout le monde peut se planter et marquer n'importe quoi sur Internet.

*I : Comment savez-vous que cette information est fiable ?*

E4 : On a fait un recoupement d'information dans d'autres sources.

E1 : Et aussi par rapport à ce qui a été fait l'année dernière.

*I : La formule, cela sert à quoi ?*

E4 : Cela, c'était pour vérifier la vitesse du vent dans la soufflerie et...

E2 : C'était pour connaître la vitesse de la soufflerie jusqu'à...

E4 : Parce qu'en fait, il y avait déjà un capteur qui était choisi et il y avait déjà cette solution-là qui a été implantée dans la soufflerie du tube de Pitot. Et, en fait, on l'a rénové. On a voulu faire des mesures pour vérifier, savoir si la vitesse du vent que le groupe d'avant avait mesurée était bonne ou pas. Pour exploiter ce capteur-là, on a dû vérifier l'équation, on a dû rechercher.

E3 : On arrive à ça [rapport intermédiaire, p.9] en partant de l'équation de Bernoulli. On arrive à ça concernant le test de notre soufflerie.

*I : J'ai vu la première équation et après vous avez changé et vous l'avez écrit comme ça ? C'est très bien, mais pourquoi avez-vous changé la manière d'écrire ?*

E1 : Simplification.

E3 : C'est plus compact, parce que, là, on a du delta h.

E1 : Facilité de lecture.

E4 : On est un peu habitué dans le formulaire qu'on a en mécanique, ou math ou quels que soient les professeurs, ils aiment bien condenser les écritures pour mettre plus d'information possible sur les pages. C'est vrai que ça reste assez suivant... on garde delta, on sait que ça vaut dire différence.

E1 : C'est un truc relatif.

E2 : Ça fait scientifique, quoi (rires).

E4 : Non, même, on sait que cela va être ça [comparaison des deux écritures], c'est plus léger d'écrire quelque chose comme ça. En pratique, on saura que cela sera une différence.

*I : La conservation du volume, cela est apparu comme ça, c'est... ?*

E1 : C'est les hypothèses sur la loi, cela veut dire que dans le théorème de Bernoulli il y a des hypothèses de fonctionnement et qui permettent justement la simplification du calcul et de déterminer cette vitesse-là. C'est-à-dire que si on n'a pas la conservation du volume ça peut arriver que ce soit plus compliqué pour déterminer la vitesse.

E2 : C'est l'air qui rentre dans l'entrée de la soufflerie, c'est la même quantité d'air que sur un mètre cube par exemple, c'est la même quantité d'air qui va sortir derrière c'est cela la conservation du volume. C'est les hypothèses des fluides.

*I : Pour calculer la vitesse, on a vraiment besoin de tout cela ? Il n'y a pas une formule qui est plus...*

E3 : Non. Non, on n'a pas trouvé cette formule-là (montrant 3) dans les recherches sur l'internet. Vous avez toujours celle-ci [Rapport intermédiaire, p.8] et vous avez celle-là [Rapport intermédiaire, p.9] qui sont donnés. Après, par contre, toute la partie démonstration, ça, c'est nous qui avons fait les

calculs... donc, on est obligé de passer par là, parce que, dans notre système, on a de l'air qui rentre ici, on a de l'air au dessous, on a aussi de l'eau ici dans le tube.

E2 : En fait l'eau, elle va monter d'un côté à cause des différences de pression, provoquées par la vitesse de l'air donc c'est comme ça que on va...par exemple... justement... la tâche c'est la différence entre  $h_1$  et  $h_2$  de 1cm ou 2cm ou n'importe quoi et on calcule la vitesse avec ça.

E3 : Et, pour la conservation du volume, je crois qu'il s'est trompé tout à l'heure (E2), mais c'est la conservation de volume d'eau.

E2 : C'est de l'eau ? Ah oui ?

E3 : Oui, parce que, si on met une certaine quantité d'eau, et ici cela va être en pression donc ça va se décaler et en fait, on a la concentration du volume d'eau. Voilà, on va utiliser ça.

E1 : Donc, il ne s'est pas trompé, je suis désolé.

E2 : C'était un exemple monsieur.

*I : La portance, on la modélise toujours comme ça ?*

E2 : Traînée, c'est la résistance à l'air.

E1 : Quand on traîne, quoi !

*I : La surface de portance, cela ça veut dire quoi ?*

E1 : C'est une projection. C'est quel problème ?

*I : C'est qu'il y a deux représentations différentes de la portance (figure 1 et figure 2) et, dans la fig. 1, la portance est représentée avec l'axe vertical, tandis que, dans la fig. 2, c'est l'horizontal.*

E1 : C'est-à-dire que, là, c'est schématique. On sait que la portance est dirigée vers le haut.

E3 : Là (fig1), c'est un effort. Tandis que, là, c'est une surface (fig.2).

E2 : C'est la résistance de l'air par rapport à son incidence.

*I : Avez-vous besoin de mesurer la surface de portance ?*

E3 : Oui, parce qu'après les petites formules qui sont là [montre les formules], on a besoin de cela, c'est-à-dire de la surface de portance et de la surface de traînée. Si on n'a pas ces composantes-là, on ne peut pas déterminer nos efforts qu'on vient justement de mesurer ; donc ces deux efforts-là qui dépendent de la géométrie de l'aile, plus on a un profil très grand plus il va y avoir un effort ici.

*I : Où avez-vous trouvé les formules ?*

E : Pareil, c'est la recherche sur Internet pour vérifier ce que les autres ont fait et puis, après, on se sert de données qui ont été déjà données [rires], fournies par les autres élèves les années précédentes. Nous, en fait, on est parti d'une base de travail des autres élèves. Le premier temps a été juste de la vérification pour voir si, ce qu'ils avaient fait, c'était vrai.

E2 Juste.

E1 : Et, à partir de là, on a complété et puis on s'est réorienté par rapport à nos buts et à notre projet.

*I : Comment savez-vous que la portance et la traînée sont couplées ?*

E1 : Parce qu'en fait...

E2 : Comme, par exemple, imaginez l'aile dans la veine d'étude de la soufflerie. Elle va monter par la force de portance. Bon, il ne va pas monter mais il y a une force... et en même temps il y a la résistance de l'air. En fait l'aile couple les deux forces en même temps, elle va monter et, en même temps, il va y avoir une résistance à l'air.

E1 : Un avion, pour qu'il décolle, il est obligé d'incliner son aile. Donc, forcément, cela va induire les efforts de traînée et de portance.

E4 : Les deux sont liées parce qu'elles sont issues du même élément. Donc, géographiquement, si on fait varier cette variable-là, la surface qui est ici, l'autre va varier forcément. En fait, vu que c'est un objet qui lui-même est indéformable. S'il y a une géométrie déformable, ça sera indépendant mais, vu que c'est une géométrie indéformable, si on fait varier une valeur, il y a forcément l'autre qui va suivre, c'est pour cela que les deux sont liées.

*I : D'accord.*

*Après, je n'ai pas compris la relation entre cette partie-là (fig. 1 page 12) et cela (fig. 2 page 12) ?*

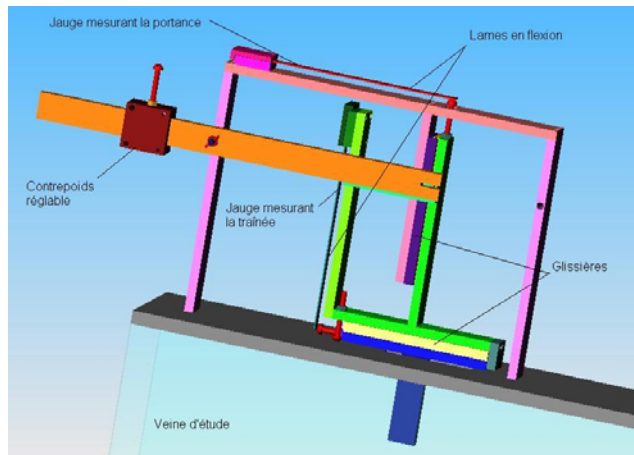


Fig. 1

E4 : Ah, ça, ce n'est pas moi !

E3 : C'est rien de compliqué, c'est purement la résistance des matériaux. C'est vraiment un cas classique de flexion simple.

E2 : Voilà, c'est ça, vous avez la lame en flexion et la force appliquée, en gros c'est ça notre système de mesure simplifié et là, on a fait juste un petit schéma pour dire le  $h$ , le  $b$ , l'épaisseur.

E3 : Ça, c'est la plaque...

E4 : De tout façon, ça va changer, ça, a priori.

E1 : Ça va changer pourquoi ?

E4 : C'est plus un rectangle, ça sera un triangle maintenant.

E2 : En fait, les lames en flexion sont juste là, ici, là (*explication du fig. 1*) et cela, là, juste là, et, dans celle-ci, on va mettre des jauges à ce niveau, là, et, grâce à ça, on va mesurer par la suite...

I : Pourquoi vous avez mis ça horizontalement et cela verticalement ?

E2 : Parce que, justement, l'aile est fixée ici. Donc, la force de portance, elle va pousser comme ça, donc pousser sur la jointure ici et donc mesurer l'effort du haut et pareil pour la force de traînée.

E4 : De toute façon, Jeff, les formules, elles ne sont plus d'actualité. On va mettre un triangle à la place du rectangle c'est plus les mêmes calculs, les calculs vont changer.

E2 : Justement avec la formation qu'on a eue récemment.

E4 : On va changer la géométrie de la lame. En fait... donc, les calculs sont plus les mêmes.

E2 : C'est plus de lames comme ça, c'est un triangle. D'abord, parce que, en fait, les contraintes elles sont d'isoflexion, ce sont toutes les mêmes dans le triangle. Donc, c'est pour être sûr d'avoir les bonnes valeurs alors que, par exemple, dans cette lamelle-là, si on décale un petit peu le point d'appui, si on n'est pas dans la ligne moyenne de la lamelle, on risque de faire un peu de torsion et donc on peut pas mesurer.

E4 : Même, il faut parfaitement mesurer la longueur. Il faut maîtriser toutes les longueurs, entre les longueurs de la lame et les distances d'implantation de jauges. Il faut absolument maîtriser. Et, si on ne maîtrise pas, on a fait des erreurs avec le système en isoflexion, la distance à laquelle on met les jauges n'a pas d'influence sur le résultat, en fait, de la mesure. Donc, cela nous simplifie la mise en œuvre.

E2 : [schéma fait par cet étudiant] On avait prévu d'avoir notre petite lame comme ça, grosso modo ici, on a l'encastrement qu'on trouve ici. On avait prévu de mettre... donc que cela va se déformer un petit peu sous l'effort. On avait prévu de mettre une jauge vers l'encastrement à une certaine distance  $r$ . Malheureusement, elles sont presque impossibles à mettre à la bonne longueur parce que les jauges sont très petites et, avec le collage et tout ça, elles ne sont jamais bonnes. Donc, on va utiliser un autre profil comme ça, bah en théorie... voilà ! Avec le même effort, bah, c'est toujours pareil. Là, par contre, il faut mettre les jauges comme on veut il n'y a pas de longueur à respecter donc le système



d'encastrement à 80 degrés et, par contre, on peut le mettre où on veut, il n'y a pas de longueur à respecter.

E4 : Là, tu te trompes un peu, parce que, normalement, ... est vu dessus et on met la force dans ce sens-là...c'est un triangle isocèle, comme ça, et on met la force directement comme ça. Parce que, là, tu faisais un triangle comme ça et on met la force comme ça.

E3 : En perspective.

I : *Et cette équation  $Elzy''=Mflz$  [Rapport intermédiaire, p. 1] ?*

E2 : Alors, ça, c'est la formule de l'équation de la flèche qu'on apprend au cours de matériaux.

E3 : Pour la flexion simple.

E4 : C'est un peu l'algorithme, il n'y a pas trop à justifier en fait.

E2 : Il n'y a pas à justifier.

E4 : Vraiment ce... dans notre cours.

I : *Je vois que vous présentez ici tout le développement de la formule de la flèche mais, après, quelle formule allez-vous utiliser ?*

E2 En fait, on a besoin parce que...(il hésite)

E3 Oui, on en a besoin.

E4 Ça, c'est un élément de celle-ci en fait.

E2 Oui, voilà « y » c'est... et puis,  $\delta l$ , c'est pour avoir la...

I : *Mais, dans l'autre partie du projet, utilisez-vous la formule ou pas ?*

E1 : Oui, oui, juste après.

E4 : c'est primordial, ça conditionne tout, en fait

E1 : on s'en sert, même pour cela, parce que tout est lié en fait, on va lier force et déplacement, donc ça [rapport intermédiaire, page 13] en utilisant cette relation de la Rdm ça nous permet de déterminer le déplacement par rapport aux efforts qu'on a rendus et qu'on va relever, ce que on a d'ailleurs calculé ici [rapport intermédiaire, page 11] et ce que on a trouvé là [rapport intermédiaire, page 11]. Et avec ces formules-là [rapport intermédiaire, page 13], on va pouvoir déterminer le déplacement des lames et donc que c'était juste en fait une histoire de dimensionner, de savoir dans quelle proportion on pouvait mesurer les contraintes et tout ça par rapport à la conception.

I : *Comment avez-vous trouvé cela [rapport intermédiaire, page 14] ?*

E4 : ça c'est du calcul

E1 : ça est du calcul uniquement, c'est des calculs justement par rapport à ces formules-là [rapport intermédiaire, page 13]

E3 : En faisant varier les paramètres de longueur de nos lames et puis l'épaisseur...

E2 : La largeur cela modifie le moment quadratique et du coup ça sera plus costaud soit elle fléchira plus ou elle fléchira moins, de plus ou de moins de  $\delta l$ , de plus ou de moins de...soit dépasse la limite élastique ou pas, soit ça marche ou ça marche pas.

I : *Donc la lame il va à avoir une déformation ?*

E1, 2, 3,4 oui

I : *D'abord elle comme ça et la déformation ?*

E1 : comme ça là elle est encastree et là, la force de portance avec le vent ça soulève et puis à partir de là les jauges elles vont relever les valeurs qui seront transmises par rapport aux conditions et tout ça l'amplification.

E4 : Mais cela c'est plus long.

E3 : Ca sera après.

E1 : Mais voilà tout ce qui est acquisition, nous on prépare l'acquisition, on va le mettre, si vous voulez on va débroussailler le terrain, c'est-à-dire que on va tout mettre bien pour qu'il puisse travailler derrière. Mais nous, tout ce qui relève de l'amplification ça nous concerne pas

E3 : Mécaniquement ça marche comme ça, ici à cet endroit là comme ça l'épaisseur de la poutre vous avez une section quand il n'y a pas de contrainte, donc bien droit et après quand vous allez appliquer un effort. La section va se déplacer comme ça et les jauges commenceront à cet endroit-là à relever ici un déplacement et commencer de petit fils en tissu comme ça, ça va s'allonger et ça va faire une variation résistance.

E2 : donc qu'on a de différentielles de potentialités... donc qu'avec le système de Pont Bristol et tout, les jauges.

E1 : tout est lié, en fait.

E3 : pour arriver à ça dans la démarche ce qu'on a fait, on a calculé la vitesse du vent, après il a fallu la taille du profil et les efforts qui s'appliquent sur le profil. A partir des efforts comme on savait que on voulait déterminer un peu le modèle de la lame donc la longueur, etc. On a fait différents essais.

E2 : d'où justement, il avait été établi ici de savoir si ça a été assez important ou pas assez important pour mesurer ou si les jauges peuvent mesurer le  $\Delta l$ ...

I : Avez-vous utilisé le logiciel pour le calcul ou pas ?

E2 : Oui Excel, j'ai entré les formules

E1 : On entre les formules et puis on entre les valeurs et c'est parti.

E2 : ce qui change pas c'était la force, la longueur on l'avait fixée aussi, E comme c'est le module de Young, vu que c'était de l'aluminium, était fixé, par contre b c'était l'épaisseur, donc je l'ai fait varier de 0,5 millimètre jusqu'à 2,5 millimètres; La hauteur je l'ai fixée aussi et donc du coup vu que on varie l'épaisseur, le moment quadratique ( $I_z = bh^3/12$ ) varie donc après la flèche et  $\Delta l$ ...

E4 : en fait donc arbitrairement on a trois dimensions, on en a fixé 2 et on en a fait varier qu'une seule.

E2 : on voit très bien que  $\Delta l$  c'est tellement fin que ça ne change pas beaucoup, cela change que  $10^{-9}$  ou je ne sais pas combien de chiffres.

I : Avez-vous fixé un paramètre ?

E4 : 2 sur 3 la longueur et la largeur.

E3 : oui la longueur, la largeur et après juste l'épaisseur et du coup ça fait modifier dans la formule du moment quadratique...

E4 : parce que, en fait, le but de ça est de faire varier une section entre les autres donc on pouvait jouer sur tous les paramètres pour faire varier la géométrie de la lame, mais bon on aurait une infinité de solutions pour retomber sur le résultat qu'on voulait. Donc pour réduire les essais on a fixé deux variables, parce que en fait on les a fixées pour que cela soit compatible avec la conception de la machine elle-même, pour rester dans des ordres de grandeurs raisonnables comme la longueur par exemple, donc on n'a fait varier que l'épaisseur, ça suffisait pour atteindre l'objectif qu'on s'était fixé

E1 : l'objectif c'était de rester efficace dans les calculs, dans notre approche parce que si on part dans un dimensionnement, ça a aucun intérêt.

E4 : la longueur on peut la faire varier de quelques millimètres à plusieurs dizaines de mètres c'est infini on fait ce qu'on veut, donc pour avoir quelque chose de cohérent, il ne fallait pas que ça dépasse la machine etc. Donc on s'est fixé une longueur arbitraire on n'a fait varier que une variable.

I : Cette semaine qu'est-ce que devez-vous faire dans le projet ?

E4 : C'est ce qu'on disait au début on a de nouvelles informations, on va encore modifier la conception et là ça va modifier la géométrie des lames, comme on vous avez dit de prendre des lames plutôt triangulaires. On va prendre des triangles parce qu'après la distance d'implantation des jauges dans ce sens là n'est pas importante pour ce système là.

I : L'idée, c'est de modéliser avec un triangle, c'est votre idée ?

E4 : Nous on l'a donné.

E1 : Je me rends compte que c'est qu'on a pas d'élément fini parce le gradient ne varie pas dans les éléments triangulaires.

E4 : C'est vrai.

E3 : Parce que nous on est parti sur ce modèle-là, c'est un peu pour l'expérience parce que en fait, les travaux pratiques qu'on a vu les années passées on avait fait des essais de flexion et c'était des modèles comme ça en bas (atelier) donc à l'IUP donc on est parti un peu là-dessus et après on a eu des petits renseignements par plusieurs personnes qui nous ont confié des livres et même sur Internet on a trouvé pas mal de choses qui sont faites avec un profil comme ça. Donc pour nous sera préférable d'avoir ça, voilà.

I : Avez-vous quelque document qui montre cela ?

E3 : On a un livre, un manuel comme ça (gros)

E4 : C'est un gros pavé qu'ils nous ont prêté, qu'il va falloir rendre

E3 : Non, il n'y a rien de compliqué à part les formules qui vont changer donc on est plus dans ce cas-là.

I : Avez-vous utilisé les logiciels RDM ?

E1 : RDM 6, non ça ne sert pas à grande chose dans le sens où c'est que des cas simples.

E2 : Les calculs se font à la main.

E1 : On les connaît.

E3 : On n'a pas grande chose à calculer : de la torsion, de la flexion vraiment un cas de flexion simple.

E4 : cela reste comparable à ce qu'on fait en TD c'est une poutre, on a des formules, etc.

E1 : il n'y a pas grande chose de compliqué, à la main ça reste faisable.

## Calculs semaine 2,

E2 : 075, 47N et pour la traînée, donc en fait nos deux valeurs critiques, 0,14 le minimum et 0,1147N la maximum. La lamelle elle va se présenter comme ça, ça va être un triangle au début et ça va se finir en rectangle. Ensuite, la force va être appliquée ici. Les paramètres de la lamelle, b la longueur de base, L la longueur de la force F appliquée à l'encastrement et l'épaisseur e de la lamelle. Par rapport au bouquin qu'il nous avait prêté, j'avais les formules pour calculer  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_1$  est la jauge longitudinale donc celle-ci et l'autre  $\varepsilon_2$  est la jauge transversale. J'ai calculé en fait le  $\sigma$  associé aux epsilons ( $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ) par rapport aux efforts appliqués donc pour  $F=0,14N$ , j'ai fait le calcul et on avait  $\sigma=0,56Mpa$  et  $\sigma_2=0,14$ . Pour faire des bonnes valeurs avec les jauges il faut rester dans le dixième de la limite élastique du matériau.

I : Comment tu sais ça ?

E2 : C'est écrit dans le bouquin qu'on m'a passé, c'est un bouquin épais comme ça qui parle que des jauges, des éprouvettes, études sur des matériaux et tout ça. C'est ce qui avait été écrit dedans. Voilà, ça c'était pour une épaisseur de 1,5mm. Pour une lamelle d'aluminium de 1,5mm et on voit que pour 0,14N ça passe carrément. Ensuite j'ai pris la valeur critique maximale c'est  $F=11,47$  avec une épaisseur de 1,5mm et donc j'ai fait le même calcul. J'ai trouvé  $\sigma=45Mpa$  et  $\sigma_2=2^{-12}$  et sachant que le  $\sigma$  de l'aluminium est de 210Mpa. Parce qu'il y a différents aluminiums, ça dépend des alliages j'ai fait une moyenne en gros et j'ai pris 210Mpa et donc  $\sigma/10$  est 21Mpa\*N2 et on voit qu'on est largement supérieur, ça veut dire qu'on passe le dixième de la limite élastique du matériau. Ça veut dire que les valeurs qu'on va avoir par la suite ne vont pas être très cohérentes. C'est pour ça qu'il faut travailler dans le dixième de la limite élastique. Donc j'ai redimensionné la lamelle, j'ai pris une épaisseur plus importante j'ai pris 3mm, j'ai refait le calcul et je trouve  $\sigma=11,47$  donc on est en dessous de 21Mpa donc c'est bon, là ça passe. Par contre, ça veut dire que j'ai une lamelle qui fait 1,5mm d'épaisseur pour la mesure de la traînée et j'ai une lamelle qui fait 3mm d'épaisseur pour la mesure de la portance et comme la force minimale de la portance est 0,75N. J'ai quand même fais un calcul avec l'épaisseur de 3mm pour voir si on pouvait voir quelque chose et donc j'ai fait le calcul et ça fera 0,75Mpa donc sera mesurable, c'est de l'ordre du micromètre.

I : Ces calculs sont différents ... ?

E2 : Par rapport à ce que j'avais fait, c'est carrément différent, on a changé complètement. C'est pour cela qu'on va refaire. Au début, nous, les lamelles c'était ça des lamelles rectangulaires normales. Et là, en fait, on a changé parce que en fait quand c'est un triangle isocèle à ce niveau là partout les contraintes elles sont constantes. Ça veut dire qu'on met la jauge là ou là, ou là c'est pareil on aura les mêmes déformations, pour avoir des résultats plus cohérents et voilà.

Au moment de le mettre au propre, il va falloir que j'explique plus parce que ça c'est un brouillon.

## Calculs : étudiant E3

E3 : Pour pouvoir dimensionner la lame en isoflexion, on a récupéré les jauges qu'il nous fallait, dessus il y avait les numéros de type de jauges et derrière c'est expliqué un peu à quoi ça correspond : le matériau de la jauge, la contrainte maximum, etc. Et aussi le choix de matériau, par exemple, ces jauges-là, nous, on avait prévu que ce soit pour l'acier, parce que ce qui a commandé c'est le matériau aluminium dans un premier temps et on a besoin de savoir la déformation maximale que peuvent accepter les jauges pour ne pas les mettre en... Si vous voulez, vous avez une courbe comme ça, on fait par exemple un essai de traction sur un matériau là vous êtes en limite élastique, ici, donc cette

partie-là. Donc, en fait, si vous tirez sur le matériau et que vous relâchez il revient dans cette position. Par contre, si vous arrivez ici, à la partie plastique, le matériau ne reviendra jamais dans cette position. Une fois qu'il est déformé, il est déformé. Les jauges doivent pouvoir se déformer seulement dans la partie élastique. Comme ça on ne va pas les abîmer et les valeurs seront toujours bonnes. Parce si elles sont dans la zone plastique c'est fini, ça veut dire que il y a eu des petites cassures à l'intérieur. C'est comme quand vous tordez une règle, au début vous pouvez la fléchir un petit peu alors que la règle en aluminium, si vous faites ça, elle se plie et c'est fini. C'est pareil avec la zone plastique ici.

*I : Donc vous devez contrôler ça ?*

E3 : En fait, il y a une certaine longueur de jauge. En regardant bien, elles sont fabriquées ainsi : il y a un fil et des plots soudés et une certaine longueur. Par exemple, on vient de voir que pour une jauge de telle longueur on peut accepter une déformation d'une valeur associée. Maintenant, il faut qu'on reste dans cet intervalle-là. Et si vous exploitez l'intervalle de la dimension nominale à la dimension maximale il faut varier la jauge au maximum et c'est là qu'on aura le plus d'informations à récupérer derrière. Parce que si on n'utilise qu'une petite plage de 1 % de la jauge ce n'est pas intéressant, il faut essayer d'utiliser la plage totale de la jauge.

*I : A la fin comment est-ce que vous allez mesurer ça ?*

E3 : Nous, on ne s'occupe pas à la fin de mesurer. Ce qu'on va faire c'est l'étude théorique mais par contre il y aura un autre groupe l'année prochaine de GEII qui va récupérer le signal avec un amplificateur. Ils utiliseront peut-être encore d'autres systèmes pour amplifier le signal parce les variations vont être infimes. Nous, on va essayer de se débrouiller pour que justement on ait le signal de sortie le plus grand. Après, on n'est pas assez spécialisés en électronique pour prendre le relais derrière et c'est un peu compliqué, il y a des groupes de Stone et il faut faire des translations à gauche et à droite. Il y a déjà du boulot.

En fait, vous avez vu la formule qu'il avait fait pour calculer sur des lames en forme rectangulaire et là pour une lame triangulaire, il faut utiliser cette formule-là. Vous avez toujours les mêmes paramètres : ça c'est l'effort, vous avez la longueur,  $b$  la largeur à l'encastrement et le  $e$  est l'épaisseur. Il faut jouer sur tous ces paramètres pour la déformation. Donc il va falloir relier cette équation avec la déformation que la jauge peut accepter. Parce si on a une déformation beaucoup plus grande que ce que la jauge peut accepter, alors c'est fini, on fera un essai et on détruira la jauge et on ne pourra plus l'utiliser donc il faut rester dans la plage d'utilisation.

## Entretiens du projet 2

### Entretien sur la base du rapport intermédiaire

**Contexte** : Cet entretien a lieu la troisième semaine du projet, les quatre étudiants E1, E2, E3 et E4 sont présents. On demande aux étudiants d'éclaircir certains points sur le rapport intermédiaire.

*I : J'ai lu votre rapport intermédiaire et je trouve votre projet très intéressant, je ne sais pas si pour vous c'est aussi intéressant ?*

E1, E2, E3, E4 : oui, oui, c'est intéressant.

*I : Pour ce projet, j'ai vu que vous aviez utilisé différentes connaissances. J'ai même vu un théorème ; est-il vraiment intéressant ?*

E2 : On a essayé de le voir, de comprendre comment ça marche, mais ce n'est pas évident c'est très général.

*I : Pourquoi l'avez-vous choisi ?*

E2 : C'est notre tuteur qui nous l'a donné parce qu'il voulait qu'on fasse le parallèle entre une aile d'avion réelle et une aile d'avion version modèle réduit pour voir si on pouvait comparer les phénomènes dans les deux cas et apparemment il y a des méthodes mathématiques...

E4 : qui permet de passer du modèle réduit au modèle réel, à partir du théorème de Vaschy-Buckingham par des calculs ; une fois qu'on a les paramètres du modèle réduit on peut passer au modèle réel par les formules, par les calculs.

*I : Connaissez-vous déjà le théorème ou pas ?*

E4 : Un petit peu mais pas le théorème dans son intégralité parce que c'est très complexe aussi...

*I : Dans votre formation il y a eu un cours d'analyse dimensionnelle ?*

E4 : Peut-être en GM

E1 : C'est-à-dire analyse dimensionnelle ? Non.

E2 : Ca me rappelle rien.

*I : J'ai aussi vu que vous utilisiez le nombre de Reynolds ?*

E2 : En fait le nombre de Reynolds, c'est un nombre adimensionnel, c'est-à-dire qu'il n'a aucune dimension comme le mètre ou... donc c'est pratique puisqu'on peut prédire le comportement d'un fluide autour d'une structure sans pour autant, comment dire... quand on est dans une structure grande comme la table ou grande comme la pièce on peut faire la comparaison, c'est-à-dire que ce nombre étant donné que ça prend en compte les dimensions de la structure, le fluide qui va s'écouler autour, c'est pratique parce que finalement on a... on peut établir un tableau selon les valeurs que prend ce nombre sans pour autant se baser sur la taille de la structure. Je ne sais pas si vous voyez bien ce que je veux dire...

*I : Mais pour le théorème peux-tu choisir un nombre adimensionnel ?*

E2 : Pour le théorème je crois qu'on en parle à un moment du nombre de Reynolds. Je ne sais pas si on peut l'appliquer directement ou s'il faut passer par des équations.

*I : Dans votre rapport intermédiaire vous signalez que les équations fondamentales de la mécanique peuvent aider à résoudre ça mais que c'est compliqué pour une solution pratique et que c'est pour ça que le théorème convient. Après pour utiliser le théorème vous signalez que vous avez besoin d'un nombre adimensionnel, donc c'est pour ça que vous avez choisi le nombre de Reynolds. Ce choix est fait par vous ?*

E1 : Ce qu'il faut comprendre c'est que le théorème de Vaschy-Buckingham c'est en fin de comptes de l'analyse dimensionnelle ; c'est plus lié à l'aile, parce que le nombre de Reynolds est plus lié à l'écoulement qui va intervenir sur l'aile. Ce sont des choses distinctes mais liées aussi.

*I : On utilise le théorème lié au nombre de Reynolds ou pas ?*

E1 : En fait, le nombre de Reynolds...

E2 : En fait le nombre de Reynolds est utilisé en général...très couramment pour ce type de problèmes, c'est-à-dire un obstacle placé dans un écoulement et ça permet de prévoir, comme je disais,

les turbulences à l'arrière de l'obstacle mais après si on utilise le nombre de Reynolds on n'utilise pas forcément ce théorème-là. Par contre, dans le théorème ... je ne suis pas sûr qu'on ait...

*I : Avez-vous déjà utilisé le théorème dans le projet même ?*

E1 : En fait, on essaie de comprendre le théorème mais ce n'est pas évident.

E2 : Parce qu'en fait, c'est plus appliqué à une aile d'avion ; nous en fait on a simplifié le problème d'abord, parce que c'est vrai, c'est trop compliqué. Dans le nombre de Reynolds je crois qu'il y a la forme géométrique qui intervient, mais les premiers calculs qu'on a faits c'est juste avec un cylindre ce n'est pas avec le modèle réduit parce que forcément c'est un peu plus compliqué.

*I : Tu as dit que vous aviez fait des calculs ?*

E : Des calculs, oui, pour estimer la fréquence et ce genre des choses, mais en fait le problème du modèle réduit de l'aile qui va se poser pour nous... dans le groupe 4 qui vont fabriquer un modèle réduit d'aile. En nous comptant nous il y a trois groupes qui travaillent là-dessus : il y a un groupe de GSI qui vont eux modéliser une aile, je crois que le but de leur projet est de faire un modèle d'aile donc ils vont le mouler et tout ça ; le groupe 4 va l'utiliser et je pense que nous si on arrive à terme on l'utilisera aussi. Ce théorème-là nous aura servi à fabriquer l'aile, mais nous on ne va pas le faire ; et en comparaison avec le groupe 4 ils sont plus avancés que nous par rapport à la solution technologique.

*I : Jusqu'à maintenant qu'est-ce que vous avez fait ?*

E1 : Jusqu'à maintenant on a conçu les différentes solutions sur Solidworks donc avec le système de capteur qui sont associés au type de mesure qu'on a trouvé et là donc on est en train de déterminer quel types d'éléments du commerce on va mettre dans ces solutions c'est-à-dire avant les choses plus concrètes. Quel type de vis ? Comment résoudre certains problèmes ? Comment... par exemple, on avait orienté notre choix au niveau du capteur sur des jauges des contraintes... Comment on fait pour justement mettre... ? Quelle est la mise en œuvre à faire pour mettre des jauges de contraintes ?

E3 : On a énuméré deux types de choix, deux types de mesure soit par effet laser ou par jauges des contraintes. Après à partir des études qu'on a faites, on a vu que seuls ces deux types de mesure peuvent nous aider à répondre à nos besoins. Juste le système de mesure qu'on a fait... on est en train de l'étudier pour voir comment on va les utiliser afin de pouvoir mesurer.

*I : Qui travaille sur le logiciel Solidworks ?*

E1 E2 : C'est nous deux.

*I : Si on parle de manière générale, pour le projet quelles connaissances sont les plus importantes ? Quelles connaissances sont vraiment nécessaires ?*

E3 : Mécanique des fluides, un peu d'électricité, électronique on parlait des capteurs, de l'instrumentation.

E1 : Aéronautique : les notions en aéronautique sont fondamentales par rapport à... on va utiliser les résultats d'un autre groupe projet, mais si on avait été vraiment seuls on aurait dû concevoir l'aile eh ! [Expression dénotant la complexité de cette tâche]

*I : Il y a trois projets qui sont liés ?*

E1 : Oui, il y a un qui est censé être similaire au nôtre.

*I : Et dans le logiciel solidworks, qu'est-ce que vous avez déjà fait ?*

E2 : On a fait ce système-là [montrant figure 1, rapport intermédiaire, p.16] en fait, on a fait deux solutions qui ne sont pas encore vraiment abouties, c'est-à-dire qui sont plus des ébauches, il n'y a rien de dimensionné, on ne sait pas encore... les capteurs ne sont pas encore implémentés. C'est un système avec des lamelles et on comptait récupérer les mouvements des vibrations de l'aile et mesurer cela avec des jauges de contraintes. C'est-à-dire qui mesurera les déformations de ces lamelles en fonction des vibrations.

E3 : Les jauges de contraintes, on a deux bornes en fait, qui sont très sensibles aux vibrations et donc le déplacement parce que ça fait varier une tension interne au niveau du capteur, c'est cette tension qui est récupérée et visualisée pour faire voir ce qu'il y a comme mouvement... une idée de ce qu'on peut avoir comme mouvement.

*I : Ce système-là existe seulement au niveau de la conception à l'aide du logiciel ?*

E1 : En fait, dans ces moments on essaie de le dimensionner. Trouver... parce qu'il y a quelques problèmes, par exemple à ce niveau ici [montre la figure] il y a des problèmes de chocs, du fait que le truc doit se déplacer de haut en bas et comme la lame est libre dans le petit carré il faut qu'on trouve un système qui la maintient en position de manière à qu'il n'y ait pas des chocs... il y a un tas des petits détails comme ça, la manière de coller les jauges aussi. Au niveau dimensionnel c'est assez compliqué, par exemple ce matin on s'était aperçu que bon, là sur le dessin c'est bien, c'est grand mais on s'est aperçu qu'en fin de compte il sera plus petit que ça et que si on regarde sur le catalogue des raids de ces dimensions c'est difficile à trouver. Quand on compare la soufflerie et ça, la soufflerie est assez réduite au niveau dimensionnel ; ce n'est pas évident, quel type de lames on va utiliser ? Comment on va faire pour déterminer la flexion ?

*I : Maintenant, vous travaillez cela au niveau du logiciel, pour voir si ça marche ou non, est-ce que vous devez réaliser tout ça ?*

E1 : Non, non, en fait, on devait aboutir mais...

E2 : On devait mais on ne va pas avoir le temps de tout finir.

E3 : Par rapport à l'aile je ne sais pas si les autres auront le temps de finir la conception.

E1 : Ils sont en train de faire le moulage... ils sont en train de le faire en quelque sorte, parce que même la réalisation de l'aile visiblement ce n'est pas si facile que ça, il y a des problèmes de surfacage. Même le moulage en silicone c'est une technique qui est compliquée, bon ce n'est pas compliqué mais il faut que ce soit bien fait, il faut éviter qu'il y ait des petites boules dans le silicone... c'est assez complexe.

E3 : La structure aussi, il faut bien la concevoir, après qu'on puisse avoir des mesures, tout dépend du matériau qu'ils utiliseront : si ils utilisent un matériau par exemple très solide, très lourd, il nous faudra une force... il y a plein des paramètres qui sont en jeu.

E2 : On compte effectivement le poids de l'aile pour pouvoir dimensionner notre système de maintien et déjà en plus on a un problème qui me vient à l'idée : c'est qu'avec une aile de cette taille et un écoulement d'air avec la soufflerie qu'on a en bas ; est-ce qu'on va pouvoir obtenir les vibrations qu'on espère mesurer ? On pensait peut-être éventuellement à transposer le problème avec un système de... comportant de l'huile ou de l'eau, pour créer plus de turbulences, éventuellement solliciter l'aile de façon plus importante.

*I : Vous vous rapprochez plus des conditions de la réalité ?*

E2 : On découvre peu à peu des problèmes liés à ce qu'on veut faire et on se rend compte que la théorie et la réalité parfois...

E3 : il y a des écarts.

E2 : Vous voyez on a prévu de faire ça sur la soufflerie en bas, mais on ne sait pas si on va pouvoir obtenir ce qu'on veut... en tout cas, tel qu'on a là ce type de soufflerie.

*I : C'est possible de voir comment cette solution marche [Rapport intermédiaire, p.16] ?*

E1 : Il n'y a pas vraiment d'animation, ce n'est pas animé.

*I : Est-ce que produire la conception est difficile ?*

E4 : Je pense que c'est plusieurs pièces en fait, qu'ils ont fait plusieurs pièces après qui sont assemblées.

E2 : C'est un assemblage.

*I : Je connais un peu le logiciel, mais je serais incapable de le faire, il y a des contraintes...*

E2 : C'est du dessin pur.

E1 : Il n'y a pas de simulation ; c'est vraiment que du dessin.

*I : Et pour les dimensions comment avez-vous fait ?*

E1 : On est parti de la petite fente qui est au milieu, on est parti de la soufflerie parce que sur le dessus il y a une petite fente et donc on est parti du principe que nous allions faire des essais dans cette fente qui est matérielle, on est parti de ça en fait.

*I : Le système est mécanique mais il n'y a pas de simulation dans le logiciel ?*

E2 : C'est un peu difficile.

E1 : Oui, parce qu'il faudrait re-simuler l'écoulement sur l'aile, faire quelque chose qui ferait en sorte que les incidents de l'écoulement sur l'aile mettent en mouvement le système, le petit U, ensuite bien modéliser les barres, les bonnes barres ça c'est compliqué, de tout modéliser...

*I : Alors, faire le système dans le logiciel, dans quel but ? Pourquoi avez-vous fait ça dans le logiciel ?*

E2 : Ca en fait c'est pour représenter, c'est comme il disait sur le dessin pur, c'est vraiment pour montrer à notre tuteur et aux gens qui ont corrigé notre rapport ce qu'on a en tête et après ne l'expliquer avec des mots qu'ici : c'est la soufflerie, il y a l'écoulement ; que là : on espère récupérer le déplacement de la vibration et après récupérer les mesures par l'intermédiaire des jauges de contraintes ; c'est vraiment pour montrer aux gens ce qu'on souhaite faire.

E1 : C'est vrai qu'effectivement ce que vous dites on aurait pu le faire sur un logiciel, c'est à dire qu'on a toujours conservé ce qu'on a fait jusqu'à présent, donc là toujours être dans la phase de dimensionnement. C'est-à-dire qu'on va trouver les éléments sur le catalogue, par exemple trouver les glissières, la vis qui va nous permettre... et puis réaliser ça sur un logiciel, mais bon ça demanderait plus de temps, de bien dimensionner les barres, c'est-à-dire trouver quel type de matériau, résistance élastique, ce genre des chose, résistance de matériaux, on pourra le faire à la limite, mais ça serait super long.

E2 : Je ne sais pas si...

E1 : Si, avec Solidworks on doit pouvoir le faire.

*I : Qu'est-ce que vous devez montrer à la fin du projet ?*

E2 : On était censé le fabriquer.

E3 : On va essayer, l'aile avec les supports là-dessus, l'écoulement qui va prendre et qui est pas seulement de la conception ; c'est ça qui permet de mesurer le profil d'aile ; c'est ça l'objectif.

*I : Mais jusqu'à maintenant vous voyez que ...*

E1 : Jusqu'à maintenant, oui, si on voulait atteindre cet objectif on aurait dû passer la commande depuis longtemps. Ah oui, déjà commander les éléments, bon mais... Commander les jauges ce genre de choses, se renseigner sur la manière de les poser, parce que je ne sais pas si on peut vraiment le faire, poser une jauge de contrainte c'est vraiment... Apparemment.

E2 : Il ne faut pas faire n'importe quoi.

E1 : ça paraît simple comme ça, mais c'est vraiment un travail d'une grande minutie, même au niveau de type...

E3 : Je comptais voir un spécialiste, j'ai contacté une entreprise sur Internet et j'attends qu'il me réponde, et puis je peux faire le déplacement pour aller voir comment ils font pour coller les jauges, comment ils font pour récupérer les mesures. Parce que sinon, j'ai aucune idée pour savoir comment exactement il faut le placer, il faut le placer l'intérieur de l'aile ou sur la surface etc. si pour coller les jauges, pour mesurer

E3 : On a les jauges, on a tout ce qu'il faut, mais comment mesurer à travers les jauges ? C'est ça le problème... Tout est théorique, en pratique je ne vois pas trop comment... Mais je dois pouvoir le faire, si j'ai réussi à les avoir ... Ça devrait marcher.

*I : Cela, est une représentation de... ?*

E : C'est l'intérieur d'un bloc, c'est-à-dire que pour récupérer le mouvement de l'aile si elle se déplace comme ça, c'est un système qui fait que quand on a une tige qui est dans... et la tige va se déplacer comme ça et au bout on doit mettre un capteur ou quelque chose pour récupérer l'amplitude du mouvement, là ça aurait été un système différent

E2 : C'est un ressort, parce qu'en fait, on avait un problème à la base c'était le maintien de l'aile mais sans étouffer les vibrations et donc ce qu'on avait pensé faire c'était un système de ressort qui l'aurait maintenu en place mais qui aurait permis à l'aile de se déplacer d'un mouvement, donc ça c'est une idée qu'on a... mais

E1 : Trop encombrant. Pour le coup... on est obligé de le mettre à l'extérieur de la soufflerie. Je ne sais pas si vous avez vu la soufflerie ?

*I : Oui.*

E2 : c'est vraiment tout petit, on peut mettre que l'aile et après il faudrait mettre toute la structure autour...



*I : Ca c'est... [Montrant le dessin]*

E1 : C'est une conception assistée par ordinateur.

*I : Les calculs numériques, c'est quoi ?*

E2 : Les calculs numériques c'est... on a un logiciel qui permet de faire ça. Ça permet de calculer les contraintes et les forces sur une pièce mécanique et entre autre ça permet aussi de calculer ce qu'on appelle la fréquence propre de l'aile, c'est-à-dire que c'est une valeur qui va nous permettre justement d'avancer dans nos calculs de vibrations. Etant donné que l'aile c'est une structure assez complexe, ça nous facilite les calculs. Faire ça à la main ce n'est pas évident du tout.

*I : Quel logiciel ?*

E2 : Ça s'appelle Ansys.

*I : Le logiciel RDM permet de faire seulement des calculs de structures ?*

E1 : RDM, oui c'est approximatif.

*I : Ansys est pareil que RDM ?*

E2 : Ah non ! C'est beaucoup plus compliqué, c'est la méthode des éléments finis.

*I : Vous l'avez déjà utilisé ce logiciel dans le projet ?*

E2 : Oui, hier je m'en suis servi.

### **Entretien auprès de E2 qui réalise le travail à l'aide du logiciel ANSYS**

**Contexte** : L'étudiant E2 est à la charge du calcul de fréquences pour le profil d'aile d'avion. Il effectue ce travail avec le logiciel ANSYS, il nous a décrit la réalisation de cette tâche. Les questions sont donc posées afin de comprendre ce travail ainsi que le travail mathématique associé.

E2: J'entre le programme dans le logiciel, il m'a fait directement la géométrie de la structure qui je vais étudier avec ce qu'on appelle les conditions limites. Ici un encastrement, ici un appui, donc c'est une poutre qui est fixée d'un côté et juste appuyée de l'autre. On applique dessus une force dans le centre et maintenant je vais essayer de calculer la solution. Je vais te montrer comment on fait ce qu'on appelle une analyse statique (travail sur le logiciel). Là, tu vois j'ai un problème.

*I : Veux-tu mesurer les efforts ?*

E2 : En fait, à la base c'est un programme d'optimisation. Là, il nous montre la déformée, c'est-à-dire la poutre fléchie et là ce que j'ai rajouté en couleurs c'est la contrainte dans les poutres et j'ai rajouté des commandes d'optimisation, c'est-à-dire que le programme il me donne des variables. J'ai en quelque sorte, en fonction de ces contraintes, modifié la forme de la poutre. Et là, on voit les contraintes qui évoluent parce que... En réalité afin de modifier la forme de la poutre.

E2 : La poutre c'est cela, tu as une force ici, au milieu.

L'encastrement c'est de ce côté-là ... Tu l'as bloqué là et tu l'as appuyé de l'autre côté. Tu viens appuyer au milieu, par exemple, avec ton doigt. Tu vois qu'elle s'est déformée et comme je t'ai dit ce qu'on voit en couleurs c'est les contraintes, c'est-à-dire c'est le matériau qui travaille. Et là, ce que je vais demander de faire dans cet espace... Au départ, on a une poutre pleine, et moi je veux minimiser le poids de la poutre. Donc... Etant donné que la poutre pleine va être lourde, je veux qu'il me modifie la forme de la poutre pour qu'il y ait des espaces vides à l'intérieur. Pour que ça [logiciel] m'enlève de la matière, elle va donc me faire une sorte de treillis. C'est comme, tu vois les antennes radio qui sont fabriquées avec des barres entremêlées, tu vois par exemple c'est ce genre de choses. Ils font des antennes radio comme ça, avec une sorte de tubes qui sont un peu comme ça. Je ne sais pas si tu vois ce que je veux dire... Et là, en quelque sorte il fait ça. C'est-à-dire que je veux lui donner un espace dans lequel il pouvait travailler. Et à partir des contraintes dans ma poutre la modifier, l'intérieur de ma poutre, la forme en recalculant à chaque fois les contraintes. Et au final tout ce qui est en bleu-là, ça veut dire qu'il n'y a pas de contraintes, qu'on peut l'enlever.

*I : D'accord, donc tu peux enlever tout de cette matière-là et tu pourras appliquer le même effort.*

E2 : Voilà l'effort au milieu ici et au final tu auras une structure qui ressemblera à ça quoi et ça tiendra les contraintes, les conditions que tu lui as données.

*I : Lorsque tu fais le programme, comment est-ce que tu définis toutes les contraintes ?*

E2 : Les contraintes, en fait, lui, il sait les calculer [référence au logiciel]. C'est-à-dire que là c'est pour définir le matériau et on travaille aussi avec différents types d'éléments qui ont des différentes caractéristiques. C'est-à-dire que... Vu que j'ai travaillé en 2D, je vais définir qu'une surface... J'entre une constante d'épaisseur et je vois après comment il l'interprète et à partir de là, je vais demander de calculer donc les contraintes planes. Cette contrainte, tu vois, je vais lui donner pour la calculer et je ne sais plus où elle est... Ici tu vois, il calcule la contrainte, c'est moi qui lui demande de calculer les contraintes, ça il sait faire. Il y a des commandes là dedans pour le faire. Voilà, je vais te montrer une autre chose. Voilà ce qu'on peut faire avec... On peut lui demander de dessiner une poutre. On applique une force et il peut nous donner la déformée de la poutre, la déformation. Et donc, il nous a affiché les contraintes, tu vois quelle partie travaille plus ou moins, tu peux bien noter qu'au niveau des appuis...

### *Réalisation du profil d'aile*

E2 : Ce que je vais lui demander de faire, c'est donc de me dessiner un profil d'aile. Après, je vais lui demander de faire donc un maillage, c'est-à-dire que je l'ai extrudé. J'en ai fait un volume, je vais lui demander de me le couper en petits morceaux pour le calcul. Je vais l'encastrier d'un côté, tu vois c'est une aile d'avion, donc forcément c'est fixé d'un côté et ensuite je vais lui demander de me calculer ce qu'on appelle les différents modes propres, c'est-à-dire que l'aile quand ton avion vole... Quand l'aile est soumise à certaines contraintes dues à l'air qui passe dessus, donc, parfois elle peut se mettre à vibrer. Et c'est ça que je vais lui demander de calculer et là, en l'occurrence, il m'a calculé des fréquences de vibrations de l'aile pour lesquelles elle vibre fortement, c'est-à-dire des vibrations un peu dangereuses... Tu vois, on peut imaginer que quand l'aile elle est soumise à cette fréquence elle vibrera de cette façon et elle entrera en résonance. C'est-à-dire, comme je te disais elle vibre fortement, c'est encore un exemple...

I : *Tu vas aussi évaluer un matériau pour savoir s'il résiste à la vibration ?*

E2 : C'est un exemple de ce que tu peux faire, ça peut t'aider à déterminer un matériau pour résister à un type de contraintes donné. Ça peut aussi... Si t'as déjà ton matériau prédéfini tu peux t'aider de ce logiciel pour dimensionner ta structure. C'est-à-dire que la poutre que je t'ai montrée tout à l'heure par exemple tu peux lui demander de modifier les dimensions, au mieux, d'optimiser ta poutre qu'elle soit à la fois la plus légère possible et en même temps qu'elle tienne la force que tu lui appliques.

I : *Est-ce que pour le projet vous devez faire ça ? Un profil d'aile qui permet d'étudier certains...*

E2 : Je vais m'en servir, justement pour calculer les vibrations de l'aile, donc il y a plein de choses qu'on peut faire...

I : *Pourquoi tu as choisi ce logiciel ?*

C'est lui qui nous... dans la formation, on a appris à s'en servir. C'est le seul que je connais qui sache faire ça.

### **Entretien auprès de l'étudiant E1**

**Contexte :** Cet entretien a lieu au cours du projet, l'étudiant E1 nous met à jour du travail à sa charge.

E1 : Tu sais notre aile, elle va vibrer comme ça, un mouvement comme ça et nous ce qu'on veut c'est connaître le déplacement, combien elle va monter, combien elle va descendre, ça on l'a pas encore calculé, le déplacement on n'a pas encore calculé le  $\Delta y$  et ça on en a besoin pour déterminer la sensibilité de la jauge, tu vois, d'avoir un capteur approprié à un déplacement, un faible déplacement.

I : *Vous devez calculer ça pour choisir le capteur ?*

E1 : Pour faire le capteur et aussi pour la conception, parce tu vois notre aile, il faut qu'on la tienne, pour la tenir on va mettre des lames, un truc comme ça... Pour déterminer l'épaisseur et la forme de la lame, on a besoin du déplacement, ça c'est la RDM. Tant qu'on n'a pas ça.

I : *Qui doit faire ça ?*

E1 : C'est nous la RDM et, si un autre membre de l'équipe, enfin parce que tu sais on est quatre, il y a deux GM (Génie Mécanique), moi et mon collègue, il y a un GSI aéronautique et GII pour l'électronique et bon le GSI aéro, ça fait partie de... il sait faire, mais on n'y arrive pas.

E1 : En gros, il y aura un moule en silicone, sur le côté il y aura deux avions comme ça...

*I : L'aile va être faite en silicone ?*

E1 : Non, le moule était en silicone, ils ont fait une aile en plastique, ils l'ont dessinée en Solidworks et ensuite ils ont envoyé ça sur une machine, la machine elle construit par couches, donc là ils ont une aile en plastique, (si tu veux, on peut aller la voir, ils sont en train de faire). Là c'est une aile en plastique et autour de cette aile, ils vont la mouler en silicone, ils vont mettre plein de silicone autour, tu auras une empreinte de l'aile qui sera dans le silicone séché et après ce moule-là tu peux le réutiliser pour injecter ce que tu veux dedans et après tu injectes ce que tu veux à l'intérieur. Ça va être une aile en mousse ou une aile un plastique, ce que tu veux... le problème ce que son aile, elle est très longue. Donc nous, on va la couper et donc tout ça pour dire... En théorie, l'aile est bonne donc on va la prendre, la seule chose c'est qu'elle est très longue, nous on va la couper pour qu'elle rentre dans la veine. Ensuite, nous en a prévu de faire un système, au lieu de brigner la lame comme ça, on va en mettre plusieurs pour régler la rigidité de manière à ce que si, là c'est plusieurs lames, tu mets une, après une deuxième pour que ça vibre à la même fréquence, la jauge sera là. Il faut qu'on en mette une autre comme ça.

*I : Pourquoi utilisez-vous une lame ressort ?*

Parce qu'on fait la lame dessus on va pouvoir placer une jauge des contraintes, mes collègues sont en train de bosser sur ça. Donc là, on va passer une jauge des contraintes qui mesure des micro déformations.

Si on utilise un ressort ça entraîne des calculs plus poussés, parce qu'on fait un ressort il y a toute une histoire de rigidité en fonction de la matière, du style du ressort. Tandis qu'une lame... c'est la RDM, si tu connais les appuis, tu peux modéliser ça par une poutre en flexion c'est vraiment un calcul simplifié, il y a une formule avec la déformation ; avec la force que tu appliques, enfin tu peux calculer ça. Un deuxième problème, c'est le système de mesure, parce que si tu utilises un ressort, qu'est-ce que tu peux utiliser comme capteur pour récupérer le déplacement ; les jauges des contraintes tu ne peux pas les mettre...

E1 : Une jauge c'est un ressort de petits circuits imprimés, qui vont être placés sur la lame et quand la lame va se déformer l'écart que tu as entre les résistances, il faut qu'il y ait une déformation. L'écart entre les résistances va varier et c'est cet écart qui fait que la jauge puisse mesurer les déformations, si tu la places sur l'aile, il n'y a pas de déformation sur l'aile. C'est qu'on aurait pu faire directement sur l'aile un accéléromètre, mais c'est pour mesurer les fréquences... L'avantage c'est que si tu as le déplacement, tu peux avoir les fréquences. Bah... déplacement tu as la position, tu as les fréquences en dérivant, mais si tu as la fréquence, tu as que la fréquence tu ne peux rien faire d'autre. Parce que avec le logiciel Labview si tu as le déplacement en position, tu utilises une fonction qui va te dériver la position, tu vas avoir la vitesse et tu dérites encore une deuxième fois tu auras l'accélération. Tu peux faire une analyse spectrale, donc, ça ce n'est pas mal d'avoir le déplacement et la position.

#### **Entretien avec l'étudiant E2 lorsqu'il travaille avec le logiciel RDM (semaine 4)**

E2 : Je suis en train de modéliser une pièce, après je mets tout ça dans un assemblage qui n'est pas encore fini. Et après, ce que j'aimerais faire, c'est apporter tout ça là-haut et faire des calculs sur le logiciel, donc qui est là-haut [ANSYS].

*I : Qu'est-ce que tu vas faire des calculs ? Qu'est-ce que tu vas mesurer ?*

E2 : Je t'avais expliqué qu'on a une aile d'avion, un morceau d'aile qu'on va mettre dans un écoulement d'air dans une soufflerie et on cherche à étudier les vibrations de l'aile. Donc maintenant j'essaie de modéliser le système de maintien de l'aile et je voudrais donc après l'amener là-haut pour calculer les fréquences propres. Comme je t'avais dit les fréquences propres de notre structure, c'est les fréquences propres pour lesquelles le système entre en résonance pour lequel va vibrer fortement et même dangereusement. Et à partir de ces fréquences je pourrais même avoir le déplacement maximal de notre structure. Donc, à partir de là, on pourra dimensionner notre système de maintien pour qu'il puisse donc, résister aux contraintes et également une fois qu'on aura notre système de maintien dimensionné à l'occurrence des poutres, on pourra cette fois dimensionner les capteurs qu'on va placer dessus.

I : *Et cela, tu ne peux pas le faire dans l'autre logiciel (ANSYS) ?*

E2 : Il n'est pas vraiment fait pour faire la modélisation. Tu peux modéliser des pièces là-haut, mais c'est plus compliqué, tu perds du temps. Là, tout est simplifié, tu as des icônes, des pièces toutes faites qui permettent d'avancer plus rapidement. Ce genre de pièces tu peux les amener là-haut. Tu peux enregistrer sous un certain format qui s'appelle « igs » et ce format est compris par le logiciel là-haut, il sait le lire, tu vois.

Ce qu'on aimerait faire, on aura une première barre comme ça, une deuxième barre qui va se sur cette pièce-là dans ce sens là, et là même chose mais à l'horizontale, de cette façon on aura un déplacement de côté comme ça et de l'autre on aura un déplacement comme ça. Et avec donc nos capteurs des déformations conviendra que les deux... On pourra lire les deux déformations et mesurer les déplacements.

I : *Avez-vous déjà choisi le capteur ?*

E2 : On a une idée de ce qu'on veut, le problème ce qu'il faut bien les choisir après, parce que le problème ce donc... je t'avais déjà expliqué, c'est que les jauges de déformation sont faites comme ça avec un petit fil, je ne sais plus si c'est du cuivre ou un autre métal, avec la déformation donc de notre poutre ce fil va s'allonger et sa résistance va se modifier donc on pourra le lire avec un petit montage électronique, on pourra lire des variations de tensions électrique et le problème ce que si on prend une jauge trop petite et que notre barre se déforme fortement, on risque d'abîmer notre jauge c'est comme tu tires trop sur un fil et qui se casse ou qui se déforme de façon irréversible.

I : *Et ça [des feuilles avec de formules], tu as fait quelque chose avec ça*

E2 : Alors ça c'est les formules de RDM tu vois, c'est pour calculer par la théorie d'une manière simplifiée. En fait, on utilise des poutres, c'est à dire des formes plutôt simples, on applique des forces et après on peut calculer des déformations et des contraintes, c'est vraiment pour donc tout ça c'est empirique, c'est vraiment pour donner une première approche de ce qu'on veut faire.

Le but ça serait d'utiliser les deux pour valider une solution par autre, pour voir si on a fait une erreur quelque part, donc on essaie d'utiliser les méthodes pour vérifier nos calculs...

I : *Et ça, c'est des calculs ou.. ?*

E2 : ça c'est un début de calcul mais je ne l'ai pas terminé, je pense que je suis passé à autre chose entre tant ...

I : *As-tu un formulaire ?*

J'ai le formulaire, j'ai une idée de ce qu'on va faire, j'ai commencé donc le calcul, mais j'ai vu que j'avais fait une erreur donc qu'il faut que je recommence les calculs.

I : *Qu'est-ce que tu vas utiliser comme formules ?*

E2 : Alors, je vais utiliser ce genre des formules base pour calculer les déformations, elles vont donc me permettre... le problème tu vois c'est qu'il me manque des choses, ce que j'aimerais moi c'est donc calculer, comme je te dis tout à l'heure là-haut le déplacement maximale qu'on va obtenir dans notre structure pour pouvoir donc l'appliquer ici dans la RDM et de faire des calculs à partir de cela, j'ai aucune idée du déchargement qu'on va avoir en bout de la poutre de notre structure et c'est pour cela que je bloque...

I : *Et ça, c'est quoi ?*

Ca c'est d'autre formulaire.

I : *Et ça ?*

E2 : Ca c'est des TD qu'on a fait il y a quelques années que je regarde pour me souvenir des méthodes...

### Entretien sur la base du rapport intermédiaire : Projet 3

**Contexte :** La présentation du projet a été faite par deux étudiants lors de deux entretiens. Durant le premier entretien l'étudiant E1 a fait une présentation générale du projet et lors du deuxième entretien l'étudiant E2 a présenté le travail sur la modélisation du moteur. Cette présentation générale du projet est basée sur les deux versions du rapport intermédiaire.<sup>1</sup>

#### Entretien 1 Présentation générale du projet 3

E : En fait, ce que l'on a ajouté dans le rapport a été divisé en deux parties. On a fait une partie mécanique et une partie électronique, celles-ci étaient déjà dans l'ancien rapport. On a rajouté à la partie électrique : le choix du moteur que l'on doit utiliser, le schéma, et comment on va contrôler la vitesse du moteur pour choisir la vitesse du tapis.

E : On utilise un capteur afin de déterminer la vitesse du tapis qui tourne

I : Avez-vous un paramètre en plus ou une vitesse limite?

Oui, on a une vitesse maximum de 160km/h, soit 45,5 m/s.

[Les étudiants me montrent la soufflerie de la figure suivante]

I : Ah ce n'est pas la même soufflerie?

E : Non, ce n'est pas la même, celle-ci est à Evry Brétigny. Donc celle-ci est la soufflerie. On va poser notre châssis et le tapis roulant là (\* dans la fig1) sur le bloc en béton, puis on va mettre la voiture dans la soufflerie.



Figure 1. Soufflerie.

I : Donc la smart va se trouver dedans ?

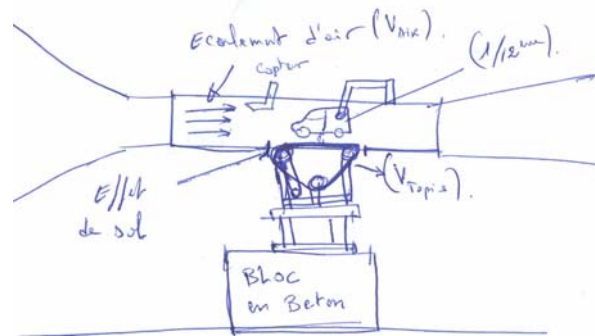
E : Voilà. Et dans [référence à la figure 1 et plus précisément à \*] on aura le système pour mesurer la vitesse, l'écoulement d'air ...

I : Mais le tapis, il va se situer où ?

E : Le tapis, il doit être en bas, je vais vous faire un petit dessin (figure 2)

---

<sup>1</sup> Après avoir rendu la première version du rapport intermédiaire, on a demandé aux étudiants de corriger cette version et de rendre une nouvelle version du rapport.



**Figure 2.** Dessin produit par l'étudiant.

[...] la soufflerie qui est là, donc ça c'est la partie transparente, c'est le bloc en béton, là on va mettre le châssis et là on va avoir le tapis roulant. En fait, le tapis roulant va être là et c'est là où on aura la voiture 5. La voiture ne va pas toucher le tapis, donc la voiture va être maintenue par une espèce d'arbre, elle va être maintenue en l'air. Le but de concevoir un tapis roulant, c'est de simuler l'effet sol, donc on aura un effet de sol et là il y aura un écoulement d'air.

I : Dis moi, le tapis sera à l'intérieur de la veine d'essai ?

E : Il est juste en dessous de la voiture, en fait.

I : Et cela suffit pour recréer l'effet sol ?

C'est au niveau de la paroi en bas de la soufflerie, en fait on va enlever la paroi de la soufflerie et on va mettre le tapis à ce niveau là donc en fait, on va couper ça, on va couper là après on va mettre le tapis et on va mettre la voiture au dessus et quand le tapis va rouler il va simuler l'effet sol avec l'écoulement d'air. On va calculer les effets du déplacement de la voiture parce que quand vous êtes dans voiture vous avez l'air qui revient en face et vous avez le sol qui défile, mais bon c'est la voiture qui bouge. Nous, on veut réaliser l'effet inverse. La voiture elle ne bouge pas, par contre le sol défile et l'air vient, d'accord ?

I : D'accord

E : C'est là le but de l'étude que l'on effectue. On doit réaliser l'environnement total de la voiture pour calculer les efforts appliqués sur la voiture. Donc là on va mettre le tapis, on va mettre la voiture et puis il y aura une petite distance entre la voiture et le tapis pour qu'il n'y ait pas de frottements.

I : Devez-vous négliger les frottements ?

E : On néglige les frottements, il n'y en a pas. Pour le tapis il y aura une certaine vitesse, vitesse tapis, et l'air aura une vitesse, vitesse d'air. Nous en fait ce que l'on veut effectuer c'est que la vitesse de l'air soit égale à la vitesse de tapis, qu'elles soient proportionnelles en fait, parce que l'on a un moteur.

I : Quel moteur devez-vous commander ?

E : Le moteur existe déjà dans la soufflerie. Mais nous on va commander le moteur pour le tapis parce que là, il y aura un moteur et celui-ci va entraîner le tapis. Comme ça. Donc là c'est la soufflerie, là c'est la smart, parce qu'en fait, on le schéma 1 la longueur et puis on a le schéma 1 deuxième, donc la voiture c'est le schéma 1 deuxième. On a un moteur, on a une courroie pour entraîner les rouleaux et les rouleaux vont entraîner tout le tapis mais la voiture ne va pas toucher celui-ci car elle va juste être suspendue au tapis.

I : Dans le rapport intermédiaire, j'ai vu que vous aviez fait une étude pour décider de la structure du tapis et vous aviez plusieurs solutions, n'est-ce pas ?

E : Plusieurs solutions tout à fait, nous en fait on a commencé à voir un petit peu comment on va faire pour le tapis, après on a étudié les solutions pour réduire le coup, pour avoir une facilité de conception et de réalisation de tapis et puis pour que tout marche bien, on propose des solutions simples. Si on fait des trucs complexes peut-être que cela ne va pas bien marcher, alors on essaie de faire des choses simples qui ne coûtent pas très cher et qui marchent sans problème. Là on a trouvé des solutions mécaniques permettant de faire rouler le tapis très simplement, on a un tapis roulant à trois rouleaux

[référence au rapport intermédiaire, p. 10] et là on a un tapis roulant à cinq rouleaux [référence au rapport intermédiaire, p. 11] le problème que l'on a rencontré ici c'est que le tapis peut vibrer, vous voyez

*I : Mais vous avez moins de contrôle ?*

E : Voilà quand le tapis roule il peut commencer à vibrer et là on a l'avantage de régler le tendeur, parce que ça c'est un tendeur il permet de tendre le tapis. Comme ça le tapis ne va plus vibrer et là on va essayer de mettre plusieurs rouleaux et de mettre un tendeur, mais le problème c'est quand on met cinq rouleaux il y aura un couple supplémentaire, ce qui va créer des difficultés puisque la charge sera plus importante parce que le tapis doit entraîner 5 rouleaux.

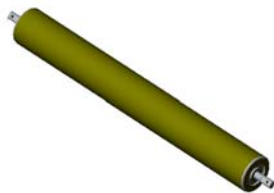
*I : Tu veux dire quoi en parlant de couple ?*

E : C'est la charge, en fait quand on dit un couple c'est la charge qui existe au niveau du rouleaux, parce que chaque rouleau a un couple et ce couple là on l'appelle le *cr* c'est le couple résistant, le couple c'est concrètement quand les rouleaux tournent, il a une certaine inertie, il a un poids pour le faire tourner, il faut un certain moment pour qu'il se mette dans l'état de rotation en fait. Et pour qu'il se mette dans un état de rotation il y a des frottements et c'est ça qu'on appelle le couple résistant voilà. C'est pour cela que si il y a 5 rouleaux ça va être plus dur, c'est pour cela qu'on a choisi trois rouleaux il y a moins de couple, moins de frottement, moins d'entraînement et puis on a la possibilité de tendre le tapis donc il ne va pas vibrer.

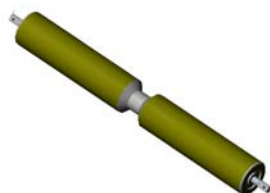
*I : Au moment de faire l'étude, avez-vous fait des calculs pour prendre une décision sur le nombre de rouleaux ?*

E : On n'a pas fait de calculs, on a analysé avec notre tuteur. On a parlé de ça, on s'est dit que celui-là va avoir plus de frottements [système avec 5 rouleaux] on aura plus de mal entraîner et puis en analysant le schéma on s'est dit que l'on va prendre celui-là donc que cela c'est au niveau du tapis roulant.

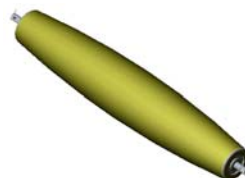
E : Après on a regardé un petit peu en détail, ça c'est les rouleaux [référence au rapport intermédiaire, p. 11] qu'on va utiliser. On a plus de rouleaux. On a le rouleau situé là c'est un rouleau simple, rouleau en plastique [figure 3] et celui là c'est un rouleau qui a une rainure à l'intérieur [figure 4] et là c'est un rouleau bombé c'est ce que l'on a choisi, c'est le rouleau comme ça [figure 5] parce qu'en fait avec la forte vitesse, le tapis a tendance à sortir de son axe de défilement. Je vous explique donc en fait quand le tapis tourne, le tapis a tendance à s'écarter, il peut s'écarter, si on utilise des rouleaux comme ça c'est clair.



**Figure 3**



**Figure 4**



**Figure 5**

*I : Comment sais tu cela ?*

E : Cela c'est connu dans l'industrie, on a regardé ça sur internet et on a vu qu'à une forte vitesse le tapis peut dévier, c'est pour ça aussi qu'on a mis un tendeur pour ne pas que ça vibre, pour éviter qu'il ne se déchire. Et là on a un autre type de rouleaux [figure 4], celui-là il permet d'avoir le tapis mais il ne bouge pas. Par contre on remarque qu'il y a plusieurs frottements parce qu'il faut utiliser une technologie pour maintenir le tapis au niveau de cette rainure. Je vous explique après et cela c'est le rouleau tambour ou tonneau [figure 5], et ce type de technologie permet de gonfler comme ça avec ce type de rouleau. On a cherché sur l'Internet et le tapis peut rester stable parce qu'il est serré des deux côtés : il est serré par là et par là, il est serré par là donc il est bien serré, il ne bouge pas là. On a les types de courroies, on avait regardé les types de tapis comme vous voyez c'est un tapis avec plusieurs crantes [figure 6], les crantes c'est bon pour que le tapis ne génère pas de vibrations et ne s'écarte pas du chemin en fait.

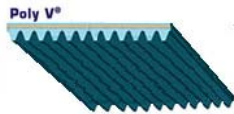


Figure 6



Figure 7

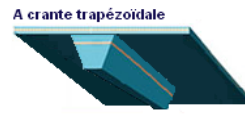


Figure 8

I : Comme ça il ne glisse pas ?

E : Voilà comme ça il ne glisse pas, par contre il faut utiliser des rouleaux comme ça, [figure 9]

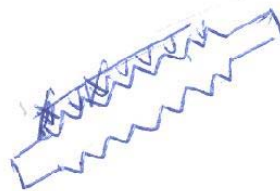


Figure 9

ça il faut le mettre là, mais il faut regarder aussi que quand la courroie va se mettre sur le tapis il y a plusieurs frottements. Il y a des frottements là et quand il y a des frottements il y a encore plus de couple donc le moteur doit générer plus de puissance pour entraîner le tapis. Et nous on va utiliser un moteur simple on n'a pas envie de gérer tous les frottements donc c'est pour ça qu'on a annulé cette technologie et on a choisi ça, ça c'est la meilleure [Figure. 8] Pourquoi ? Parce qu'elle est simple, elle est moins chère et puis avec le rouleau en tonneau ça marche bien, ça ne décale pas. Tout va bien et comme je vous ai dit ça va marcher.

[Explication du fonctionnement de la courroie trapézoïdale]

E : Avec ça [Figure.8] le cran qui est ici va rentrer là dedans dans la courroie. Ce qui permet ce qu'on appelle un guidage, un guidage du tapis et quand le tapis est guidé ça veut dire qu'il ne glisse pas sur le rouleau, en fait on a le rouleau comme ça et on a la courroie qui va être comme ça. Ca c'est la courroie et ça c'est le rouleau quand ça va rentrer ici ça ne va pas glisser. Ca on l'appelle un guidage [figure 10]. Guidage de courroie. Par contre il y a des frottements, il y a beaucoup de frottements pour avoir une courroie comme ça c'est très cher, très, très cher parce que le fabricant utilise une technologie pour la fabriquer et quand on en a demandé, parce qu'on veut une seule courroie, c'est toujours plus cher quand vous achetez par exemple une dizaine ou une vingtaine. En fait le problème que l'on a rencontré c'est qu'au niveau des fabricants, il n'y en a pas beaucoup qui produisent les courroies ou les rouleaux à l'unité c'est des gens qui travaillent avec de grands fabricants et qui fabriquent des quantités importantes donc on a choisi une courroie simple de tonneau comme ça elle est fabriquée à l'unité avec un prix moins cher.

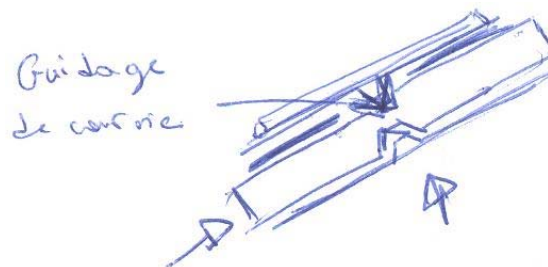


Figure 10

E : Comme je vous ai dit cette technologie avec le trois rouleaux ça devrait marcher.

I : Comment es-tu sur que cela est la meilleure solution ?

E : Comment ça ?



*I : Pour le tapis, tu as choisi les rouleaux comme ça, mais comment es-tu sûr que c'est la meilleure solution ?*

Cela peut être la meilleure solution au niveau du prix, ça c'est le prix déjà, le prix et le vent deuxième solution le frottement, frottement faible

*I : Et comment tu sais que le frottement est faible ?*

Parce qu'il n'y a qu'une surface de contact sur le rouleau, par exemple là il y a cette surface de contact, il y a cette surface de contact et il y a ça aussi et c'est pour cela qu'il y a plusieurs frottements.

*I : Avez-vous mesuré le frottement ?*

E : Non, on n'a pas mesuré le frottement parce qu'il nous faut la courroie pour connaître, comment dire ? Sa dureté, après on va calculer les frottements et le couple.

*I : En regardant la forme du rouleau on est capable de dire s'il y a plus ou moins de frottements, c'est ça ?*

E : Voilà. Mais là c'est souvent parce qu'il y a une seule surface de contact donc il n'y a pas beaucoup de frottements comme ça.

E : Aussi l'inconvénient d'utiliser des courroies comme ça c'est que ça peut créer des fissures. Ça peut casser ou ça peut créer des fissures et après un mauvais fonctionnement du système alors qu'avec une courroie plate [Figure. 7] il n'y a pas problème, c'est simple, ça tourne bien alors que là [Figure. 6] ça peut créer des fissures.

*I : Est-ce que vous devez acheter ça ?*

Non, on a contacté le fabricant, on doit voir notre tuteur pour savoir si on va la commander ou pas, parce qu'une courroie comme ça coûte 250€ la courroie c'est très chère. Donc on va voir avec le tuteur pour savoir si on va la commander ou pas.

E : On a aussi regardé les tendeurs, vous voyez ça ? (page 13)

Le tendeur en fait, comme je vous avez dit c'est pour tendre la courroie pour que le tapis ne vibre pas donc on a choisi plusieurs solutions. Dans cette solution là, on va faire monter et descendre le rouleau, on va le serrer avec des écrous et pour l'autre côté on va essayer de monter et puis serrer mais le problème c'est que le rouleau, il ne peut pas être bien aligné, on n'est pas sûr de la bonne qualité du tendeur et là on a pensé à mettre des ressorts. Le rouleau est stable, il est aligné et avec les ressorts, c'est eux qui vont maintenir le tapis bien serré ça va être comme ça et les ressorts seront là et le tapis là. Par contre on se dit que quand le tapis va rouler, les ressorts vont commencer à bouger, donc le tapis va commencer à vibrer et ce n'est pas bien, on ne veut pas que le tapis vibre, parce que si le tapis commence à vibrer il va toucher la voiture et ce n'est pas bon. Après notre système c'est là, ce système là, il nous permet d'avoir un bon alignement de rouleaux parce que ses bras ne bougent pas, il ne bouge pas dans les bras, il est bien aligné, on a fait ça pour pouvoir le baisser ou le monter en fait et on va serrer par là et on va serrer par là.

*I : A votre avis, quelle solution allez-vous prendre ?*

E : Celle là, (la troisième)

E : Voilà, on a pris celle là. Le rouleau est bien aligné, il ne bouge pas, cela va pouvoir le descendre, le remonter... Donc cela est la partie électrique.

*I : Qu'est-ce qui vous permet vraiment de retenir une solution entre plusieurs possibles ?*

Donc nous on a choisi un moteur à courant continu à excitation indépendante ... Parmi les types de moteurs proposés, nous avons choisi la première solution qui consiste à utiliser un MCC (moteur à courant continu) à excitation indépendante, (page 15) c'est celui là, c'est le premier.

*I : Devez-vous commander le moteur ?*

E : Non on ne l'a pas encore commandé.

*I : Mais devez-vous le commander ?*

E : On va voir avec le tuteur déjà si il est d'accord ou pas, si il est d'accord, c'est bon on va le commander, si il n'est pas d'accord on ne va pas le commander, on va voir.

E : Donc ça c'est la partie Matlab. C'est la partie que E1 vous a expliquée hier. Donc on a l'ordinateur et c'est par là qu'on fait varier la vitesse, là on a un moteur et là on a Labview.

I : Attendez ! Pouvez-vous m'expliquer qu'est ce que Labview?

C'est le logiciel Labview. Je vous explique par exemple là vous avez votre ordinateur et là vous avez une carte, c'est la carte d'acquisition et puis on a le tapis et on a le moteur et le moteur aura un courant, la carte d'acquisition va être reliée au moteur et là on aura la carte électronique. Mais sur le logiciel Labview, on va utiliser un logiciel : c'est le logiciel Labview qui nous permet de créer des cartes électroniques sur un schéma et puis à partir de cette carte on peut générer un signal pour commander le moteur. En fait à partir de la carte d'acquisition on aura notre schéma. Ca c'est le schéma électronique [Figure 11] donc sur l'ordinateur on va faire le schéma et c'est à partir de ça qu'on va commander notre moteur.

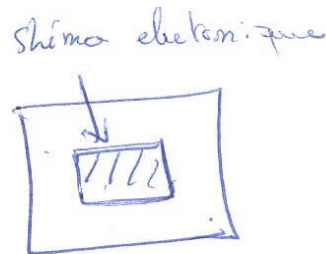


Figure 11

I : Donc avec l'ordinateur vous pouvez changer la vitesse?

E : Voilà exactement! On a une consigne de vitesse. La consigne de vitesse c'est quoi, je vais vous expliquer comme je vous ai dit, la vitesse de l'air c'est la vitesse du tapis, ça doit être égal, et ça c'est un capteur, ce capteur là il nous permet de connaître la vitesse d'air. Là on a une entrée et là une sortie donc la sortie va vers le moteur et l'entrée c'est quoi, l'entrée c'est le capteur c'est celui-là.

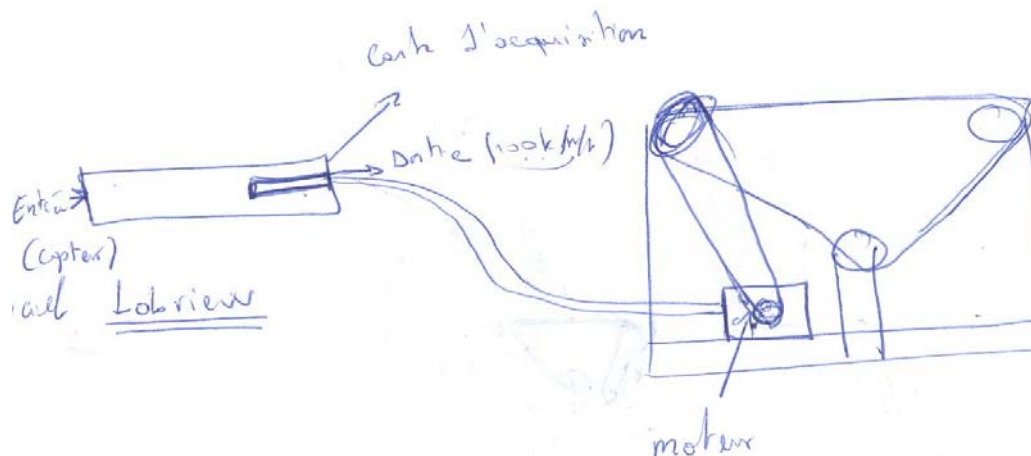


Figure 12

E : Donc ça c'est la soufflerie et ça c'est le capteur figure 13

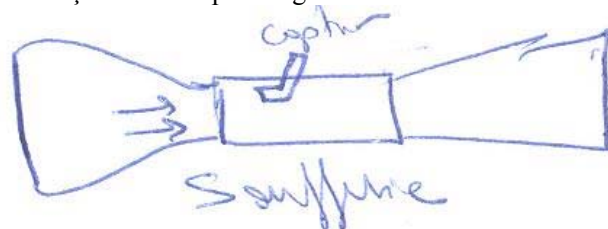


Figure 13

donc en fait la vitesse d'air peut varier de 0km/h à 160km/h. C'est la vitesse dans la soufflerie et pour connaître la vitesse de la soufflerie on utilise un capteur, capteur qui est le tube du Pitot associé à un capteur électronique avec un capteur électrique différentiel de pression ce capteur il a deux entrées [figure.14]. Donc là on a l'écoulement d'air, il est électrique en fait, et là c'est une sortie et entre les deux bornes on a entre 0 et 5 volts, là on a une entrée d'air et le capteur il génère un potentiel entre 0 et 5 volts donc 0 volts = 0km/h et 5 volts = 160km/h.

E : On peut avoir des valeurs entre 0 et 5? on peut avoir par exemple 2,3 ?

Oui, oui par exemple si on a 2 volts c'est par exemple, je ne sais pas moi 80 km/h, juste pour vous expliquer, mais lui (capteur) il peut aller de 0 à 5 volts 1, 2,3 4,1 donc

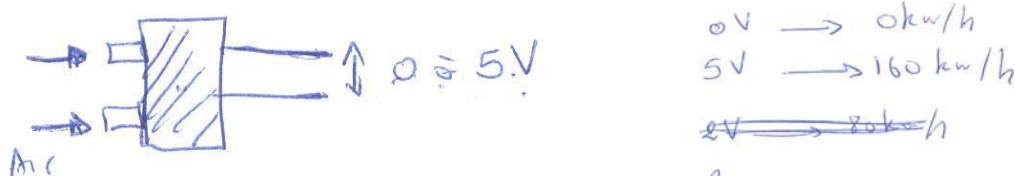


Figure 14

à partir de là on va connaître l'entrée (0,...,5) volts à partir de cette consigne sur notre schéma, ça va passer par le schéma électrique et ça va nous donner la vitesse par exemple si on a 2,3 volts ici [l'entrée] à la sortie on aura par exemple 100km et ce qui nous permet de donner la proportion entre la vitesse et le voltage c'est le Labview.

I : Devez vous programmer cela ?

E : Voilà pour connaître à partir de ça, donc à partir de ça on va faire notre schéma et on a notre carte d'acquisition, la sortie et le moteur, après ça va tourner.

I : Ce schéma là, devez vous le faire avec le même logiciel ?

Oui dans le logiciel Labview c'est un schéma électrique

I : Qui va concevoir le schéma ?

E : C'est lui ... [Montrent l'étudiant à la charge de cette tâche]

En gros le système va être comme ça, donc nous on doit réaliser le tapis et puis eux ils doivent gérer la partie électrique

I : Pour réaliser le tapis utilisez vous Solidworks ?

E : Voilà pour concevoir le tapis, sur Solidworks on fait la conception et pour le réaliser on a l'atelier.

I : Avez-vous déjà réalisé la conception avec Solidworks ?

E : Oui, c'est ça, j'espère que je l'ai.

I : Pouvez vous faire des simulations ?

E : Non, on ne peut pas faire de simulations c'est juste pour concevoir le tapis, là on n'a pas de tapis, c'est le cadre... et là comme vous pouvez voir, il y aura le tapis si on veut le serrer on va descendre ça et là on a le moteur qui va être entraîné.

I : Pourquoi c'est important de faire ça ? [La conception du système en Solidworks]

E : On pourrait juste faire un dessin, pour voir si ça marche.

E : Si on fait comme ça, ça nous permet d'avoir une idée, une idée en 3D du système et normalement à partir de ça, on peut savoir si ça va marcher ou pas, comme je vous avez dit, là on peut voir très bien que ça marche, là il reconstitue la réalité du système comme il va être réalisé (35 00) c'est pour ça qu'on fait la conception sur Solidworks, ça nous permet de voir comment ça va bouger ici, par exemple si on fait un dessin, on ne sait pas comme ça va bouger, on fait bouger ça, le moteur il est là, on peut faire beaucoup de choses.

I : Et pour trouver les dimensions, comment avez-vous fait ?

E : c'est quand on fait la conception de la pièce, si vous voulez par exemple, on peut faire une nouvelle pièce, si vous voulez on va créer une pièce, donc là on va créer un cercle, on va créer le

rouleau on fait un cercle...je n'arrive pas... donc là on a le cercle et on a fait ça, après il faut qu'on fasse tout ça, ça nous permet d'élargir le cercle, par exemple on va mettre 300mm, voilà, donc là on a l'autre... on va choisir ce point là alors, après on va mettre ça, on va mettre ça, on va mettre l'axe vous voyez, là normalement il est de 8mm donc là on va mettre le rayon 4mm on fait ça l'axe, on a 8mm

*I : Pourquoi vous mettez 8mm ?*

E : Parce que c'est nous qui l'avons choisi. C'est le minimum, ça dépend du minimum, parce que là sur le bloc en béton que l'on a sous la soufflerie on a une certaine dimension, après on a la dimension du châssis, après la dimension du tapis roulant et après on a choisi le petit rouleau, on a pris toutes les dimensions en compte pour qu'ils puissent rentrer dans la soufflerie. Donc on a mis 4, donc ça c'est bon, après on va enlever la matière, on va trouser en fait avec ça on va essayer de tourner, normalement c'est bon voilà. Donc là c'est...et à partir de là on peut mettre un axe, donc normalement j'ai l'axe ici, je dois l'avoir ... voilà

[...] Qu'est-ce qu'il a fait ?

[...] J'ai ouvert un fichier.

Donc en fait nous, on a fait ça et ça c'est l'axe, mais ce qui nous intéresse c'est de mettre l'axe dedans c'est ce qu'on appelle un assemblage, assembler les deux pièces, donc là on a créé un fichier assemblage donc on a les deux pièces voilà donc là on a le tendeur et on a l'axe donc pour mettre pour faire rentrer le tendeur dans l'axe on va choisir la contrainte, une contrainte ça veut dire une liaison qui va lier les deux pièces, donc nous, on veut une liaison entre cette partie là et la partie là donc on va choisir la surface de l'axe et puis le trou du tendeur, on va faire ça, on va choisir ça et ça on va faire click et voilà. Là maintenant on a le tendeur avec l'axe et c'est comme ça qu'on continue de faire la conception et puis on assemble tout. On fait de petits assemblages qu'on appelle des sous assemblages, après on prend les sous assemblages et puis on les assemble entre eux ce qui nous donne ça, à la fin il nous donne toute la pièce.

*I : Combien de temps avez-vous mis pour faire tout ça ?*

Deux semaines.

*I : Je ne sais pas, mais j'imagine que parfois les assemblages ne marchent pas*

Ou parfois ce diamètre est plus grand que ce diamètre et donc ça ne vas pas rentrer, il faut donc refaire la pièce.

*I : Le logiciel n'est pas très complexe ?*

E : Non, une fois qu'on connaît, après c'est bon

*I : Au niveau outil, est ce que le logiciel est bien ?*

Oui, il est bien il nous apporte une utilité dans le travail, il est très utile parce que maintenant toutes les sociétés travaillent avec des logiciels de conception comme ça, quand ils veulent créer des pièces mécaniques ils font les conceptions sur un logiciel, ils regardent si ça marche bien ou pas comme ça après ils font la fabrication. Par exemple pour une voiture ou n'importe quelles pièces mécaniques de voiture, d'avion ou de train, ils le font sur le logiciel et après ils les réalisent. Il y a des logiciels qui nous permettent de faire la réalisation à partir de logiciels de conception par exemple vous avez votre logiciel sur un ordinateur, après vous faite votre conception et directement ça va dans une machine numérique comme on a en bas, vous voyez la grande machine en bas, il y a des logiciels qui permettent de faire ça par exemple nous, on ramène un bloc d'acier ou de laiton et à partir de là on lance la fabrication et ça part tout seul et après ils nous font la pièce

*I : Avez-vous déjà choisi les matériaux ?*

E : Oui, mais ce n'est pas nous qui allons choisir. Nous on ne vas pas réaliser ça, nous on va le commander. Parce que c'est dur à faire ça, il faut avoir les machines appropriées pour faire le boulot comme ça. Donc on a contacté des fournisseurs et puis ce sont eux qui nous ont conseillé de choisir des matériaux pour les pièces en fait.

*I : D'accord, par exemple vous avez demandé un rouleau comme ça en plastique à un fournisseur. Comment est-ce que les caractéristiques du rouleau sont données? C'est-à-dire il est en plastique, il peut supporter certaine vitesse...*

Ça c'est par rapport à la courroie en fait, nous on connaît déjà la courroie, donc en fait on a un fournisseur celui là MASS S.A. On l'a appelé on lui a dit que voilà on va avoir une courroie qui marche avec des rouleaux en plastique parce qu'on a contacté aussi un fournisseur de rouleaux c'est Matrex, les rouleaux c'est chez Matrex et la courroie c'est chez MASS, donc on a contacté Matrex et on lui a dit, oui on veut des rouleaux pour un tapis qui marche dans une soufflerie on lui a expliqué la situation après il nous a dit il vaut mieux mettre des revêtements en PVC... ils ont trois techniques pour les faire. Il nous a dit que ça dépend de notre courroie donc on est partie contacté le constructeur de la courroie, il nous a dit que la courroie intérieur c'est du tissu et celle extérieur c'est du PVC, donc ceux qu'on a contacté nous ont dit que le tissu ça marche avec le PVC comme ça, ça va être bien entraîné et ça ne va pas glisser, il y aura des quantités de chaleur mais ce n'est pas grave, ça reste négligeable par rapport à ce qui va fournir comme , donc il nous a dit ça. On a choisi aussi une autre qualité au niveau du tapis, vous savez pour faire une courroie, normalement la courroie après on doit l'attacher comme ça quand elle est attachée quand elle va passer par là, passer par là, passer par là, ça va éclater, donc en fait on s'est renseigné pour avoir une technique de collage ou bien une autre technique pour avoir une courroie uniforme, pour qu'on ne voit pas le collage, alors ce qui nous a été proposé c'est la technique, c'est si vous voulez utiliser cette technique c'est un peu plus chère, c'est pour ça que ça coûte 250€ une courroie classique ça coûte une qualité de fonctionnement irréprochable avec cette technique là il n'y aura pas de collage et avec les rouleaux il nous a dit que ça devra bien marcher.

*I : Maintenant dans le projet qu'est-ce que vous devez faire ? Par exemple, la semaine prochaine ?*

E : Il faut qu'on avance dans la conception, il faut qu'on fasse la mise en phase.

*I : Avez vous fait ça pour chaque pièce?*

E : On n'a pas encore terminé il faut qu'on avance pour faire la mise en phase parce qu'au moment de la soutenance, ils vont nous dire pouvez vous nous donner les pièces que vous avez conçu avec le dimensions et tout, donc il faut qu'on termine ça, il faut qu'on réalise les bonnes de commande, c'est pour savoir si on contacte le fournisseur ou pas et puis après il faut qu'on les réalise à l'atelier

### Modélisation d'un moteur à courant continu : projet 3

**Contexte :** Cet entretien a été fait la semaine trois du projet. C'est le premier entretien de la deuxième phase. L'équipe a divisé le travail de projet en deux parties prises en charge par deux sous-équipes : la première est chargée de la modélisation du tapis roulant et la seconde de la modélisation du moteur. L'entretien est réalisé avec l'étudiant responsable de cette seconde partie. Il vise à clarifier le travail effectué pour la modélisation du moteur tel que présenté dans le premier rapport intermédiaire (annexe Caractéristiques et limites d'utilisation du MCC).

E : Parce qu'en fait le moteur à courant continu, il peut être modélisé de deux façons, euh !, de trois façons : une modélisation électrique, c'est ce qui convient à cette équation-là :  $U = E(\Omega, \Phi_T) + RI_{ind}$ , on a un courant qui passe à travers le moteur, c'est le courant induit, c'est celui-là, on a l' $E$  c'est celui-là on a le  $R$  ou le  $L$  normalement c'est  $Z$  l'inductance, c'est ce paramètre (il montre en même temps à quoi cela correspond dans l'équation), c'est l'équation du modèle électrique. Et il peut être aussi modélisé par une équation mécanique, c'est celle-là, le couple [il montre l'équation  $C_e = K_e \Phi_T I_{ind}$ ]

I : Cela, c'est l'équation mécanique.

E : C'est l'équation mécanique ; on a un couple, le couple est égal à  $K_e$  un coefficient qu'on avait déjà calculé par cette équation [il montre la seconde équation], ensuite multiplié par le flux  $\Phi_T$  fois  $I_{ind}$  C'est mal écrit...rigidité (?)

I : Et vous connaissez déjà  $\Omega$  ?

E : Oui, c'est la vitesse.

I : Et  $U$  aussi ?

Ça, en fait, c'est un paramètre qui caractérise le moteur. Quand on achète un moteur électrique, on l'alimente par une tension, pour obtenir une certaine vitesse. Et si on augmente la tension, on va savoir automatiquement qu'on va atteindre une certaine vitesse. Ça ce sont les caractéristiques du régime permanent et c'est presque la même chose qu'en régime dynamique. En régime dynamique, on n'a pas une tension  $U$  qui est constante, on a une tension  $u(t)$  qui varie en fonction du temps, mais c'est presque la même chose.

I : Donc ici on a :  $U = E(\Omega, \Phi_T) + RI_{ind}$ , la tension est constante et ce n'est pas la puissance du moteur ?

E : Oui, la tension ce n'est pas exactement la puissance, la puissance est égale à  $U \cdot I$ , la tension fois le courant, la tension avec laquelle on alimente le moteur fois le courant qui circule à travers ce moteur-là. En fait la puissance on peut dire ça : si on fixe le courant, par exemple pour le premier cas on fixe, on lui donne un certain courant constant et si on varie la tension, la puissance sera proportionnelle directement à la tension, donc on peut déduire que, on peut définir la tension comme étant le paramètre de puissance qui réagit directement sur la puissance.

I : Et ça, c'est... [montre I] ?

E : Ça c'est le courant, dans le premier cas...

I : Le courant est constant ?

E : Dans le premier cas, on le fixe, dans le régime permanent.

I : Donc dans ce cas là... ?

E : Le courant, il est fixe donc la tension elle aussi sera constante c'est pour ça qu'on les modélise par, qu'on met ? Ici  $U$  majuscule comme étant une constante et aussi  $I$  majuscule comme étant une constante.

Par contre, dans le régime dynamique on va alimenter le moteur par une tension qui varie en fonction du temps, c'est pour ça qu'on a  $u(t)$ ,  $u$  en fonction de  $t$ , une tension variable, par exemple on attaque par une tension comme ça qui varie comme ça [montre sur l'écran de l'ordinateur une représentation graphique] on a  $u(t)$ , on va savoir automatiquement qu'à cet instant-là on aura cette tension donc le moteur aura un comportement ; par contre à ce point-là, on aura un autre comportement qui est différent du premier c'est pour ça qu'ici il y a un troisième paramètre qui intervient, c'est l'inductance  $L \frac{di_{ind}}{dt}$

*I : Et ça c'est quoi ?*

Le  $L$  c'est l'inductance comme vous voyez ici [montre un schéma], on l'a modélisée par une bobine et une force électromotrice, le  $e$ , donc, dans cette partie là [montre l'équation] le  $Z$  il y a une résistance qui, elle, on l'a déjà utilisée là [référence au régime permanent], par contre dans le deuxième cas, le régime dynamique il y a un autre paramètre qui intervient c'est le  $L$ . Pourquoi ? Parce

qu'on a le  $Z$  normalement il est égal à  $Ri_{ind} + L \frac{di_{ind}}{dt}$  et puisqu'on a dit que dans le premier cas le  $I$ ,

le courant il était constant donc que  $\frac{di_{ind}}{dt}$  c'était égal à zéro, c'est pour ça que ce paramètre a été supprimé, par contre dans la seconde partie, le courant  $i$  il varie en fonction du temps c'est pour ça qu'on garde ce paramètre-là.

*I : Et  $Z$  c'est quoi ?*

[Dans sa réponse, l'étudiant parle de cette équation  $u(t) = e(t, \Omega, \Phi_T) + Ri_{ind}(t) + L \frac{di_{ind}}{dt}$  (1) et pour l'expliquer lui, il a divisé en deux parties la première partie c'est  $e(t, \Omega, \Phi_T)$  (2) et  $Ri_{ind} + L \frac{di_{ind}}{dt}$  (3) c'est la deuxième partie]

E :  $Z$  c'est l'impédance, en fait comme j'ai fait dans ce schéma-là (montre le premier rectangle sur le schéma bloc) il y a le  $Z$  qui est l'impédance du moteur et le  $e$  (2) c'est... En fait, on divise en deux parties, une partie qui concerne purement la force électromotrice du moteur, la force qui génère la rotation du moteur ; cette partie-là génère un couple (2), le couple moteur qui fait tourner le moteur et cette partie-là génère un couple résistif (3). La résistance, ce n'est pas exactement un couple mais du côté mécanique on peut dire ça... C'est en fait une résistance, une impédance dans laquelle il y a une partie de courant qui se dissipe par effet Joule : cette partie-là (montre  $RI$ ), c'est elle qui concerne la dissipation par effet de Joule... et celle-là c'est l'induction (montre  $L di/dt$ )

*I : Cela c'est la dissipation ?*

E :  $Ri$ , c'est la résistance. En fait si on veut faire le bilan énergétique on a la partie  $e$  qui fait tourner le moteur, la partie  $R$  qui elle dissipe purement par effet Joule et une autre partie c'est l'inductance c'est qu'on a écrit : inductance. En ce qui concerne les autres équations, c'est le même système

*E : Ici on va définir... ?*

Le  $e$  [il fait référence à cette équation  $e(t, \Omega, \Phi_T) = K_e \Phi_T \Omega(t)$ ] la force électromotrice puisque là, dans ce cas, elle varie aussi en fonction du temps, c'est pour ça qu'on a rajouté trois paramètres au trois variables : le temps, la vitesse angulaire et le flux électromagnétique. Et là, c'est le couple [il fait référence à cette équation  $c_e(t) = K_e \Phi_T i_{ind}$ ] ça c'est l'équation mécanique [en faisant référence à

$C_e(t) - C_r(t, \Omega) = J_T \frac{d\Omega}{dt}$ ], on a le couple qui était égal à « coefficient fois flux fois le  $I$  » c'est la même chose que  $c_e(t)$  et là on a une autre partie qui s'ajoute : un couple résistif et le couple moteur.

Le couple moteur  $c_e(t)$  moins le couple résistif  $c_r(t, \Omega)$  c'est égal à  $J_T \frac{d\Omega}{dt}$ . Ces deux parties là, concernent l'équation mécanique ou modélisation mécanique.

I : Ça [ $c_e(t)$ ] c'est donc ?

E : Ça c'est le couple moteur et là  $J_T \frac{d\Omega}{dt}$  c'est couple moteur moins couple résistif. Par contre la rigidité, je ne me rappelle pas de... je pense que c'est... [Il fait une recherche sur internet] Je n'ai pas trouvé, je ne me rappelle pas exactement...

I : Et ça [schéma bloc] c'est ?

E : En fait, ça c'est une modélisation par schéma bloc, c'est la même chose qu'ici [référence aux équations] en fait là, on l'a modélisé par un système, une sorte de système asservi. Ici on a  $U(p) + E(p)$  et là on a le  $i$  fois le  $k$  [montre  $I(p)$  et  $K_e$ ] qui donne le  $C_e$  couple [montre  $C_e(p)$ ], le couple était égal à  $K_e$  fois le  $i$ , multiplié par le courant, c'est cette équation là  $c_e(t) = K_e \Phi_T i_{ind}$ . Cette partie là [partie du schéma bloc], c'est cette équation. En fait, on a le  $e$  qui était égal à cela... on ne peut pas exactement dire ça [il fait des manipulations algébriques] c'est comme si on avait rassemblé les trois équations dans un schéma bloc qui explique la même chose. Ici on a le  $U(p) - E(p)$ ,  $u - e$  qui est égal à  $Ri$  et cette partie là égale à  $L di/dt$ , c'est comme si on avait mis ça (explicite le contenu du rectangle) plus  $R$  égal 1 sur  $R + L/Rp$  c'était égal à... Et le  $u(p)$  c'est la tension, ce qu'on donne à l'entrée c'est une tension  $i(t)$ , ce qu'on obtient à la sortie c'est  $i(p)$  et le  $s = i(p)$  si on prend en transformée inverse, ça c'est la transformée inverse de Laplace on obtient  $i(t) + u(t) = si(t)Ri(t) + Lpi(p)$  c'est la dérivée de  $i \frac{di}{dt}$  [en faisant référence au dernier terme].

I : La dérivée ?

E : Ça en fait c'est pour la transformée inverse de Laplace parce que là on a  $U(p) = I(p)R + LpI(p)$  et le  $pI(p)$  si on le transforme, on fait la transformée inverse Laplace on obtient la dérivée de la fonction temporelle, c'est une équation de fonction transfert, et ça c'est la fonction temporelle plutôt l'équation électrique

I : Ces équations sont établies dans quel domaine, la mécanique ?

E : Oui, en fait il y a deux parties, la partie purement électrique, la partie purement mécanique et une partie correspondant aux paramètres qui relient les paramètres électriques aux paramètres mécaniques.

I : Le schéma bloc ça fait partie d'un cours ?

E : Ca, c'est comme en cours, c'est comme on a vu en cours de...

I : Quel cours ?

On a vu ça en cours d'asservissement, en cours d'électrotechnique aussi, mais on l'utilise souvent. Par exemple, tu vois, la transformée de Laplace inverse on l'a vu en mathématiques, la plupart des opérations arithmétiques on les a vues en mathématiques, c'est une sorte de rassemblement de connaissances.

Là, c'est la même chose, le moteur électrique, on peut le présenter comme ça, on peut le présenter comme ça, on peut le voir comme consommateur et on peut le présenter sous forme de schéma bloc.

I : Et pourquoi avez-vous présenté les trois ?

E : En fait, comme ça on aura par exemple, si on veut utiliser un logiciel, on va l'utiliser d'abord pour faire... on va utiliser Matlab, si on utilise Matlab, on peut le présenter sous les deux formes : on peut le présenter sous la forme mathématique ou sous la forme du schéma bloc

I : En Matlab, c'est possible ?

E : Mathématiquement on va rentrer les paramètres, les différents paramètres, les différentes équations, on aura un système de trois équations, on va rentrer par exemple [le premier



paramètre],...la fonction d'entrée  $u(t)$ . On va lui donner une certaine fonction, sinusoïdale ou une fonction comme ça [montrant une rampe] ; après on aura une sorte de matrice, et après on aura le résultat et la réponse, les différents paramètres :  $i$ ,  $\Omega(t)$ ,  $J_T$  et tout ça ; et on peut aussi faire ça, si vous voulez [montre sur le logiciel]

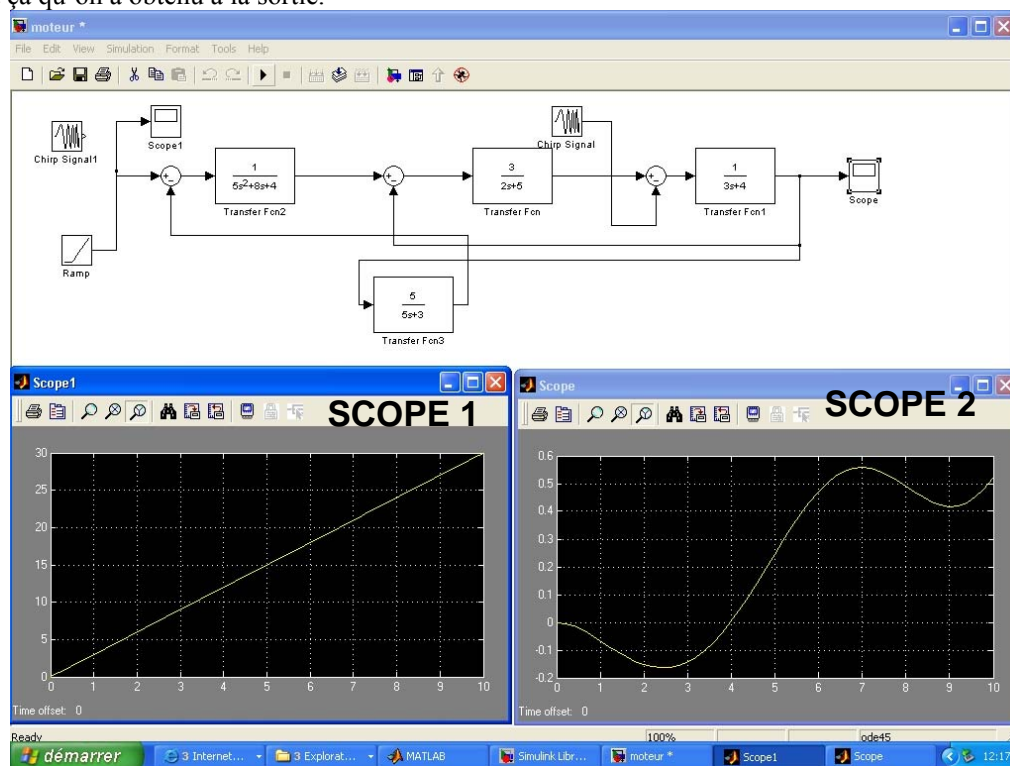
[...] c'est juste la partie concernant la modélisation du moteur

[...] je ne sais pas ce qu'il y a...

[...] Là, en fait, on va... j'ai enlevé le k, parce qu'elle est perturbée, on va dire le  $k=0$  (?) là on a appliqué une rampe, une rampe d'inclinaison 3 et on a obtenu comme réponse ça.

I : Et rampe, ça veut dire quoi ?

E : Une rampe c'est comme là, en fait c'est que je présente ici, [montre l'écran] en fait on a ça, un certain  $a$  ici et là on a  $y = \dots$  c'est comme si on décale l'axe par  $a$  ce paramètre-là 3 fois x plus  $a$ ,  $y = 3x + a$ , moins  $a$ , c'est moins ou plus ? plus  $a$ , c'est comme si on a représenté ça, ça c'était l'équation d'entrée, ce qu'on a mis à l'entrée [scope 1] et ça c'est ce qu'on obtient à la sortie [scope 2], c'est ça qu'on a obtenu à la sortie.



**Figure 15.** Graphes des fonctions d'entrée et de sortie correspondant au schéma bloc ci-dessus, produites sur le logiciel Matlab.

I : Ça (la rampe) pourquoi on la considère comme ça ?

E : en fait là c'est juste parce que, ça c'est un retard en fait parce que, si on veut simuler un nouveau système, on va prendre un repère de temps, par exemple 0, à l'instant  $t$  égal à 0, mais le temps d'appuyer sur le bouton il devrait y avoir un petit retard.

I : Donc que ça c'est un retard ?

E : Oui, mais en fait la rampe c'est juste ça  $y=3x$ , ça s'appelle une rampe parce que ce n'est pas...

I : Ça, ça veut dire quoi, que la vitesse est constante ?

E : Oui à peu près comme ça, c'est comme une variation à vitesse constante si on veut l'appliquer dans un TP on va prendre une alimentation, une alimentation à courant continu et on va alimenter le moteur à courant continu par cette alimentation là, on va augmenter à vitesse constante la tension, on va varier la tension, on va commencer par une tension qui est égale à zéro, on va atteindre une tension de...

I : Cela modélise la tension ?

E : C'est l'entrée, la fonction d'entrée et comme on a dit, si la fonction d'entrée c'est la tension et la fonction sortie c'est le courant, on peut faire ça pour mieux visualiser (montre les graphiques).

I : Quand tu vois la réponse, qu'est-ce que ça t'inspire ?

E : Là [référence à la figure 1], tu peux déduire plein de choses, tu peux savoir le courant de sortie à une certaine tension d'entrée, tu peux voir d'ailleurs comment le système se comporte en fonction d'une certaine tension... ça, c'est ce qu'on a appliqué à l'entrée c'est la droite et ça c'est la réponse, on peut déduire qu'en fait là, le moteur ne réagit pas immédiatement, il y a une durée de retard, il ne démarre pas directement...

I : Ça indique que le moteur, ici, ne fonctionne pas ?

E : A partir de ce point là le moteur se met à tourner, la vitesse augmente, augmente, augmente, jusqu'à qu'elle atteigne une certaine vitesse ici.

I : Et ça c'est comme ça ?

E : Non, comme vous voyez ici ce n'est pas linéaire.

I : On va voir si j'ai bien compris, ça c'est les paramètres qu'on va considérer dans le système

E : Et ça représente aussi la modélisation mathématique.

I : Et ça c'est le schéma bloc qui représente aussi ça ?

E : Oui, qui représente le modèle mathématique.

I : Quand on utilise le logiciel c'est plus facile d'utiliser la modélisation sous forme de schéma bloc ?  
[L'explication est faite en référence au schéma bloc du rapport intermédiaire]

E : Parce que si on utilise Matlab, tu es obligé de taper à chaque fois la fonction et pour afficher les différents graphes pour chaque module, chaque bloc qu'on utilise dans le schéma bloc, ici, ça correspond à quelque chose : là c'est un opérateur arithmétique qui additionne ce que t'as ici à la sortie, c'était égal à ça moins ça ici, par exemple, là ici on peut mettre une fonction ici  $x(p) = u(p) - e(p)$  ça correspond à cet opérateur-là, c'est ce qu'il fait ici.

I : Les signes ici ça veut dire quoi ?

E : C'est addition, en fait si on avait mis moins ici, on aurait  $X(p) = -U(p) - E(p)$

Le premier terme est positif suivant multiplié par moins 1 quand on met un schéma bloc comme celui-

là, ça, ça veut dire que la tension de sortie divisée par  $X(p)$ , donc  $\frac{I(p)}{X(p)} = \frac{\frac{1}{R}}{1 + \frac{L}{R}p}$  et ça c'est ce qui

modélise ce qu'on a ici, [régime permanent] plutôt ce qu'on a ici [régime dynamique], par exemple si on prend celle-là... et qu'on applique la transformée de Fourier inverse on aura d'abord... On va faire ça

$u(t) - e(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt}$  et si on applique la transformée de Fourier, la transformée de Laplace on aura  $U(p) - E(p) = RI(p) + LpI(p)$  si on fait par exemple ça on aura  $I(p)(R + Lp) = U(p) - E(p)$  donc ça, ça veut dire que  $= \frac{U(p) - E(p)}{I(p)} = R + Lp$  et si on fait

l'inverse on aura  $I(p)/U(p) - E(p) = 1/R + Lp$ , et si on multiplie ici par un  $\frac{1}{R}$  et ici par  $\frac{1}{R}$  [montre le

numérateur et le dénominateur de la fraction]  $\frac{I(p)}{U(p) - E(p)} = \frac{\frac{1}{R}}{1 + \frac{L}{R}p}$  en fait là, c'est plus... dont ce

paramètre là est égal à ça divisé par ça et ça c'est ce qu'on aura à la sortie, ça c'est qu'on a à l'entrée  $X(p) = U(p) - E(p)$  donc cette équation là elle est modélisée par cette partie là et le reste, l'autre équation mécanique, ça intervient ici. [Il montre la seconde partie du schéma]

*I : Au moment de faire ça dans le logiciel, tu n'as qu'à manipuler les paramètres ?*

E : Les paramètres d'entrée, les variables... comme on a fait ici  $R=3$ ,  $L=2$ , et ici je pense que j'ai changé de paramètre, au début j'avais utilisé  $K_e$ , et après j'ai fait  $K=K_e$  pour ne pas...

*I : Ici, ça veut dire que tu demandes le graphique ?*

E : Un graphique. Si on veut faire ici, on...[manipule]. C'est ça, si on veut afficher, on est obligé à chaque fois de...

*I : Mais ce graphique-là, il n'a considéré que cette partie de schéma bloc seulement ou il considère tout ?*

E : Non, il considère tout, c'est qu'on a fait ici ; vous voyez ici le scope, on a mis un scope à l'entrée, un autre scope à la sortie pour visualiser le deux : l'entrée et la sortie pour pouvoir les comparer et c'est pour ça qu'on a obtenu ça, l'entrée ça correspond à ce scope 1, la sortie à ce scope 2. Ça, ça nous permet d'avoir une modélisation, ça nous permet de tester, par exemple si on veut concevoir le moteur on peut le concevoir sur le logiciel, si on veut tester les différents paramètres par exemple, en augmentant la tension on peut savoir les différents comportements, par exemple dans cette partie-là ou dans cette partie-là. Cette partie-là elle est linéaire, donc on peut dire que le moteur peut être utilisé linéairement dans cette partie-là, on peut augmenter la vitesse. Par contre, dans d'autres parties ce n'est pas linéaire, donc si on veut utiliser le moteur par exemple pour une locomotive, un train ou quelque chose comme ça on a besoin que la vitesse reste linéaire par rapport à la tension d'alimentation, on ne peut utiliser le moteur que dans cette plage d'alimentation-là, les autres parties ce n'est pas linéaire, donc on ne peut pas l'utiliser.

*I : C'est seulement toi qui travaille dans cette partie du projet ?*

E : C'est moi et mon copain, lui il s'occupe juste du choix du moteur, comment on va choisir le moteur, les différentes parties.

*I : Mais c'est toi qui travailles sur cette partie de la modélisation ?*

E : Dans cette partie là, c'est moi, je m'en suis occupé pour le rapport, mais après quand on va réaliser, on va travailler tous les deux, lui il est en train de chercher sur le moteur, sur le moteur qu'on va choisir, qu'on va utiliser, c'est presque la même chose le même système, comparer par rapport aux graphes et tout ça. Lui, il va comparer par rapport aux graphes pour pouvoir choisir...

C'est maintenant que je fais la simulation, là c'est la modélisation du moteur, c'est juste la modélisation du moteur. Là quand on va l'alimenter, on va l'alimenter, le comportement du moteur, mais nous on va ajouter un autre ici, on va mettre ça au lieu de faire ça directement, on va ajouter un coup d'asservissement comme ça ce sera presque la même chose... [après incompréhensible].

[...] Mais là on n'étudie pas trop des choses par rapport à d'autres formations... je ne sais pas... c'est la formation de l'IUP qui est comme ça, il veut former des gens généralistes qui peuvent faire n'importe quoi, une formation avec des stages en entreprises ; par contre dans d'autres écoles d'ingénieurs, ils sont plus théoriques, plus mathématiques, il y a même des écoles d'ingénieurs qui n'ont pas ces systèmes de modélisation.

En fait, tu vois là j'ai ajouté un régulateur non identifié, on doit voir sa réponse, la réponse par rapport à...

*I : Réponse ça veut dire quoi ?*

E : La réponse c'est comment la machine de notre système se comporte avec ce système-là, on a le moteur dans cette partie-là et on a rajouté un autre élément qui va réguler. Là on a mis à l'entrée une rampe et c'est ça ce que ça nous a donné, si on utilise par exemple ce système-là il change le comportement du moteur, si on ajoute ce système-là.

*I : Et comment tu vois ça ?*

E : Par exemple là, au début là quand on commande le moteur la vitesse du moteur va diminuer au bout d'un moment après il va commencer à accélérer jusqu'à atteindre une certaine vitesse et celle-ci va se stabiliser après

*I : Dans le projet vas-tu faire l'étude du moteur ?*

E : On a fait tout ça pour pouvoir déterminer un moteur, il nous reste encore une partie puisqu'on fait le système qu'on veut utiliser...ça c'est presque la même chose qu'ici, on a un système électrique, on a modélisé mathématiquement, après on a trouvé par exemple, on a ça, ça c'est les équations électriques du système, on peut les modéliser sous forme d'un schéma électrique, d'un schéma bloc et on peut aussi étudier le comportement du système [pas clair]

*I : C'est toi qui décides tout ça ?*

E : Non, c'est un exercice après ils nous ont donné ce schéma là, après une manière de déterminer les équations après on les a déterminées, je pense qu'après ils nous ont demandé de faire l'équation d'état du système. L'équation d'état de système, ça s'écrit sous cette forme-là, la dérivée d'un paramètre intermédiaire de  $x$  et l'équation de sortie, c'est une sorte d'équation différentielle et une équation de sortie, après il fallait déduire, déterminer le comportement du système, tracer le graphes et tout ça. Je voulais faire une antenne pour le wifi et j'ai fait des études pour déterminer une antenne quand j'étais à l'IUT, je faisais l'électronique et c'est pour ça que...



---

## **Annexe 5. Bilan de la pré-expérimentation**

---

## Annexe 5. Bilan sur l'état du travail pré-expérimental

<b>I</b>	<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>462</b>
<b>II</b>	<b>METHODOLOGIE DE LA PRE-EXPERIMENTATION .....</b>	<b>462</b>
II.1	METHODOLOGIE QUALITATIVE BASEE SUR LE SUIVI D'UN CERTAIN NOMBRE DE PROJETS .....	462
II.2	ENTRETIENS .....	463
II.3	ANALYSE DES DONNEES .....	464
II.4	ANALYSE DES TACHES .....	467
II.4.1	<i>Projet : Conception d'un châssis de buggy tout terrain en fonction de la réglementation FIA T2</i>	
	<i>467</i>	
	<i>Technique .....</i>	<i>468</i>
II.4.2	<i>Synthèse .....</i>	<i>470</i>
II.4.3	<i>Projet 1 : Véhicule Biplace Economique .....</i>	<i>471</i>
II.4.4	<i>Synthèse .....</i>	<i>472</i>
<b>III</b>	<b>SYNTHESE GENERALE .....</b>	<b>473</b>

### I Introduction

Nous présentons ici des éléments de la pré-expérimentation que nous avons menée durant l'année 2004-2005 à l'IUP d'Evry. Cette pré-expérimentation nous a permis de nous familiariser avec le dispositif de projets et d'analyser la pertinence de ce contexte expérimental par rapport à notre problématique.

Nous avons exploré le contexte expérimental et nous avons mis à épreuve une méthodologie d'immersion. Le choix de projets, les entretiens « prise de contact » et le questionnaire sont des éléments méthodologiques que nous avons mis en œuvre dans la pré-expérimentation à titre « exploratoire ». Nous présentons ici ces éléments et une première analyse de données obtenues avec l'objectif d'évaluer ces éléments méthodologiques et leur pertinence quant à l'expérimentation.

L'analyse des tâches ici présentée constitue une première analyse qui est très incomplète mais qui permet de montrer la nature des tâches des projets et les difficultés que nous avons rencontrées pour les analyser. La réflexion sur ces difficultés nous permettra d'élaborer des outils méthodologiques mieux adaptés afin d'obtenir des données pour réaliser l'analyse des projets de l'expérimentation : ceci est l'objectif général de ce bilan.

### II Méthodologie de la pré-expérimentation

#### II.1 Méthodologie qualitative basée sur le suivi d'un certain nombre de projets

La quantité de projets affectés aux équipes d'étudiants varie chaque année mais peut être évalué à plus d'une quarantaine. Les thèmes des projets sont proposés selon différents domaines tels que : l'aéronautique, le design, l'informatique, la mécanique, la productique et la thermique. Certains projets sont associés à un thème quadriennal tel que : Automobile légère, assistance, simulateur, drone et plateforme modulaire.

Afin d'effectuer un premier choix de projets nous avons eu accès aux fiches de proposition des sujets de projet dans lesquelles est présentée la note de centrage qui porte sur une brève description du projet. A partir de ces descriptions nous avons décidé de choisir certains projets encadrés dans le même thème ou domaine afin de pouvoir centrer notre étude. Ce critère laisse encore une grande quantité des projets possibles comme objets d'étude. Pour choisir les projets à suivre pendant toute leur démarche, il est nécessaire de mener des entretiens avec certaines équipes. Ceci permet de mieux connaître les projets et de considérer ceux qui sont susceptibles de faire intervenir des mathématiques dans leur développement.

Pour notre pré-expérimentation nous avons choisi trois projets, un d'aéronautique et deux de mécanique :

- **Système expérimental d'analyse en soufflerie**, projet réalisé par l'équipe que nous appelons 1, qui a été composée par quatre étudiants de GSI aéronautique.
- **Véhicule Biplane Economique**, projet réalisé par l'équipe que nous appelons 2, qui a été composée par deux étudiants GSI design et deux étudiants GSI Productique.
- **Conception d'un châssis de buggy tout terrain en fonction de la réglementation FIA T2<sup>1</sup>**, projet réalisé par l'équipe que nous appelons 3, qui a été formée par quatre étudiants de GM.

Ce choix, comme signalé plus haut, a été effectué à partir de la lecture des fiches de proposition ainsi que des premiers entretiens réalisés auprès de certaines équipes. Nous présentons ces outils méthodologiques dans la partie suivante.

## II.2 Entretiens

Nous présentons ici les caractéristiques de deux entretiens que nous avons réalisés dans la première phase du projet.

Pour préparer ces entretiens, nous avons particulièrement pris en compte un résultat issu de la recherche de Noss & Kent (2000) : le peu ou la non reconnaissance de l'utilisation des mathématiques dans le monde du travail, surtout dans les activités quotidiennes ou de routine, tandis que dans les situations imprévues ou accidentelles les manières de réagir des praticiens pour les envisager, permettent de voir l'utilisation des mathématiques de manière plus évidente. Ceci nous a fait supposer que trouver l'utilisation explicite des mathématiques, était peu probable à partir d'un entretien. Nous avons, cependant, décidé de poser la question de manière directe dans le premier entretien.

### *Premier entretien*

Le premier entretien a été réalisé dans la première semaine dans l'objectif de nous approcher des sujets des projets et de connaître l'utilisation possible des mathématiques. Dans la première semaine du projet les équipes ont à peine commencé à faire le plan du projet, à effectuer les premières recherches sur le sujet, les matériaux et produits existants et à planifier la conception du projet. Pour cela, nous avons demandé aux étudiants s'ils considéraient une utilisation possible des mathématiques pour le développement de leur projet. L'idée de la démarche du projet était très générale et obtenir des réponses à des questions plus précises concernant les mathématiques était difficile. Les questions posées permettent, en revanche, d'avoir une vision générale des projets et d'établir une première prise de contact avec les équipes.

### *Deuxième entretien*

Cet entretien s'est réalisé le neuvième jour de travail. A ce moment là, il y avait beaucoup plus d'idées, une vision plus globale de la démarche à suivre et une première division du travail. Pour ce deuxième entretien, nous avons pris en compte les réponses obtenues dans le premier entretien. Les questions sur l'utilisation de mathématiques ne pouvaient ainsi être posées de manière générale, en utilisant seulement le terme « mathématique ». Nous avons décidé de poser trois questions concernant l'utilisation des mathématiques, de la manière suivante :

4. *Avez-vous fait des calculs ? Si, oui lesquels ?*
5. *Avez-vous utilisé des formules, des graphiques, des représentations géométriques ? Si oui, lesquelles et pourquoi faire ?*
6. *Avez-vous utilisé d'autres mathématiques (algèbre, analyse,...) ? Si oui, lesquelles et pourquoi faire ?*

Afin de connaître le rapport entre les mathématiques explicitées dans le projet pour les étudiants et celles de leurs cours des mathématiques, nous avons posé la question suivante :

8. *Pensez-vous que certains de vos cours de mathématiques vous seront utiles pour la réalisation de ce projet ? Si oui, lesquels et pourquoi ? Si non, pourquoi ?*

---

<sup>1</sup> Fédération Internationale Automobile – Véhicules Tout Terrain



Nous avons complété cet entretien avec cinq questions autour de la démarche du projet et des connaissances utilisées ou susceptible de l'être.

1. *Où êtes-vous dans le déroulement de cette partie du projet ?*
2. *Etes-vous satisfaits de l'avancement de votre travail ?*
3. *Quels types de connaissances, d'outils, de compétences, avez-vous utilisé ?*
4. *Pour l'étape suivante, quels éléments croyez-vous qu'il vous sera nécessaire de connaître ?*
5. *Le projet vous semble-t-il important dans votre formation ? Pourquoi ?*

Par ailleurs et afin de connaître les objectifs institutionnels de la réalisation des projets, nous avons réalisé un entretien avec le professeur responsable de la conception et la démarche de cette activité. Cet entretien s'est réalisé avec l'objectif de clarifier les caractéristiques des projets, leurs objectifs, les attentes institutionnelles, leur évaluation et leur raison d'être dans la formation des futurs ingénieurs.

### II.3 Analyse des données

L'analyse porte sur les données issues des entretiens et, est réalisée afin de mettre en évidence le rôle que les étudiants donnent aux mathématiques dans l'étape de conception du projet (phase 1).

Un premier constat est que le terme « mathématiques » évoque chez les étudiants des éléments théoriques, tels que théorèmes et démonstrations :

*Q : Il y aura des mathématiques dans le projet ?*

- des mathématiques ? Non, seulement des formules empiriques.
- des calculs de résistance.

*Q : C'est quoi ces formules empiriques ?*

- Les formules empiriques sont celles qu'on utilise dans la pratique, où il n'y a pas à faire les démonstrations.
- Vous apprenez à les utiliser avec l'expérience.
- Ce n'est pas nécessaire de les comprendre, vous devez seulement savoir-faire, et comment on doit les appliquer.

Ainsi, ils reconnaissent l'utilisation de formules et la réalisation de calculs pour certaines tâches, mais ils retiennent surtout l'utilisation des logiciels pour les réaliser :

*Q : Pour le déroulement de ce projet, il y aura une utilisation de mathématiques ?*

- euh...Nous devons dimensionner ...
- Mais je crois que nous utiliserons des calculs déjà faits, des applications.

*Q : Les mathématiques sont-elles utilisées dans l'ingénierie ?*

- Oui dans les calculs de résistances ;
- mais pour les calculs de matériaux, nous utilisons un logiciel ;
- le logiciel c'est pour faire les calculs.

Dans le deuxième entretien, les étudiants reconnaissent une importante utilisation de connaissance de Résistance de Matériaux (discipline intermédiaire), des logiciels comme RDM6, Solidworks (conception 3D) et des outils informatiques comme l'Internet. Ils mentionnent aussi l'utilisation de connaissances mathématiques, mécaniques, de la physique et de l'électronique. Les réponses varient selon le projet :

*Q : Quels types de connaissances, d'outils, de compétences, avez-vous utilisé ?*

- Connaissances en résistances de matériaux, on a travaillé sur le logiciel RDM 6.
- Modélisation de la structure sous RDM6.
- Résistance des matériaux ;
- trigonométrie, connaissance en résistance des matériaux, logiciels de bureautique ;
- trigonométrie, résistance de matériaux, bureautique.

Les réponses aux questions sur l'utilisation explicite des mathématiques montrent que les étudiants reconnaissent l'utilisation de formules, la réalisation de calculs et la trigonométrie. On retrouve une fois de plus que les étudiants mettent en évidence la place importante que les logiciels occupent dans le développement du projet.

**O :** Avez-vous fait des calculs ? Si, oui lesquels ?

#### Réponses Equipe 1

- oui, des calculs de dimensionnement de la soufflerie (puissance...) et aussi des calculs en aéronautique pour pouvoir déterminer le rapport entre la pression dans la veine d'essai de la soufflerie et la vitesse d'écoulement, et aussi le rapport entre la pression et la hauteur affichée sur le tube en U.
- Nous avons utilisé les calculs pour calculer la vitesse de l'air dans une soufflerie à partir de la pression. Pour cela nous avons utilisé le théorème de Bernoulli.
- Oui des formules de pression, Bernoulli et les formules des actions mécaniques.
- On a utilisé des formules de mécanique des fluides (Bernoulli par exemple), des graphes sur Excel.

#### Réponses Equipe 2

- oui, un peu de trigonométrie sur la partie suspension.
- Calculs de résistance du châssis sous le logiciel RDM6.
- Calcul d'angles et de distances, calcul du poids.
- Trigonométrie

D'autre part, l'utilisation des mathématiques est vue à travers l'utilisation des logiciels.

**Q :** Avez-vous utilisé des formules, des graphiques, des représentations géométriques ? Si oui, lesquelles et pourquoi faire ?

#### Equipe 2

- Oui, sous RDM6.
- Oui avec RDM6 (modélisation des efforts que doit soutenir le châssis).
- Nous avons utilisé des représentations géométriques (graphique).
- Oui par l'intervention du logiciel RDM 6.0.

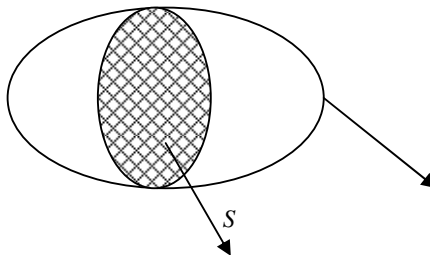
L'équipe 3 qui avait répondu non à la réalisation de calculs avait reconnu l'utilisation de formules dans la question suivante :

Nous avons utilisé une formule pour l'Aérodynamisme :

$$p = f \cdot v = \rho \cdot S \cdot v^3 \cdot c_x + \text{frottement dans les roulements}$$

cst
var
cst
cst

-carrosserie-



La forme à un  
 $c_x \approx 0,3$   
à 0,2

$\rho$  : masse volumique de l'Air  
-la donnée est constante

$S$  : Section au vent  
-la donnée est variable

$v^2$  vitesse de la voiture est donnée dans le cahier de charges  $\approx 100 \text{ km/h}$

le  $C_x$  est lié à la forme de la voiture  $\approx 0,3$  très peu variable

#### Conclusion

Pour faire une carrosserie et donc un véhicule Aérodynamique avec peu de traînée  $S$ , la section doit être petite. Les passagers seront l'un derrière l'autre.



-une petite approche de la puissance nécessaire pour amener le véhicule à  $130\text{ km/h}$  à savoir

$$p = \frac{1}{2} \rho S c_x v^3 - fmgv$$

A la question posée pour traiter le rapport possible entre les mathématiques apprises dans les cours et les mathématiques nécessaires ou utilisées dans la réalisation du projet, l'équipe 2 seulement a répondu affirmativement ; cependant ces réponses sont très vagues. Les autres deux équipes n'avaient pas trouvé une utilisation de ces mathématiques : l'équipe 1 a dit qu'il n'y a pas de rapport entre ces mathématiques et la réalisation de leur projet, tandis que l'équipe 3 a remarqué plutôt l'utilisation des logiciels pour trouver ces résultats.

**Q :** Avez-vous utilisé des formules, des graphiques, des représentations géométriques ? Si oui, lesquelles et pourquoi faire ?

#### Equipe 1

- Dans ce projet on n'applique pas tout à fait ce qu'on apprend en maths mais c'est un peu utile pour l'avancement et le bon déroulement du projet.
- Non pour le projet de la soufflerie, il ne faut pas un niveau en maths trop important.
- Non parce que notre projet n'est pas forcément électronique et les maths qu'on a eues seront plutôt utilisées en électronique.
- Nous n'aurons pas l'occasion d'utiliser certains cours de maths car il sont très spécifiques et ne touchent pas le thème de notre projet réellement.

#### Equipe 3

- Non, on travaille sur logiciel informatique.
- Non, car les logiciels nous fournissent les résultats directement.
- Non aucun rapport avec les cours de cette année.
- Non aucun rapport avec le projet.

Ces deux entretiens nous ont apporté une idée plus générale de chaque projet ainsi que la connaissance des logiciels, des ressources et des outils employés pour effectuer la conception globale du projet. Nous avons eu aussi un aperçu de l'avancement du projet dans les deux premières semaines de travail.

L'analyse des données nous permet également de mettre en évidence que le niveau de mathématiques explicitées comme utilisées, reste à un niveau de mathématiques dites élémentaires. Les savoirs mathématiques qui interviennent dans l'utilisation des logiciels que nous supposons correspondent à des mathématiques dites complexes (universitaires) qui restent formulées dans des termes d'une utilisation implicite pour les étudiants. Des questions émergent : quels types de connaissances mathématiques interviennent dans l'utilisation des logiciels ? Jusqu'à quel niveau l'utilisateur du logiciel doit-il connaître ces mathématiques ? Quelles technologies (dans le sens de la TAD) sont mobilisées dans cet usage ?

Une analyse praxéologique de projets concernant les tâches réalisées à l'aide de ces logiciels nous permettra d'approcher ces questions.

## **II.4 Analyse des tâches**

Notre analyse porte sur des tâches qui font intervenir les mathématiques de manière explicite et qui sont repérées dans le rapport intermédiaire. Les rapports intermédiaires sont des documents conçus pour expliciter la démarche générale du projet.

Pour notre analyse, nous allons donc considérer les trois rapports intermédiaires correspondants aux projets choisis, en portant une attention particulière aux besoins mathématiques et aux types de savoirs mathématiques utilisés dans la réalisation du projet.

Pour notre analyse nous faisons un découpage des tâches et nous faisons une analyse praxéologique en nous appuyant sur les outils fournis par la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 1999).

Les tâches que nous allons analyser ne s'inscrivent pas dans notre domaine, nous allons donc considérer deux éléments pour connaître la validité des résolutions faites pour les étudiants :

1. des entretiens avec les professeurs réalisés afin de connaître son point de vue sur les résolutions faites pour les étudiants,
2. les évaluations des rapports faites pour les professeurs.

Nous portons une attention particulière à la nature des tâches qui interviennent dans le projet, ainsi qu'aux techniques mises en œuvre par les étudiants. Ceci afin de savoir, si elles constituent des techniques purement mathématiques, « empiriques » ou associées à des savoirs pratiques. A partir des entretiens menés pendant la première phase, nous avons constaté que les types de savoirs mathématiques intervenant dans les projets, ne constituent toujours pas de savoirs théoriques. Nous allons donc analyser les types d'éléments mathématiques utilisés dans la résolution de la tâche et la façon dont ils sont utilisés : comme modèle, comme algorithme, au moyen d'une formule ou comme un type de représentation (graphique, géométrie, etc.)

L'analyse est faite en faisant un découpage en « tâches principales » et en sous tâches. Les tâches principales ne font nécessairement pas intervenir de mathématiques ; les sous-tâches par contre sont de tâches qui font intervenir de mathématiques de manière explicite. Au début de la deuxième phase nous avons demandé aux étudiants de faire une présentation orale du travail ; à ce moment-là la démarche du projet est définie. Cette présentation est demandée afin de rendre compte de quelques indices des mathématiques en jeu.

Nous présentons dans la suite l'analyse d'une tâche du projet 3 : la conception d'un châssis de buggy tout terrain en fonction de la réglementation FIA T2 ainsi que le découpage et une première analyse de deux tâches du projet 2.

### **II.4.1 Projet : Conception d'un châssis de buggy tout terrain en fonction de la réglementation FIA T2**

Le but principal est de concevoir un châssis de buggy de catégorie T2 se rapprochant le plus possible du poids minimum autorisé.

#### **Tâches principales**

Ce découpage est fait en prenant en compte le rapport intermédiaire :

1. Modéliser un châssis sous RDM 6 en tenant compte des déformations dues au poids des différents éléments et aux appuis sur le sol
2. Optimiser le châssis (allègement, résistance, encombrement...)
3. Caractériser les différentes structures de châssis
4. Comparaison de tubes (carré ou rond)
5. Choisir le moteur
6. Déterminer le poids du châssis
7. Création de la cage de survie
8. Choisir le type des suspensions (avant et arrière)

**Tâche 3** – Caractériser les différentes structures de châssis

Pour caractériser les structures de châssis, les étudiants ont fait des recherches sur les différentes architectures utilisées par les constructeurs ; l'objectif étant de savoir quels éléments on doit considérer pour la réalisation du châssis.

### **Technique**

Les étudiants ont fait une analyse des différentes photographies et des textes descriptifs. Dans le rapport intermédiaire il n'apparaît pas d'exemple de ces photographies ; les livres et les ouvrages consultés ne sont pas non plus mentionnés. A partir des entretiens menés auprès des étudiants et de l'observation faite, on sait que la recherche des modèles existants s'est faite la plupart du temps sur Internet. Afin de connaître si cette façon de faire est celle attendue, le tuteur du projet nous a indiqué que l'Internet est devenu un outil nécessaire pour connaître ce qui existe déjà. Ces informations permettent ensuite de déterminer si on fait le produit proposé ou si on l'améliore.

A partir des observations précédentes, les étudiants ont remarqué que deux types de tubes existent : des tubes carrés et des tubes ronds. Ils ont effectué alors une analyse pour choisir le type de tube à utiliser.

### **Tâche 3.1 : Comparaison tube à section ronde et carrée (creux)**

Pour comparer ces deux types de tubes les étudiants ont observé le comportement de chacun sous certains efforts.

### **Technique**

Les étudiants ont modélisé deux poutres (une pour chaque type) de quantité de matière et d'encombrement identique.

« Les deux tubes sont encastres à leurs extrémités. Nous avons alors appliqué une même charge ponctuelle au milieu de celles-ci. Cette comparaison a été effectuée à l'aide du logiciel de résistances des matériaux RDM 6 » (Rapport intermédiaire, p.8)

Cet exercice de comparaison a été réalisé dans le logiciel RDM6. Dans le logiciel, les étudiants doivent choisir la quantité de matière d'encastrement, la force et le point où la force va s'appliquer.

### **Technique concernant la comparaison des tubes à section ronde et carrée avec le logiciel RDM**

Les étudiants décrivent la technique de la manière suivante :

« Nous avons modélisé deux poutres (une pour chaque type) de quantité de matière et d'encombrement identique. Les deux tubes ont été encastres à leurs extrémités. Nous avons alors appliqué une même charge ponctuelle au milieu de celle-ci » (Rapport intermédiaire, p.8)

Les étudiants présentent dans le rapport six figures obtenues dans le logiciel en précisant qu'à partir d'une analyse de celles-ci il est possible de conclure que le tube à section ronde est meilleur que le tube à section carrée.

« En analysant les résultats obtenus, nous avons constaté que les tubes à section ronde étaient moins sujets aux déformations que les tubes à section carrée (figure 1, 2, 3, 4, 5 et 6) » (rapport intermédiaire p.8)

Dans le rapport il n'apparaît aucune explication sur les figures. Afin de comprendre la réalisation de la tâche, nous avons demandé à un des enseignants si la tâche réalisée dans le logiciel était bien réalisée. L'enseignant nous a expliqué que les figures 1 et 2 montrent les efforts sur une section de tube, et que la valeur numérique assignée à chaque couleur mesure l'effort causé dans la zone colorée correspondante.

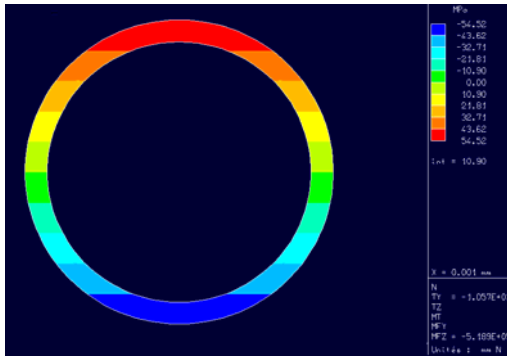


Figure 1. Section ronde effort normal.

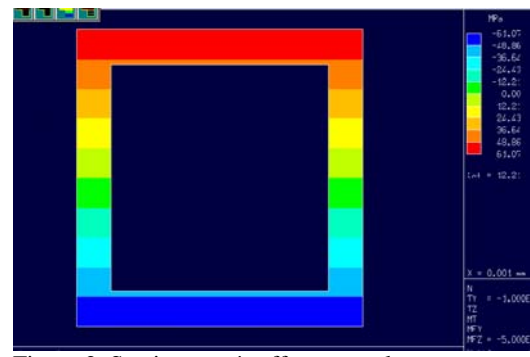


Figure 2. Section carrée effort normal

La figure 3 nous permet de voir la modélisation d'un des tubes.

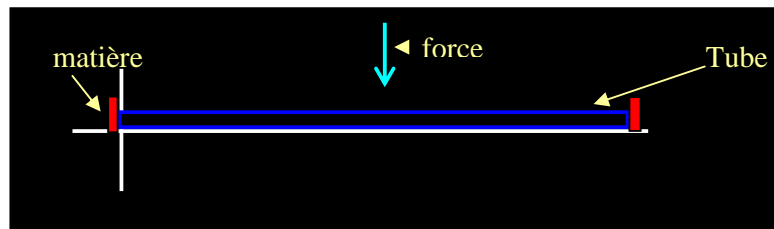


Figure 3. Schéma du tube avec le logiciel RDM 6.

Dans les figures 4 et 5, apparaissent les efforts calculés sur le tube complet.

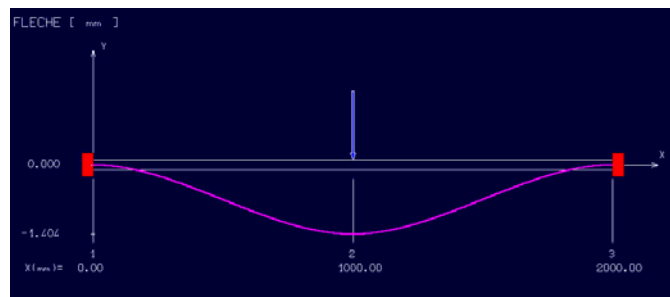


Figure 4. Déformation de la poutre ronde

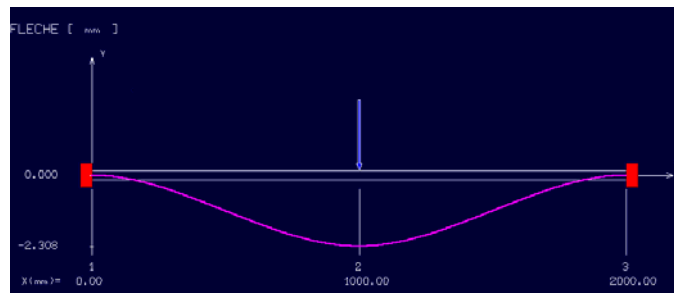


Figure 5. Déformation de la poutre carrée

Les figures 5 et 6 montrent les efforts sur la section de tube de la même façon que les figures 1 et 2 mais avec la différence que ces deux dernières sont considérées par rapport aux deux axes  $x$  et  $y$  et pas avec seulement un seul axe. L'enseignant nous a expliqué que si on fait la dernière tâche, les deux premières ne sont pas nécessaires.

## Technologie

Les étudiants doivent choisir la forme tubulaire qu'ils vont utiliser pour la construction du châssis ; pour ce faire, ils réalisent une recherche dans laquelle ils découvrent que les constructeurs utilisent deux types de tubes. Il est nécessaire d'expliquer les raisons de l'utilisation de l'un ou l'autre. Ils utilisent alors le logiciel RDM 6 pour faire cette comparaison. La manière de faire est celle de soumettre les deux types de tubes aux mêmes conditions, c'est-à-dire qu'on place le même poids sur le tube carré et sur le tube rond. Puis, on calcule les déformations causées et à partir de cette information on a un critère pour choisir. On voit que cette tâche s'avère nécessaire pour justifier le choix des étudiants ; à partir de l'entretien avec le tuteur, on en déduit qu'il y a plusieurs autres critères pour faire la comparaison (y compris le prix) mais que dans le cas que nous étudions, le critère utilisé est un bon critère.

Il est difficile d'identifier les éléments mathématiques qui contribuent à la réalisation de cette tâche puisque le travail mathématique est pris en charge par le logiciel. L'interprétation de l'information que donne le logiciel est l'élément qui permet de conjecturer, évaluer, et proposer la solution au problème posé. Nous pouvons dire que, pour faire l'interprétation de ces représentations graphiques, il est nécessaire de connaître la représentation graphique du minimum d'une fonction. Déterminer d'autre type de connaissance semble compliqué, du moins, à partir de la seule information qui apparaît dans le rapport.

Néanmoins, il est intéressant de relever que l'étudiant est capable de reconnaître les calculs d'efforts effectués automatiquement par le logiciel, comme résultats valides. Cette affirmation s'appuie seulement sur le fait que l'étudiant utilise le résultat obtenu comme valide, c'est difficile de savoir s'il fait totalement confiance à l'instrument ou s'il est obligé de vérifier. Dans ce scénario, dans lequel l'élève utilise un logiciel comme une interface pour réaliser les tâches mathématiques, on se pose la question suivante : quels types de connaissances doit-il avoir pour interpréter et valider les résultats obtenus ?

### Tâche Diminuer l'écartement

Le buggy a différents empattements selon sa position :

- si le buggy reste dans sa position d'équilibre, il y aura un certain empattement,
- mais si l'amortisseur est comprimé, il y aura un changement de distance entre les deux moyeux.

### Technique

Les étudiants ont fait un modèle du phénomène qui est décrit ci-dessus. Pour la première position, ils ont désigné par  $d1$ , la distance qui existe entre les deux moyeux, et quand le buggy change à la deuxième position, ils l'ont désigné par  $d2$ . Ensuite ils ont défini l'écart comme  $dI = d1 - d2$ . Pour diminuer la distance  $dI$  le plus possible, ils ont proposé de mettre en place un angle de carrossage, de façon à que ce dernier permette d'avoir un empattement constant entre les deux positions.

Cette tâche n'est pas réalisée après par les étudiants.

## II.4.2 Synthèse

On présente seulement l'analyse d'une tâche du projet 3 qui fait intervenir des mathématiques. Cette analyse nous a demandé cependant beaucoup de temps car nous avons besoin de connaître la technique institutionnelle et la technologie associée ; ceci nous permet d'analyser le travail de l'étudiant ainsi que sa pertinence. Afin d'avoir accès à la technique institutionnelle nous avons réalisé un entretien auprès d'un enseignant de l'institution qui nous a montré la technique sur le logiciel ; cet enseignant juge aussi le travail des étudiants. De même, nous avons interrogé le tuteur du projet sur l'intérêt de réaliser cette tâche. A partir de ces deux entretiens on voit que la technique utilisée par les étudiants afin de déterminer le tube à section ronde ou à section carrée ressemble à ce qui est mis à disposition par la formation. Ils ne considèrent pas comme une autre possibilité celle du critère du prix qui est suggérée par le tuteur ; lorsqu'ils essaient de justifier le type de tube à utiliser, ils font donc appel à des techniques institutionnelles.

Dans notre analyse, on ne peut pas déterminer le rôle que les mathématiques jouent dans cette tâche, sont-elles encapsulées par le logiciel ?

La deuxième tâche de l'écartement est mise en évidence dans l'entretien sur le rapport intermédiaire mais les étudiants n'ont pas fini cette tâche.

On constate une difficulté à analyser les tâches à partir des données et les traces du travail fournies par les étudiants. Afin de rendre compte des mathématiques encapsulées et des mathématiques mobilisées par les étudiants, il nous semble nécessaire d'analyser les enseignements des disciplines intermédiaires et de nous familiariser avec les logiciels tels que RDM. Nous avons mené un entretien auprès du tuteur et d'un autre enseignant afin d'obtenir d'une part l'évaluation des techniques faites par les étudiants et d'autre part un éclaircissement des éléments de ces techniques. Dans l'éclairage concernant la tâche du choix de tubes à section ronde et carrée, nous remarquons que l'enseignant utilise des connaissances autres que mathématiques pour évaluer cette technique.

### II.4.3 Projet 1 : Véhicule Biplace Economique

#### Tâche principale :

Réaliser un véhicule léger fiable et économique pour 2 personnes.

Tâches qui sont nécessaires pour réaliser la tâche principale :

- conception d'un châssis et implantation du moteur
- prévoir une place conducteur et une place « passager » ergonomiquement satisfaisantes
- conception d'une carrosserie aérodynamique

#### Tâche 1 : Conception d'une carrosserie aérodynamique

Pour faire une carrosserie aérodynamique, les étudiants doivent considérer un phénomène aérodynamique qu'ils décrivent de la manière suivante : « le véhicule léger se déplace sur route ; l'air qui le heurte le freine et provoque une perte d'énergie ». Il existe déjà un modèle mathématique simple qui exprime la traînée aérodynamique de l'air lié à la géométrie du véhicule. Ce modèle est exprimé par une formule :  $F = 1/2 \rho S C_x v^2$  où  $F$  est la force dissipée par le véhicule en roulant,  $N$  la perte à minimiser,  $\rho$  la masse volumique de l'air en ( $\text{kg/m}^3$ ),  $v$  la vitesse du véhicule en ( $\text{m/s}$ ),  $S$  la section maximale perpendiculaire au vent (en  $\text{m}^2$ ) et  $C_x$  le coefficient de pénétration dans l'air lié à la géométrie du véhicule.

« Selon les contraintes qui sont identifiées dans le cahier de charges, on sait que la puissance doit être la plus faible possible. On s'efforce d'obtenir la puissance la plus faible possible ayant la traînée la plus faible possible, ce pour quoi on doit trouver une petite surface frontale. » (Rapport intermédiaire, p. 4)

#### Technique :

Pour réaliser cette tâche, il est nécessaire de réaliser certaines sous-tâches telles que :

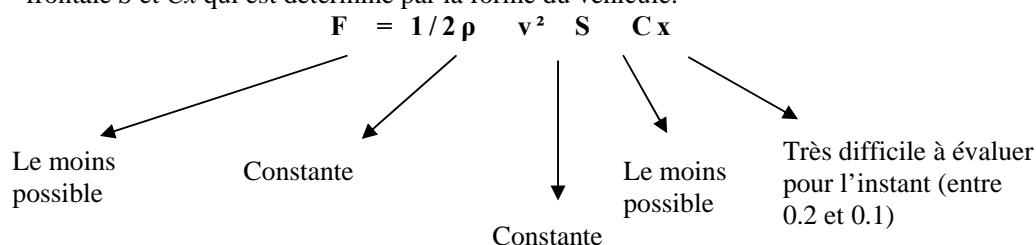
- Déterminer la puissance la plus faible possible
- Déterminer la surface frontale  $S$  la plus petite possible

#### Tâche 1.1 Déterminer la puissance la plus faible possible

« La puissance absorbée par le véhicule doit être la plus faible possible par rapport aux contraintes identifiées par le cahier des charges ». (Rapport intermédiaire, p. 4)

#### Technique

Les étudiants font une interprétation de la formule ; ils identifient les éléments qui sont des variables ou des constantes, uniquement dans ce cas particulier. Après l'identification de ces éléments, les étudiants déterminent que la variable à minimiser est  $F$ , et font varier deux paramètres : la surface frontale  $S$  et  $C_x$  qui est déterminé par la forme du véhicule.





Les étudiants justifient de la manière suivante :

« On note que la masse volumique est une constante physique qui ne peut pas être changée.  
La vitesse  $V$  dont le maximum vaut 130 km/h est considérée comme une constante.  
Le  $C_x$  est lié à la forme externe du véhicule.  
L'une des formes les plus pénétrantes dans l'air est, sans conteste, la forme de la goutte d'eau avec un coefficient  $C_x$  de 0.05. » (Rapport intermédiaire, p. 5)

### Technologie

Les étudiants font une analyse qualitative de cette relation fonctionnelle et l'adapte à la tâche du projet. L'utilisation de la formule permet de dégager d'autres sous-tâches pour optimiser la variable souhaitée. Ces sous-tâches ne sont pas seulement mathématiques, elles font entrer d'autres éléments comme la distribution des passagers à l'intérieur de la voiture.

La formule est un modèle type, elle est institutionnelle mais les étudiants doivent l'adapter au contexte du projet ; autrement dit, ils doivent donner du sens à cette formule pour réaliser la tâche proposée.

### Tâche 1.2 Déterminer une surface frontale $S$ la plus petite possible

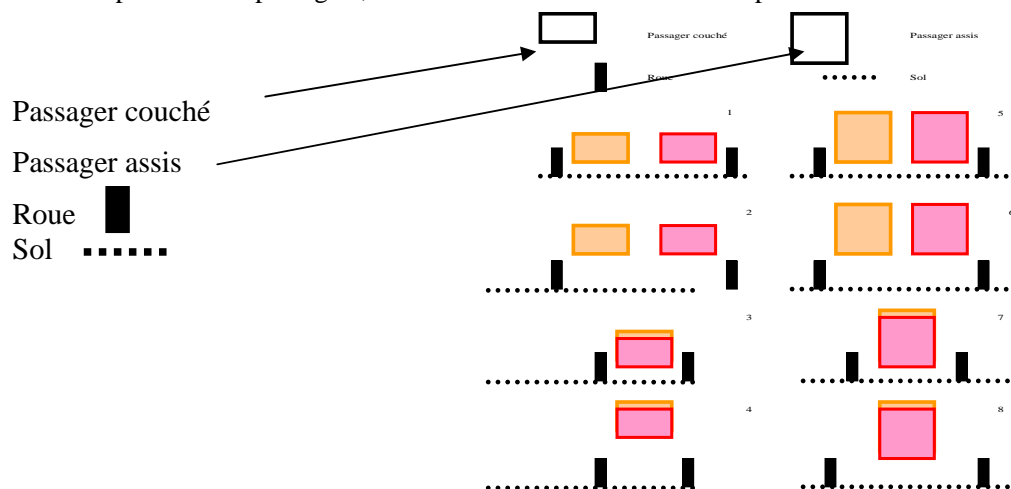
Cette tâche est nécessaire afin de respecter les contraintes du cahier des charges.

### Technique

Afin de déterminer  $S$ , les étudiants considèrent la position des passagers à l'intérieur du véhicule :

« La section maximale perpendiculaire au vent relatif dépend de la position des passagers, des roues ou encore de la position du moteur » (Rapport intermédiaire, p.5)

Pour définir la position des passagers, ils considèrent différents schémas possibles :



Cette définition de positionnement de passager à l'intérieur du véhicule est une sous-tâche qui est nécessaire pour réaliser la tâche précédente. Dans ce projet, la vitesse est considérée comme une constante, la masse comme une constante physique, et le coefficient de pénétration dans l'air est en relation avec la structure du véhicule, il est donc nécessaire de définir d'abord la structure du véhicule avant de pouvoir calculer le  $C_x$ .

On voit que la technique utilisée ici ne fait pas intervenir explicitement des mathématiques. On peut s'interroger sur l'intérêt d'analyser cette sous-tâche.

### II.4.4 Synthèse

Nous avons présenté ici un découpage de tâches et une ébauche d'analyse afin de montrer la difficulté qui en résulte (voire même l'intérêt de l'effectuer). On voit apparaître une formule mathématique que les étudiants analysent qualitativement dans le but de déterminer des sous-tâches et de développer leur projet. D'un point de vue mathématique et plus précisément du point de vue de l'enseignement de mathématiques, il est difficile de montrer le rôle de mathématiques dans les projets.

Il nous semble que les données obtenues ne nous permettent pas d'analyser ces tâches. Comme dans le cas précédent, nous considérons que ceci peut être lié à la nature des tâches, et à un certain manque d'outils méthodologiques. Par conséquent, nous avons suivi la deuxième phase du projet. Nous avons réalisé des entretiens pendant cette phase à propos du rapport intermédiaire afin de comprendre certaines tâches, certains processus, les manières de valider ainsi que les techniques mises en places et les ressources employées. On constate alors le rôle important du logiciel mais nous n'avons pas d'éléments pour rendre compte du rôle des mathématiques qui interviennent dans cet usage.

### **III Synthèse générale**

La pré-expérimentation nous permet de nous approcher des caractéristiques du dispositif projet ainsi que du contexte expérimental. Des résultats émergent de cette pré-expérimentation :

#### **Une difficulté à rendre visibles les mathématiques « complexes » ou universitaires**

En effet dans la pré-expérimentation, les mathématiques élémentaires apparaissent de manière explicite. Les entretiens et le suivi des projets nous permettent de rendre visibles d'autres mathématiques élémentaires qui ne sont pas explicitées par les étudiants dans les documents produits, tels que les rapports intermédiaires, les rapports techniques et les présentations sous le format de PowerPoint. Cependant, les mathématiques « avancées » ou universitaires n'y figurent pas. Ce résultat nous amène à nous questionner : pourquoi ces mathématiques avancées n'interviennent pas dans le développement des projets ? Quels outils méthodologiques sont les plus aptes pour mener l'expérimentation ? Quels outils nous permettront de rendre visibles ces mathématiques ?

#### **Une difficulté à réaliser l'analyse praxéologique des projets**

L'analyse des tâches relevant de ces projets nous a confronté à la grande difficulté de mener une analyse praxéologique de ces projets. Le découpage des tâches est un élément clé pour l'analyse ; la difficulté qui en émerge nous semble liée à la nature du dispositif projet : les tâches qui font intervenir des mathématiques sont au cœur de l'emboîtement de ces tâches. Elles ne sont donc pas réalisées de manière indépendante. Par ailleurs, les tâches ne correspondent pas au même domaine : certaines tâches sont issues de la mécanique, d'autres de la résistance de matériaux ou bien de l'aérodynamique. Ceci nous amène à tenir compte de la démarche générale du projet et à connaître les savoirs extra-mathématiques pour comprendre la motivation de ces tâches et les techniques mises en œuvre pour les réaliser.

Une autre difficulté associée à la nature de ces tâches porte sur :

- la technologie mathématique associée qui fait intervenir une formule pour résoudre une tâche relevant d'une autre discipline ;
- les types de validations que les étudiants font intervenir ;
- les moyens de contrôle et d'évaluation de la technique ;
- et de manière plus générale, les différences qui émergent lorsque cette technique mathématique est utilisée pour résoudre une tâche non mathématique.

#### **Des mathématiques imbriquées**

Le premier entretien a mis en évidence l'utilisation des « formules empiriques » ; les étudiants précisent qu'elles ne sont pas des savoirs mathématiques théoriques. Nous les considérons plutôt comme des savoirs fonctionnels et opérationnels. Pour les analyser et les situer dans le contexte de la formation, nous considérons qu'une analyse du cours des disciplines intermédiaires est nécessaire afin de déterminer quels sont les processus transpositifs opérés par ces enseignements et sur quels types de savoirs mathématiques.

La pré-expérimentation nous a permis ainsi d'avoir un premier aperçu de ce dispositif et de la difficulté qu'une analyse praxéologique de projets entraîne. Des outils méthodologiques doivent être conçus afin de rendre possible cette analyse et de rendre ainsi compte des mathématiques qui interviennent dans le développement des projets.

---

## **Annexe 6. Entretiens de la pré-expérimentation**

---

## Annexe 6. Entretiens prise de contact et questionnaire.

Ces entretiens sont réalisés dans la première année de pré-expérimentation.

### **Equipe 1, (trois étudiants) Deuxième jour de travail**

---

Pour le déroulement de ce projet y aura-t-il utilisation des mathématiques ?

- oui, beaucoup
- bien sûr !

Pourquoi les mathématiques sont-elles nécessaires ?

- Nous devons faire beaucoup de calculs
- nous utiliserons des formules mathématiques, pour faire les calculs de pression, de vitesse, et d'autres choses.
- de température aussi

Dans cette partie du projet, vous avez fait des calculs ?

- Non, pas encore, pour le moment c'est la partie théorique, nous devons penser comment faire le projet...
- les choses que nous devons utiliser, faire le plan

Ah, pour le moment c'est la partie... ?

- Bien, je crois qu'en même temps on doit faire, une partie théorique et une autre partie pratique, mais pour le moment, nous faisons le plan...

Quels outils seront-ils nécessaires pour faire ce projet ?

- of, la physique, l'informatique, les maths pour calculer la vitesse

Vous croyez que les mathématiques sont importantes dans les travaux d'ingénierie ?

- oui, je crois
- Cela dépend de ce que tu fais comme ingénieur, mais je crois que oui
- pour le moment, oui, le principal problème de notre projet, c'est de calculer la vitesse.

### **Equipe 2 (quatre étudiants) Deuxième jour de travail**

---

Il y a un dessin sur la table, qu'est-ce que c'est ?

- C'est un plan

Un plan pour faire le projet ?

-oui, ici dans le dessin, se trouvent toutes les choses qui ont un rapport avec notre travail principal

-C'est la manière de ne rien oublier

Les f's, indiquent des fonctions ?

- oui, chaque chose qui se trouve ici, a une relation avec le moteur, nous devons définir quel type de relation et pourquoi

- c'est pour le contrôle du travail

D'accord, et pour le déroulement de ce projet, il y aura utilisation de

-hummm, nous devons dimensionner

-mais je crois que nous utiliserons des calculs déjà faits, des applications

-des formules

Les mathématiques sont-elles utilisées dans l'ingénierie ?

-oui, dans les calculs de résistances

-Mais pour les calculs de matériaux, nous utilisons un logiciel

-le logiciel c'est pour faire les calculs

Et pour le projet, y aura-t-il utilisation des mathématiques ?

-Les calculs sont déjà faits

-mathématiques appliquées dans l'ordinateur, il sont a de reulies les valeurs numériques

Vous croyez que vous pouvez garder toutes ces feuilles pour que je les regarde ?

-oui, bien sûr !

### **Equipe 3 (quatre étudiants) Deuxième jour de travail**

Pour le déroulement de ce projet y aura-t-il utilisation de mathématiques ?

- je ne crois pas

-mais pour le moment nous n'avons rien fait

Comment allez-vous faire le projet ?

-Au début nous devons définir...

Mais, vous avez une tâche, déjà, que devez-vous faire?

-nous devons faire une modélisation dans la troisième dimension

-oui, la modélisation on doit faire à partir du logiciel CAD (Conception assistée par ordinateur)

-Notre tâche c'est de faire le dessin

Il y aura des mathématiques dans le projet ?

-des mathématiques, non, seulement des formules empiriques  
-des calculs de résistance

C'est quoi ces formules empiriques ?

- Les formules empiriques ce sont elles qu'on utilise dans la pratique, où il n'y a pas à faire les démonstrations.  
-Vous apprenez à les utiliser avec l'expérience  
-C'est pas nécessaire de les comprendre, vous devez seulement savoir faire, et comment on doit s'appliquer.

Et dans la vie professionnelle de l'ingénieur vous croyez qu'on utilise des mathématiques plus complexes que les formules empiriques ?

- Cela dépend, dans les entreprises, il y a des rôles, il y a des ingénieurs mathématiciens, ceux-là, oui, mais les autres, non

<b>Equipe 1</b>	<b>Utilisation de mathématiques</b>	<b>Outils nécessaires pour le déroulement du projet</b>	<b>Pour quoi faire</b>
2ème jour	-Faire des calculs de pression, de vitesse, de température  -utilisations des formules mathématiques	-la physique -l'informatique -mathématiques pour faire le calcul de la vitesse	
Questionnaire      9vième jour  Conception		-outils informatiques (Internet)	recherches sur les systèmes de soufflerie déjà existants
		Mathématiques, mécanique et électronique	pour la partie installation des capteurs
	calculs	calculs mathématiques	-dimensionnement de la soufflerie (puissance)
		calculs en aéronautique	déterminer le rapport entre la pression dans la veine d'essai de la soufflerie et la vitesse d'écoulement
	théorème de Bernoulli	mathématiques	calculer la vitesse de l'air dans une soufflerie à partir de la pression
		mécanique de fluides	
	formules	physique et aérodynamique	Trouver le rapport entre l'écoulement et les différentes pressions et aussi d'effort sur la structure à étudier
	formules	électronique	Pour déterminer le capteur à choisir et les différentes étages et composants de la carte du transmetteur
	Représentations géométriques	mathématiques	Réalisation d'une aile d'avion et pour représenter l'écoulement de l'air autour de cette structure
	analyses	mathématiques	L'étude aérodynamique et électronique
	algèbre	mathématiques	-la réalisation et l'installation du capteur - étude de l'aéronautique de la soufflerie et le profil à étudier  -pour résoudre nos

			formules
Réalisation		Electronique, mécanique	Réaliser ce qu'on a propose comme solution pour les problèmes de la soufflerie
		mathématiques	calculs

Equipe 2	Utilisation de mathématiques	Outils nécessaires pour le déroulement du projet	Pour quoi faire
Entretien prise de contact 2ème jour	-nous devons dimensionner  -nous utiliserons des calculs déjà faits, des applications, des formules	-Logiciel	Les calculs
Questionnaire  9vième jour		-outils informatiques word, Excel, photoshop, CATIA V5, solidworks, word	Conception en 3D
Conception	Formule pour l'Aérodynamisme	Mathématiques,	Faire une carrosserie et donc un véhicule aérodynamique avec peu de traînée S, section doit être petite.
	Formule de la puissance	mathématiques	Pour amener le véhicule à 130 km/h
Réalisation		Résistance de matériaux	Pour connaître la rigidité des véhicules
		Logiciel Catia	-Pour calculée la rigidité -conception 3D
		Photoshop, ilustrator	Travailler sur le poster de présentation
	Algèbre linéaire	mathématiques	
		Mathématiques	L'étude des forces qui s'exercent pour notre véhicule



<b>Equipe 3</b>	<b>Utilisation de mathématiques</b>	<b>Outils nécessaires pour le déroulement du projet</b>	<b>Pour quoi faire</b>
Entretien prise de contact 2ème jour	-calculs de résistances  -utilisations des formules empiriques	-logiciel CAD (Conception assistée par ordinateur)	Modélisation du châssis
Questionnaire   9vième jour  Conception		Connaissances de résistances de matériaux	
	Trigonométrie	Mathématiques,	Calcul du déplacement
	calculs de trigonométrie	mathématiques	-pour la partie de suspension
		On travaillé sur le logiciel RDM	-Modélisation de la structure  -calculs de résistance du châssis  -modélisation des efforts que doit soutenir le châssis
		Calculs d'angle et de distance, calculs de poids	
Réalisation		Représentations géométriques	
		Connaître la position du centre de gravité de l'ensemble	
		Fonctionnement des suspensions, résistance de matériaux	
		Eléments mécaniques	